

SISTEMA NEURO-DIFUSO PARA EL MODELADO DE LA EVOLUCIÓN DEL COLOR. MODELADO DE UN PROCESO DE BLANQUEAMIENTO DENTAL

L. J. Herrera¹ H. Pomares¹ I. Rojas¹ J. Santana² R. Pulgar²
R. Ghinea³ M. M. Perez³

¹ Departamento de Arquitectura y Tecnología de los Computadores. Universidad de Granada, jherrera@atc.ugr.es

² Departamento de Estomatología. Universidad de Granada

³ Departamento del Óptica. Universidad de Granada

Resumen

El modelado del cambio de color es una problemática esencial en diferentes aplicaciones colorimétricas. En concreto, la aproximación al color esperado tras un proceso físico, químico o natural es de vital importancia en la industria y en la ciencia del color en general. Este trabajo propone un enfoque neuro difuso para la resolución del problema de modelado de cambio cromático. En concreto se aplicará el enfoque propuesto a un problema de gran importancia desde el punto de vista clínico en odontología tal y como es el modelado de la variación cromática del diente tras el proceso de blanqueamiento. La disposición de herramientas que ayuden a predecir dichos cambios, partiendo de la cromaticidad inicial del diente y el protocolo establecido, puede resolver el problema de falta de información sobre el color dental esperado tras un tratamiento concreto y ayudará al odontólogo en la toma de decisiones sobre el protocolo adecuado y su información al paciente.

Palabras Clave: Sistemas Neuro Difusos, Modelado Local y Global, Modelado del Color, Espacio de Color CIELAB.

1 INTRODUCCIÓN

El modelado de variaciones del color tras un proceso físico, químico o natural puede ser una importante herramienta en la práctica industrial. En concreto, la aproximación al color esperado tras un determinado proceso, es de vital importancia en cualquier aplicación colorimétrica y en la ciencia del color, en general [10] [11].

Dentro de las numerosas metodologías de modelado existentes en las áreas de la Estadística y el Aprendizaje Automático o Machine Learning, los sistemas neuro-difusos presentan grandes ventajas frente a otras alternativas, al combinar las capacidades aproximativas no lineales de las redes neuronales, junto con las propiedades interpretativas de los modelos difusos. Componen una metodología que proporciona una manera simple de obtener una conclusión a partir de información de entrada imprecisa. El diseño y optimización de estos modelos, en el que los expertos pueden intervenir, resulta en un conjunto de reglas a partir de un repertorio de mediciones disponibles, que facilita el análisis y utilización de dichos modelos para un estudio más claro y en profundidad del fenómeno físico que se estaba modelando.

Este trabajo presenta un modelo neuro-difuso orientado a la modelización del cambio de color en un sistema. Las mediciones de color en óptica suelen obtenerse y representarse utilizando un espacio de representación tridimensional. En este trabajo nos centramos en el espacio CIELAB y exponemos la aplicación de la metodología propuesta a un problema de modelado del cambio cromático producido tras un proceso de blanqueamiento dental.

El blanqueamiento dental es cada vez más popular entre pacientes y dentistas al ser una opción sencilla y no invasiva que proporciona blanqueado y abrillantado de los dientes. Su predicción puede ayudar a proporcionar guías sobre los resultados esperados tras dichos tratamientos. Estas guías deben contener shades/tonos que contemplen en gran medida la población. En este sentido, un aspecto de gran interés, y no abordado hasta la actualidad, es el estudio de cambio de color para pacientes con tinción de tetraciclina, lo cuales suelen recurrir a tratamientos de blanqueamiento para eliminar dicha tinción. Por tanto, en este trabajo se tratará con dos grupos de pacientes diferentes, (pacientes tetraciclínicos) y otros sin tinción por tetraciclina (pacientes “normales”) ya

que la respuesta al tratamiento de ambos grupos de pacientes, es decir el cambio cromático, puede diferir.

El resto del trabajo se organiza de la siguiente forma: La sección 2 describe el espacio CIELAB y los valores de mediciones obtenidos para el problema dado. La sección 3 presenta el modelo neuro-difuso diseñado para efectuar el modelado. La sección 4 presenta los resultados obtenidos y el conjunto de reglas diseñadas. La sección 5 presenta las conclusiones más relevantes de este estudio.

