

Clustering con conjuntos intervalo-valorados difusos para la segmentación de imágenes de ultrasonidos

Aranzazu Jurio Miguel Pagola Edurne Barrenechea Carlos Lopez-Molina

Departamento de Automática y Computación, Universidad Pública de Navarra. Pamplona (España)
{aranzazu.jurio,miguel.pagola,edurne.barrenechea,carlos.lopez}@unavarra.es

Resumen

En este trabajo utilizamos los conjuntos intervalo-valorados difusos en el algoritmo Fuzzy Cluster Means para segmentar imágenes. Presentamos la definición de Función de Equivalencia Restringida Intervalo-Valorada y dos métodos para su construcción. También demostramos experimentalmente que al utilizar estos nuevos conceptos, el algoritmo obtiene mejores resultados en la segmentación de imágenes de ultrasonidos que cuando no se utilizan intervalos.

Palabras clave: Segmentación, Fuzzy Cluster Means, Conjuntos Intervalo-valorados difusos, Funciones de Equivalencia Restringida, Imágenes de ultrasonidos.

1 Introducción

Los quistes en el pecho, pequeñas acumulaciones de fluido, son la causa más importante de los tumores benignos (no cancerígenos). Durante los exámenes mamográficos, se utilizan imágenes de ultrasonidos para evaluar las anomalías presentes en las mamas. De cada anomalía, un radiólogo experto estudia su tamaño, área y otras características morfológicas [15] para determinar si es un quiste o no. Por tanto, el desarrollo de métodos que separen automáticamente la zona perteneciente al quiste del resto de la imagen, es muy importante para un correcto y rápido diagnóstico.

Uno de los factores que más influyen en la segmentación de imágenes de ultrasonidos es su mala calidad. El ruido, las sombras y la atenuación hacen que la segmentación sea una tarea muy complicada [12]. Se han propuesto varios métodos para segmentar imágenes de ultrasonidos, de los que una revisión muy completa puede encontrarse en [11].

Algunos de estos métodos se basan en la umbralización [6, 7] de la imagen, con el inconveniente de que en ellos sólo tiene en cuenta la intensidad de los píxeles. Para solventar este problema, en [13] se propone un sistema difuso intervalo-valorado en el que para cada píxel se trabaja con más de un atributo.

Un método muy utilizado para la segmentación de imágenes es el clustering. El propósito de este trabajo es adaptar el conocido algoritmo Fuzzy Cluster Means (FCM) [1, 2]. Dicho algoritmo trata de clasificar un conjunto de objetos, en este caso los píxeles de la imagen, en un determinado número de clusters. Dicho número debe ser especificado a priori. La idea principal es hallar tantos centros como clusters se quieren calcular, intentando minimizar la distancia entre cada píxel y los centros de los clusters.

La clasificación de algunos píxeles en un cluster o en otro es muy complicada, incluso para un experto. Esta duda se puede reflejar mejor si utilizamos intervalos de pertenencia en lugar de pertenencias únicas. Por ello, vamos a trabajar con conjuntos intervalo-valorados difusos [16].

Como ya hemos dicho, el algoritmo que proponemos se basa en el FCM. Las aportaciones que proponemos a este conocido algoritmo son dos: el uso de conjuntos intervalo-valorados difusos y la búsqueda de la máxima equivalencia intervalar entre los píxeles de la imagen y los centros de los clusters que se obtienen. Como representamos la incertidumbre mediante intervalos, para encontrar la máxima equivalencia nos vemos obligados a definir las Funciones de Equivalencia Restringida Intervalo-Valoradas.

Este trabajo se organiza de la siguiente forma: primero explicamos algunos conceptos preliminares. En la sección 3 definimos la nueva función de Equivalencia Restringida Intervalo-Valorada. En la sección 4, explicamos la aplicación de estas funciones a la segmentación de imágenes de ultrasonidos. Finalmente, mostramos algunos resultados experimentales y conclusiones.

2 Preliminares

Sabemos que en la teoría de conjuntos difusos una función $n : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ con $n(0) = 1$, $n(1) = 0$ que es estrictamente decreciente y continua se llama negación estricta. Si, además, n es involutiva, entonces se dice que n es una negación fuerte.

