ESTYLF 2010

CONFESIONES Y VISIONES DE UN EMÉRITO

Enric Trillas

European Centre for Soft Computing
Mieres (Asturias), Spain

Los ‘modelos clásicos’ del condicional

- $a \rightarrow_1 b = a' \cdot b + a' \cdot b' + a \cdot b$ (Por ejemplo, $a' + a \cdot b$, $a' + b$, *etc.*)
- $a \rightarrow_2 b = a \cdot b$

Radio. $a = 1$, $a \rightarrow_1 b = b$, $a \rightarrow_2 b = b$

Wittgenstein. $b = 0$, $a \rightarrow_1 b = a'$, $a \rightarrow_2 b = 0$

Cervantes "Don Quijote"

"Niño, niño, para sacar una verdad en limpio menester son muchas pruebas y repruebas"

Aristóteles

"Es señal de mente entrenada no esperar más precisión de la que la naturaleza del problema permita"

Bertrand Russell a Herb Simon

"Me satisface saber que esas pruebas las hace una máquina, y hubiése deseado que Whitehead y yo lo supiésemos para no tirar los diez años que dedicamos a hacerlo a mano."

"Estoy inclinado a creer que toda deducción puede ser hecha por alguna máquina."

Wang

Los 378 teoremas de 'Principia Mathematica' en ¡7 minutos = 1.1 segundos por teorema!

Charles S. Peirce

"Es fácil decir la verdad, basta con ser suficientemente impreciso."

Visiones: Razonamiento I

- En álgebras de Boole, $a \to b = a' + b$: $a \to b = 1 \Leftrightarrow a \leq b$

$$0 \to b = 1,\ 0 \leq b,\ \forall b.$$

- En cualquier orto-retículo, $a \to b = a' \cdot b + a' \cdot b' + a \cdot b$: $0 \to b = b + b' = 1$.

- En cualquier retículo, $a \to b = a \cdot b, \quad 0 \to b = 0$

¿Qué modelo?

Visiones: Conjeturas I

L orto-retículo

$P = \{p_1, ..., p_n\}$ premisas, con $p = p_1 \cdot ... \cdot p_n \neq 0 \ \Rightarrow$ NO $(p_i \leq p_j')$

$$Conj(P) = \{x \in L; p \nleq x'\} = \{x \in L; p \leq x'\}^c = Ref(P)^c$$

Si $p = 0 \Rightarrow Conj(P) = \emptyset$.

- $Cons(P) = \{x \in L; p \leq x\} \subset Conj(P)$,
- $Hyp(P) = \{x \in L; 0 < x < p\} \subset Conj(P)$,
- $Sp(P) = \{x \in L; p \leq x' \& pNCx\} \subset Conj(P)$

$$\Downarrow$$

$Conj(P) = Cons(P) \cup Hyp(P) \cup Sp(P)$, ¡partición!

Visiones: Conjeturas II

- Conj ANTI-MONÓTONO, $P \subset Q \Rightarrow \ Conj(Q) \subset Conj(P)$
- Hyp ANTI-MONÓTONO, $P \subset Q \Rightarrow Hyp(Q) \subset Hyp(P)$
- Cons MONÓTONO, $P \subset Q \Rightarrow Cons(P) \subset Cons(Q)$
- Sp NI LO UNO, NI LO OTRO, NO-MONÓTONO.

- $P \ \longrightarrow$ conjetura, un razonamiento a secas.
- $P \ \longrightarrow$ consecuencia, un razonamiento deductivo.
- $P \ \longrightarrow$ hipótesis, un razonamiento abductivo.
- $P \ \longrightarrow$ especulación, un razonamiento inductivo.

Visiones: Conjeturas III

- $x \in Sp(P)$.
  Si $p{\cdot}x \neq 0 \;\Rightarrow$
  - $p{\cdot}x \in Hyp(P)$
  - $p + x \in Cons(P)$
- Si L es ortomodular: $Hyp(P) = p{\cdot}Sp(P)$, $Cons(P) = p + Sp(P)$.

Visiones: Conjeturas IV

Ejemplo de razonamiento deductivo

Álgebra de Boole, con $a \rightarrow b = a' + b$

$P = \{a \rightarrow b, a\}$, $p = (a \rightarrow b){\cdot}a = (a' + b) = a{\cdot}b \leq b$

$$\Downarrow$$

$$b \in Cons(P)$$

Caso general

C operador de consecuencias, consistente: $x \in C(P) \Rightarrow x' \notin C(P)$.

Con

$$Conj_C(P) = \{x \in L; x' \notin C(P)\},$$ puede repetirse casi todo.