Denotamos por $L([0, 1])$ el conjunto de todos los subintervalos cerrados del intervalo unidad; esto es,

$$L([0, 1]) = \{\mathbf{x} = [\underline{x}, \bar{x}] \mid (\underline{x}, \bar{x}) \in [0, 1]^2 \text{ y } \underline{x} \leq \bar{x}\}.$$

$L([0, 1])$ es un conjunto parcialmente ordenado con respecto a la relación $\leq_L$ que se define de la siguiente manera: dado $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in L([0, 1])$,

$$\mathbf{x} \leq_L \mathbf{y} \text{ si y sólo si } \underline{x} \leq \underline{y} \text{ y } \bar{x} \leq \bar{y};$$

$$\mathbf{x} =_L \mathbf{y} \text{ si y sólo si } \underline{x} = \underline{y} \text{ y } \bar{x} = \bar{y};$$

La relación superior es transitiva y antisimétrica y expresa el hecho de que $\mathbf{x}$ está fuertemente relacionado con $\mathbf{y}$, por lo que $(L([0, 1]), \leq_L)$ es un retículo completo, donde el elemento más pequeño es $0_L = [0, 0]$, y el mayor $1_L = [1, 1]$.

Definición 1 Un conjunto intervalo-valorado difuso A en el universo $U \neq \emptyset$ es un mapeo $A : U \rightarrow L([0, 1])$.

Definición 2 Una negación IV es una función $N : L([0, 1]) \rightarrow L([0, 1])$ que es decreciente (con respecto a $\leq_L$) tal que $N(1_L) = 0_L$ y $N(0_L) = 1_L$. Si para todo $\mathbf{x} \in L([0, 1])$, $N(N(\mathbf{x})) = \mathbf{x}$, se dice que N es involutiva.

Teorema 1 [9, 3] Una función $N : L([0, 1]) \rightarrow L([0, 1])$ es una negación IV involutiva si y sólo si existe una negación involutiva n tal que

$$N(\mathbf{x}) = [n(\bar{x}), n(\underline{x})].$$

Definición 3 [4] Una función $REF : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ se dice función de equivalencia restringida si satisface las siguientes condiciones:

- (1) $REF(x, y) = REF(y, x)$ para todo $x, y \in [0, 1]$;
- (2) $REF(x, y) = 1$ si y sólo si $x = y$;
- (3) $REF(x, y) = 0$ si y sólo si $x = 1, y = 0$ o $x = 0, y = 1$;
- (4) $REF(x, y) = REF(n(x), n(y))$ para todo $x, y \in [0, 1]$, siendo n una negación fuerte;
- (5) Para todo $x, y, z \in [0, 1]$, si $x \leq y \leq z$, entonces $REF(x, y) \geq REF(x, z)$ and $REF(y, z) \geq REF(x, z)$.

Definición 4 [10] Una función $F : L([0, 1])^2 \rightarrow L([0, 1])$ se dice descomponible si existen dos funciones $F_1, F_2 : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que para todo $[\underline{x}, \bar{x}], [\underline{y}, \bar{y}] \in L([0, 1])$ satisfacen que

$$F([\underline{x}, \bar{x}], [\underline{y}, \bar{y}]) = [F_1(\underline{x}, \underline{y}), F_2(\bar{x}, \bar{y})]$$

Definición 5 [8] Una función binaria de agregación se define como una función $Ag : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ tal que:

- (1) $Ag(x_1, x_2) \leq Ag(y_1, y_2)$ siempre que $x_1 \leq y_1$ y $x_2 \leq y_2$;
- (2) $Ag(0, 0) = 0$ y $Ag(1, 1) = 1$.

3 Funciones de Equivalencia Restringida Intervalo-valoradas

Definición 6 Una Función de Equivalencia Restringida Intervalo-valorada (REF_{IV}) es una función

$$REF_{IV} : L([0, 1]) \times L([0, 1]) \rightarrow L([0, 1])$$

tal que:

- (1) $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = REF_{IV}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$ para todo $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in L([0, 1])$;
- (2) $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1_L$ si y sólo si $\mathbf{x} = \mathbf{y}$;
- (3) $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0_L$ si y sólo si $\mathbf{x} = 1_L, \mathbf{y} = 0_L$ or $\mathbf{x} = 0_L, \mathbf{y} = 1_L$;
- (4) $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = REF_{IV}(N(\mathbf{x}), N(\mathbf{y}))$ siendo N una negación involutiva;
- (5) Para todo $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in L([0, 1])$, si $\mathbf{x} \leq_L \mathbf{y} \leq_L \mathbf{z}$, entonces $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq_L REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ y $REF_{IV}(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \geq_L REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$.

Teorema 2 No existe ninguna REF_{IV} descomponible.

Demostración Suponemos que existe una REF_{IV} descomponible, es decir, existen dos funciones $F_1, F_2 : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ tal que:

$$REF_{IV}([\underline{x}, \bar{x}], [\underline{y}, \bar{y}]) = [F_1(\underline{x}, \underline{y}), F_2(\bar{x}, \bar{y})]$$

de tal forma que REF_{IV} cumple las cinco propiedades exigidas en la definición 6. Es decir:

- (1) Como $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = REF_{IV}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$, entonces F_1 y F_2 deben satisfacer que $F_1(a, b) = F_1(b, a)$ y $F_2(a, b) = F_2(b, a)$ para todo $a, b \in [0, 1]$.
- (2) Como $REF_{IV}([\underline{x}, \bar{x}], [\underline{y}, \bar{y}]) = 1_L$ si y sólo si $\underline{x} = \underline{y}$ y $\bar{x} = \bar{y}$, entonces $F_1(\underline{x}, \underline{x}) = 1$ y $F_2(\bar{x}, \bar{x}) = 1$, por lo que para todo $x \in [0, 1]$ $F_1(x, x) = F_2(x, x) = 1$.

(3) Como $REF_{IV}(\underline{x}, \bar{x}), [\underline{y}, \bar{y}] = 0_L$ si y sólo si $\mathbf{x} = 0$ y $\mathbf{y} = 1$ o viceversa, entonces $F_1(0, 1) = 0$ y $F_2(0, 1) = 0$.

(4) Como $REF_{IV}([\underline{x}, \bar{x}], [\underline{y}, \bar{y}]) = REF_{IV}([n(\bar{x}), n(\underline{x})], [n(\bar{y}), n(\underline{y})])$, entonces $[F_1(\underline{x}, \underline{y}), F_2(\bar{x}, \bar{y})] = [F_1(n(\bar{x}), n(\bar{y})), F_2(n(\underline{x}), n(\underline{y}))]$. Separando cada término, $F_1(\underline{x}, \underline{y}) = F_1(n(\bar{x}), n(\bar{y}))$ y $F_2(\bar{x}, \bar{y}) = F_2(n(\underline{x}), n(\underline{y}))$. En particular, si $\underline{x} = 1$ y $\underline{y} = 0$, y $\bar{x} = \bar{y} = 1$ entonces $F_2(\bar{x}, \bar{y}) = F_2(1, 1) = 1$ y $F_2(n(\underline{x}), n(\underline{y})) = F_2(0, 1) = 0$. $1 \neq 0$, por lo que no existe ninguna REF_{IV} descomponible.

Teorema 3 Sea REF una función de equivalencia restringida, y Ag_1 y Ag_2 dos funciones de agregación simétricas tal que:

(i) $Ag_1 \leq Ag_2$;

(ii) $Ag_1(a, b) = 1$ si y sólo si $a = b = 1$;

(iii) $Ag_2(a, b) = 0$ si y sólo si $a = b = 0$.

Bajo estas condiciones, la función

$$REF_{IV} : L([0, 1]) \times L([0, 1]) \rightarrow L([0, 1])$$

dada por

$$REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = [Ag_1(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y})), Ag_2(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y}))]$$

es una REF_{IV} en el sentido de la Definición 6.

Demostración Por hipótesis, Ag_1 es más pequeña que Ag_2 , por lo que REF_{IV} es un intervalo válido.

(1) REF , Ag_1 y Ag_2 son funciones conmutativas, por lo que REF_{IV} es también una función conmutativa.