¿Caben modelos de conjeturas sin usar C?

Visiones: Conjuntos borrosos I

X universo del discurso, P predicado.

Usar P en X: Saber comparar 'x es P' con 'y es P'.

Empírico: x es menos P que y: $x \leq_P y$, $\leq_P \subset X \times X$.

$\leq_P$ es un preorden & 'x es igual P que y' $\Leftrightarrow x \leq_P y$ & $y \leq_P x$: $x =_P y$.

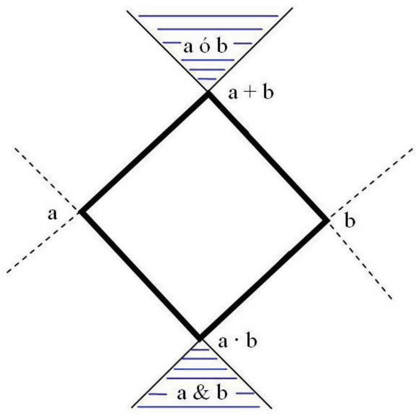
$$\Downarrow$$

$$\exists X/=_P \ \&\ `[x] \leq_P^* [y] \Leftrightarrow x \leq_P y' \Rightarrow (X/=_P, \leq_P^*) \text{ poset.}$$

$s_p : X \to X/=_P$, $s_P(x) = [x]$:

$$x \leq_P y \Leftrightarrow s_P(x) \leq s_P(y).$$

Visiones: Conjuntos borrosos II



Visiones: Conjuntos borrosos III

$\exists$ posets $\mathfrak{L} = (L, \leq)$ & funciones $f_P : X \to L$:

$$x \leq_P y \Rightarrow f_P(x) \leq f_P(y).$$

- Tales f_P se llaman $\mathfrak{L}-$grados.
- Si es '$x \leq_P y \Leftrightarrow f_P(x) \leq f_P(y)$': f_P refleja perfectamente el comportamiento de P en X.

$$\Downarrow$$

$$(X, \leq_P, f_P) = \mathfrak{L}-\text{SIGNIFICADO DE } P \text{ en } X.$$

(ES RELATIVO A $\leq_P$, L, y f_P)

- Si f_P refleja perfectamente a P: $\mathfrak{L}-$significado$= (X, f_P)$ ¡raro!
- Dado $(X, \leq_P, f_P)$: P es medible en la escala $\mathfrak{L}$.

Colectivos I

$(X, \leq_P, f_P)$ permite representar el colectivo generado por P, con la siguiente representación,

$$\mathbb{P} \text{ es un } \mathfrak{L}-\text{conjunto, si:}$$

- $x \in_r \mathbb{P} \;\Leftrightarrow\; f_P(x) = r \in L$
- $\mathbb{P} = \mathbb{Q} \;\Leftrightarrow\; f_\mathbb{P} = f_\mathbb{Q}$

Ejemplo

P =joven en X, colectivo:'los jóvenes de X'
$L-$set $\mu_P(x) = 1 - \frac{x}{100}$, si $X = [0, 100]$ define $\mathbb{P}$.

Colectivos II

Casos

- $\mathfrak{L} = ([0,1], \leq)$, $L-$conjuntos=fuzzy sets de Zadeh.
- $\mathfrak{L}$ =números borrosos ordenados por $\alpha-$cortes: Type-2 fuzzy sets de Mendel.
- $\mathfrak{L}$ =intervalos: interval-fuzzy sets
- $\mathfrak{L}$ pares $(x, y) \in [0,1]^2$ tales que $x + y \leq 1$, orden '$(x_1, x_2) \leq (y_1, y_2) \Leftrightarrow x_1 \leq x_2$ & $y_2 \leq y_1$': Atanasov!

Colectivos III

Nota

Otro tipo de L-conjuntos, más sensato que los de Atanasov e igualmente inútil,

L, ternas $(x_1, x_2, x_3) \in [0,1]^3$, tales que $x_2 \leq x_3$, ordenados por

$$(x_1, x_2, x_3) \leq (y_1, y_2, y_3) \Leftrightarrow x_1 \leq y_1 \;\& y_2 \leq x_2 \;\&\; y_3 \leq x_3$$

que 'podrían' llamarse linguistic fuzzy sets!

Conclusión

Zadeh CW

- $P = \{x_1, ..., x_n\}$ x_i variables
- $X = f(x_1, ..., x_n)$, conjeturas (consecuencias!) obtenidas algorítmicamente. ¿Qué funciones f valen?

Fin

Bob Dylan

The answer my friend is blowing in the wind.

GRACIAS!