(2) (Suficiencia) Si

$$REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1_L,$$

entonces $Ag_1(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y})) = 1$, por lo que por (ii), $REF(\underline{x}, \underline{y}) = REF(\bar{x}, \bar{y}) = 1$. Una REF vale 1 si y sólo si ambos argumentos son iguales, por lo que $\underline{x} = \underline{y}$ y $\bar{x} = \bar{y}$, es decir $\mathbf{x} = \mathbf{y}$.

(Necesidad) Si $\mathbf{x} = \mathbf{y}$, es decir, $\underline{x} = \underline{y}$ y $\bar{x} = \bar{y}$, entonces

$$\begin{aligned} REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= [Ag_1(REF(\underline{x}, \underline{x}), REF(\bar{x}, \bar{y})), \\ &\quad Ag_2(REF(\underline{x}, \underline{x}), REF(\bar{x}, \bar{y}))] = \\ &= [Ag_1(1, 1), Ag_2(1, 1)] \end{aligned}$$

por la segunda propiedad de la Definición 5 es lo mismo que $[1, 1]$.

(3) (Suficiencia) Si $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0_L$, entonces $Ag_2(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y})) = 0$, lo que significa por (iii) que $REF(\underline{x}, \underline{y}) = REF(\bar{x}, \bar{y}) = 0$. Una REF vale 0 si y sólo si uno de los argumentos vale 0 y el otro 1, por lo que $\underline{x} = 1$ e $\underline{y} = 0$ o viceversa, y $\bar{x} = 1$ y $\bar{y} = 0$ o viceversa, es decir $\underline{x} = \bar{x} = 1$ y $\underline{y} = \bar{y} = 0$ o viceversa.

(Necesidad) Si $\mathbf{x} = 1_L$ y $\mathbf{y} = 0_L$, entonces $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = [Ag_1(REF(1, 0), REF(1, 0)), Ag_2(REF(1, 0), REF(1, 0))] = [Ag_1(0, 0), Ag_2(0, 0)]$, lo que es igual a $[0, 0]$ por la segunda propiedad de la Definición 5.

(4) $REF_{IV}(N(\mathbf{x}), N(\mathbf{y})) = [Ag_1(REF(n(\bar{x}), n(\bar{y})), REF(n(\underline{x}), n(\underline{y}))), Ag_2(REF(n(\bar{x}), n(\bar{y})), REF(n(\underline{x}), n(\underline{y})))]$. Como $REF(\underline{x}, \underline{y}) = REF(n(\underline{x}), n(\underline{y}))$ y $REF(\bar{x}, \bar{y}) = REF(n(\bar{x}), n(\bar{y}))$, entonces $REF_{IV}(N(\mathbf{x}), N(\mathbf{y})) = [Ag_1(REF(\bar{x}, \bar{y}), REF(\underline{x}, \underline{y})), Ag_2(REF(\bar{x}, \bar{y}), REF(\underline{x}, \underline{y}))]$. Como Ag_1 y Ag_2 son funciones conmutativas, esta expresión es igual a $[Ag_1(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y})), Ag_2(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y}))] = REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.

(5) Si $\mathbf{x} \leq_L \mathbf{y} \leq_L \mathbf{z}$, entonces $\underline{x} \leq \underline{y} \leq \underline{z}$ y $\bar{x} \leq \bar{y} \leq \bar{z}$. Por (5) de la Definición 3, $REF(\underline{x}, \underline{y}) \geq REF(\underline{x}, \underline{z})$ y $REF(\bar{x}, \bar{y}) \geq REF(\bar{x}, \bar{z})$. Por (1) de la Definición 5 $Ag_1(REF(\underline{x}, \underline{z}), REF(\bar{x}, \bar{z})) \leq Ag_1(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y}))$ y $Ag_2(REF(\underline{x}, \underline{z}), REF(\bar{x}, \bar{z})) \leq Ag_2(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y}))$, por lo que $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. El razonamiento para $REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq REF_{IV}(\mathbf{y}, \mathbf{z})$ se hace análogamente.

Corolario 1 Dada una función de equivalencia restringida REF , y dadas T y S una t -norma y una t -conorma,

$$REF_{IV}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = [T(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y})), S(REF(\underline{x}, \underline{y}), REF(\bar{x}, \bar{y}))]$$

es una REF_{IV} .

Demostración Este corolario es equivalente al Teorema 3. En este sentido, cualquier t -norma cumple las propiedades exigidas a Ag_1 y cualquier t -conorma cumple las propiedades exigidas a Ag_2 .

Es necesario que $Ag_1(a, b) = 1$ si y sólo si $a = b = 1$. (Suficiencia) Si la t -norma es el mínimo, si $\min(a, b) = 1$, entonces $a = b = 1$. Como el mínimo es la mayor de todas las t -normas, para que valga 1 los argumentos de cualquier t -norma deben ser mayores o iguales que 1. Como las t -normas trabajan sobre el intervalo unidad, es necesario que ambos argumentos sean 1.

(Necesidad) Sabemos que $T(1, x) = x$ para cualquier $x \in [0, 1]$. Si $x = y = 1$, entonces $T(1, 1) = 1$.

Es necesario que $Ag_2(a, b) = 0$ si y sólo si $a = b = 0$. (Suficiencia) Si la t-conorma es el máximo, si $max(a, b) = 0$, entonces $a = b = 0$. Como el máximo es la menor de todas las t-conormas, para que cualquier t-conorma valga 0 sus argumentos deben ser menores o iguales a 0. Como las t-conormas trabajan sobre el intervalo unidad, es necesario que ambos argumentos valgan 0.

(Necesidad) Sabemos que $S(x, 0) = x$ para cualquier $x \in [0, 1]$. Si $x = y = 0$, entonces $S(0, 0) = 0$.

Ejemplo 1 Si elegimos $T = \min$, $S = \max$ y $REF(x, y) = 1 - |x - y|$, tenemos que:

$$\begin{aligned} REF_{IV}(\underline{x}, \underline{y}) &= [\min(1 - |\underline{x} - \underline{y}|, 1 - |\bar{x} - \bar{y}|), \\ &\quad \max(1 - |\underline{x} - \underline{y}|, 1 - |\bar{x} - \bar{y}|)] = \\ [1 - \max(|\underline{x} - \underline{y}|, |\bar{x} - \bar{y}|), 1 - \min(|\underline{x} - \underline{y}|, |\bar{x} - \bar{y}|)] &= \\ N([\min(|\underline{x} - \underline{y}|, |\bar{x} - \bar{y}|), \max(|\underline{x} - \underline{y}|, |\bar{x} - \bar{y}|)]) &= \end{aligned}$$

4 Aplicación de REF_{IV} al algoritmo de clustering

El algoritmo propuesto en este artículo es una modificación del algoritmo Fuzzy Cluster Means (FCM) [1, 2]. Este último trata de encontrar el punto más característico de cada cluster, que pasa a ser considerado su centroide, y el grado de pertenencia de cada objeto a cada cluster. Esto se logra minimizando la función objetivo:

$$J_m(U, V) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^K w_{ij}^m \|x_j - C_i\|^2$$

En el nuevo algoritmo que proponemos, la imagen se segmenta en K áreas, representadas por K centroides intervalares, maximizando la equivalencia en cada área, usando las funciones de equivalencia restringida intervalo-valoradas que hemos definido previamente.

El algoritmo comienza con la inicialización de todos los parámetros requeridos. En primer lugar es necesario construir el conjunto intervalo-valorado difuso asociado a la imagen. Para ello, a cada píxel se le asigna un intervalo basándose en una malla centrada en sí mismo. El resto de parámetros que se deben inicializar son el número de áreas que se quieren segmentar, el grado de fuzzificación, la matriz de pesos, el número máximo de iteraciones y el umbral de finalización.

Una vez completada la inicialización, el algoritmo entra en un bucle. En él, se calcula el centroide de cada cluster y la matriz de pesos, hasta que la mejora sea no significativa. Para actualizar la matriz de pesos usamos las funciones de equivalencia restringidas intervalo-valoradas.

Cuando el bucle ha terminado, el algoritmo etiqueta cada píxel para mostrar los resultados. Para ello, cada píxel se asocia al cluster con el mayor peso en la matriz de pesos.

4.1 Estructura del algoritmo

1. Dada una imagen con n píxeles, construir el conjunto intervalo-valorado difuso asociado a ella $A = \{[\underline{x}_i, \bar{x}_i] | x_i \in X\}$ con $i = 1 \dots n$.
2. Inicializar
 - 2.1 K = número de áreas a segmentar.
 - 2.2 T = número máximo de iteraciones.
 - 2.3 m = grado de fuzzificación, $1 \leq m \leq \infty$.
 - 2.4 ε = umbral de finalización, $\varepsilon > 0$.
 - 2.5 W = matriz de pesos, $0 \leq w_{ij} \leq 1$ con $i = 1 \dots n$ y $j = 1 \dots K$.
 - 2.6 t = iteración actual = 0.
3. REPETIR

3.1 Incrementar la iteración actual

3.2 Calcular los centroides

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^n w_{ij}^m [\underline{x}_i, \bar{x}_i]}{\sum_{i=1}^n w_{ij}^m} \quad (1)$$

3.3 Actualizar la matriz de pesos $w_{ij} =$

$$\left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{1 - (Ag(REF_{IV}(\underline{x}_i, C_j)))}{1 - (Ag(REF_{IV}(\underline{x}_i, C_k)))} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right)^{-1}$$

where $\underline{x}_i = [\underline{x}_i, \bar{x}_i]$, $C_j = [C_j, \bar{C}_j]$, $C_k = [C_k, \bar{C}_k]$ and

$$Ag(REF_{IV}(\underline{x}, \underline{y})) = \frac{REF_{IV}(\underline{x}, \underline{y}) + \overline{REF_{IV}}(\underline{x}, \underline{y})}{2}.$$

3.4 Calcular el error.

HASTA $t = T$ o $error \leq \varepsilon$.

4. Etiquetar la imagen.

4.2 Preprocesamiento

Para probar la efectividad del nuevo algoritmo, vamos a segmentar algunas imágenes de ultrasonidos. En este caso trabajamos con imágenes de ultrasonidos de mamás, en las que el objetivo es clasificar cada píxel de la imagen. Es decir, decidir si pertenece a la zona que queremos segmentar (tumor) o al fondo.

Dadas las características de este tipo de imágenes, donde aparecen varias posibles zonas a analizar, es necesario elegir el píxel central de la zona deseada. Como el usuario debe contribuir con cierta información, decimos que el sistema propuesto es parcialmente supervisado.

Para mejorar los resultados preprocesamos las imágenes. Para ello, creamos dos nuevas imágenes partiendo de cada

una de las originales. La primera de ellas es una imagen de bordes difusos mientras que la segunda es una imagen realzada. Un ejemplo de estas nuevas imágenes se puede ver en la Fig. 1.

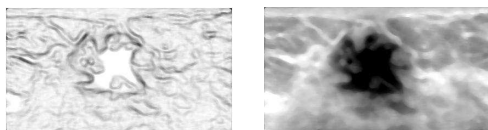


Figura 1: Imágenes de bordes difusos y realzada.

El algoritmo explicado anteriormente se va a ejecutar sobre estas dos imágenes, asociando a cada píxel un vector de dos intervalos. De esta forma, los centroides de cada cluster se representan por vectores de dos intervalos y cada píxel tiene un único valor de pertenencia a cada cluster.

4.2.1 Imagen realzada

Para crear la imagen realzada utilizamos el algoritmo de Sabha et. al. [14] para imágenes de ultrasonidos. La idea principal es borrar el ruido de la imagen y realzar los niveles de gris de la zona seleccionada. En primer lugar el ruido se borra utilizando el filtro de la mediana (7x7 o 9x9). Después, cada píxel se fuzzifica dependiendo de su nivel de gris usando una función de pertenencia que tiene en cuenta el nivel de gris de la vecindad del píxel.

4.2.2 Imagen de bordes difusos

La imagen de bordes difusos representa, para cada píxel, en qué medida ese píxel forma parte del borde. En [5] se presenta un método para obtener bordes difusos a partir de t-normas y t-conormas. Para cada píxel, el primer paso es construir una submatriz (3x3, 5x5, etc.). Aplicando una t-norma a los elementos de la submatriz se obtiene el extremo inferior del intervalo. Análogamente, el extremo superior se obtiene aplicando una t-conorma a la misma submatriz. La amplitud del intervalo, es decir, el extremo superior del intervalo menos el extremo inferior, se llama borde difuso. Si la t-norma y la t-conorma elegidas son el mínimo y el máximo respectivamente, el borde difuso consiste básicamente en la resta del máximo de los elementos de la submatriz menos el mínimo de los elementos.

4.3 Experimento

Las pruebas que mostramos a continuación se basan en las 8 imágenes de ultrasonidos que se muestran en la Fig. 2. Son imágenes de mamás en las que existen zonas de posibles tumores. A la hora de crear el intervalo asociado a cada imagen nos basamos en una malla 5x5 centrada en cada píxel. Para el extremo inferior tomamos el mínimo de dichos valores y para el extremo superior el máximo. Como expresión de REF_{IV} utilizamos la que se muestra en el ejemplo 1.

Para calcular la efectividad del método de segmentación que proponemos, usamos la medida de solapamiento de áreas entre la imagen calculada y la imagen objetivo. Esta última ha sido creada por un radiólogo experto.

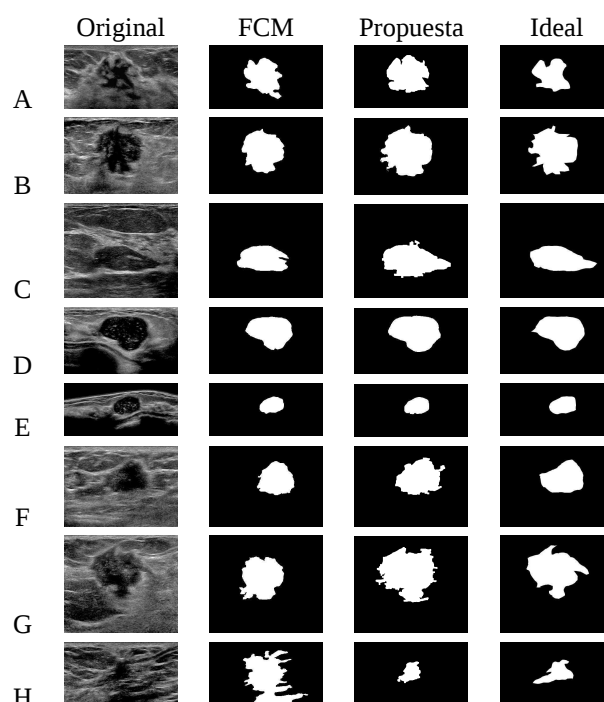


Figura 2: Resultados obtenidos.

Vamos a comparar los resultados obtenidos por nuestro algoritmo con los obtenidos mediante el algoritmo FCM, basándonos en su parecido con las imágenes objetivo. En la Fig. 2 se muestra una comparación gráfica de los resultados obtenidos. La primera columna muestra la imagen original, la segunda y la tercera se corresponden con las segmentaciones calculadas por el FCM y el algoritmo que proponemos respectivamente. Finalmente, la cuarta columna muestra la segmentación ideal.

Como se puede ver, los resultados obtenidos por el algoritmo propuesto se parecen más a la imagen ideal que los obtenidos por el FCM. Esta mejora se puede comprobar numéricamente con el porcentaje del solapamiento de áreas entre cada imagen y su ideal correspondiente (ver la tabla 1, donde A, B, ... H se refiere a cada una de las imágenes mostradas en la imagen 2).

Tabla 1: Soluciones analíticas.

	A	B	C	D
FCM	75.17	76.73	73.28	84.48
Propuesta	72.51	89.43	81.12	91.47
	E	F	G	H
FCM	74.11	72.65	57.87	27.55
Propuesta	76.77	81.72	77.54	53.49

Con estas pruebas, nuestro algoritmo propuesto mejora los resultados obtenidos por el FCM en un 10.2837%. Podemos decir que este es un buen resultado, ya que cualquier mejora en la segmentación correcta de este tipo de imágenes es un buen resultado.

El uso de los conjuntos intervalo-valorados difusos en este tipo de imágenes mejoran la precisión de la segmentación. En algunos casos, son capaces de descubrir zonas que a simple vista no son fácilmente reconocibles, como se puede ver en las imágenes mostradas.

5 Conclusiones

En este trabajo mostramos la ventaja de utilizar los conjuntos intervalo-valorados difusos en el algoritmo FCM. Para ello hemos introducido el concepto de función de equivalencia restringida intervalo-valorada. Hemos presentado un método para su construcción basado en funciones de agregación, y un caso particular de este método, basado en t-normas y t-conormas. En los resultados experimentales hemos demostrado la eficacia del método.

Como trabajo futuro, sería conveniente comparar los resultados obtenidos mediante el FCM con conjuntos intervalo-valorados difusos, con otros métodos de segmentación de imágenes de ultrasonidos, como los de umbralización [6, 7] o los sistemas difusos intervalo-valorados [13].

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Educación y Ciencia con el proyecto TIN2007-65981.

Referencias

- [1] J.C. Bezdek. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms. Plenum, NY (1981).
- [2] J.C. Bezdek, J. Keller, R. Krisnapuram, N.R. Pal. Fuzzy Models and Algorithms for Pattern Recognition and Image Processing. (Kluwer Academic Publishers) (1999).
- [3] H. Bustince, E.Barrenechea, M. Pagola. Generation of Interval-Valued Fuzzy and Atanassov's Intuitionistic Fuzzy Connectives from Fuzzy Connectives and from K_α Operators: Laws for Conjunctions and Disjunctions, Amplitude. *International Journal of Intelligent Systems*, vol. 23 (2008) 680-714.
- [4] H. Bustince, E. Barrenechea, M. Pagola. Restricted equivalence functions. *Fuzzy Sets and Systems* 157 (2006) 2333-2346.
- [5] H. Bustince, E. Barrenechea, M. Pagola, R. Orduna. Construction of interval type 2 fuzzy images to represent images in grayscale. False edges. FUZZY IEEE 2007. London, U.K.
- [6] H. Bustince, J. Sanz, J. Olagoitia. Umbralización de imágenes utilizando conjuntos intervalo-valorados difusos. Importancia del algoritmo de Tizhoosh. *Proceedings of ESTYLF'08*.
- [7] H. Bustince, et al. Ignorance functions. An application to the calculation of the threshold in prostate ultrasound images. *Fuzzy Sets and Systems*(2009),doi: 10.1016/j.fss.2009.03.005
- [8] T. Calvo, A. Kolesarova, M.Komornikova, R. Mesiar. Aggregation operators: properties, classes and construction methods. In T. Calvo, G. Mayor and R. Mesiar (eds): *Aggregation Operators New Trends and Applications* (Physica-Verlag, Heidelberg, 2002) 3-104.
- [9] G. Deschrijver, C. Cornelis, E.E.Kerre. On the representation of intuitionistic fuzzy T-norms and T-conorms. *IEEE Trans Fuzzy Syst.* 12(1) (2004) 45-61.
- [10] P. Drygas. The problem of distributivity between binary operations in bi-fuzzy set theory. *Proceedings of IPMU'08*. L. Magdalena, M. Ojeda-Aciego, J.L. Verdegay (eds). (2008) 1648-1653.
- [11] J.A. Noble, D. BouKerroui. Ultrasound image segmentation: A survey. *IEEE Transactions on Medical Imaging* 25 (2006) 987-1010.
- [12] K. Ogawa, M. Fukushima, K. Kubota, N. Hisa. Computer-aided diagnosis system for diffuse liver-diseases with ultrasonography by neural networks. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 45(6) (1998) 3069-3074.
- [13] M. Pagola, E. Barrenechea, A. Jurio, M. Galar, P. Couto, F. Sahba, H. Tizhoosh. Interval-Valued Fuzzy System for Segmentation of Prostate Ultrasound Images. *Proceedings of IFSA/EUSFLAT 2009*.
- [14] F. Sahba, H.R. Tizhoosh, M.M. Salama. A coarse-to-fine approach to prostate boundary segmentation in ultrasound images. *BioMedical Engineering OnLine*. (2005) 4-58.
- [15] M.H. Yap, E.A. Edirisinghe, H.E. Bez. A novel algorithm for initial lesion detection in ultrasound breast images. *Journal of applied clinical medical physics* (Fall 2008). Vol. 9, number 4.
- [16] L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I. *Information Science*. 8 (1975) 199-249.