2 REPRESENTACIÓN DEL COLOR: ESPACIO CIELAB. COLOR DE LOS DIENTES

La localización de cualquier color en el sistema CIELAB está determinada por sus coordenadas L^* , a^* y b^* (Figura 1). L^* es la luminosidad y está cuantificada en una escala de 0 (negro) a 100 (blanco). La componente a^* representa la diferencia entre rojo ($+a^*$) y verde ($-a^*$) y la componente b^* representa la diferencia entre amarillo ($+b^*$) y azul ($-b^*$). Estos dos componentes están inspirados en la teoría de los colores oponentes.

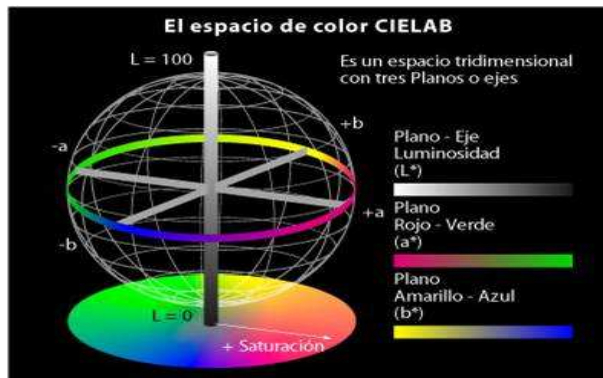


Figura 1: Espacio CIELAB de color.

En la actualidad, el sistema de representación CIELAB es el más empleado en la práctica industrial relacionada con alimentos, tejidos, etc. y es el recomendado por la CIE (Comisión Internacional de l'Eclaire) para la evaluación del color [2]. Además, debido a su uniformidad respecto a otros espacios, CIELAB es el sistema en el que están basadas las más actuales fórmulas de diferencia de color: CIELAB, CIE94 y CIEDE2000.

Por todo ello, en odontología y más en concreto en los trabajos de investigación relacionados, es usual el empleo del espacio CIELAB para la especificación del color del diente y de los materiales de restauración den-

tal. Más aún, la reciente guía clínica de color, VITA 3D-Máster, está basada en la estructura de CIELAB.

3 SISTEMA NEURO-DIFUSO PARA EL MODELADO DEL CAMBIO CROMÁTICO

La lógica difusa está adquiriendo cada vez mayor atención en la literatura de óptica y de color [1] [8]. Además, en el área de la odontología, algunos trabajos han utilizado lógica difusa para caracterizar la superficie del diente en la práctica parodontológica y la eliminación de cálculos dentales o para detectar y cuantificar la placa dental [7].

Este trabajo presenta una metodología para el estudio del cambio de color durante un tratamiento de blanqueamiento basado en un sistema neuro-difuso, enfoque no utilizado aún en la literatura de color dental o de cambio de color en general. Dado que el objetivo es encontrar el color tras el proceso estudiado, deberían estudiarse en un principio cuáles son las variables que pueden influir en dicho color final. En el enfoque propuesto en este trabajo, en ausencia de otra información, se restringirá el modelo para considerar tan solo el color inicial del diente para modelar el color final del mismo, de forma que el sistema difuso abstraiga el color final esperado según el color inicial del diente. El estudio de ese proceso de cambio de color en el espacio tridimensional CIELAB (dimensiones L^* , a^* , b^*), y considerando sistemas difusos de tipo TSK (con consecuentes numéricos), definiría por tanto reglas de la forma siguiente,

$$\begin{aligned} \text{SI } L_i^* \text{ es } \mu_{L^*}^k \text{ Y } a_i^* \text{ es } \mu_{a^*}^k \text{ Y } b_i^* \text{ es } \mu_{b^*}^k \\ \text{ENTONCES} \\ L_f^* = \tilde{L}_f^{*k} \text{ Y } a_f^* = \tilde{a}_f^{*k} \text{ Y } b_f^* = \tilde{b}_f^{*k} \end{aligned} \quad (1)$$

donde el sistema por tanto indicaría el valor de color tras el proceso estimado $\{\tilde{L}_f^*(\vec{x}), \tilde{a}_f^*(\vec{x}), \tilde{b}_f^*(\vec{x})\}$ para un valor de color inicial $\vec{x} = \{L_i^*, a_i^*, b_i^*\}$. El sistema de inferencia difuso utilizaría la siguiente función de salida del sistema difuso global $\tilde{y}(\vec{x})$ para cada una de las tres salidas estimadas correspondientes a las coordenadas CIELAB $\tilde{L}_f^*(\vec{x})$, $\tilde{a}_f^*(\vec{x})$ y $\tilde{b}_f^*(\vec{x})$:

$$\tilde{y}(\vec{x}) = \frac{\sum_{k=1}^K \mu^k(\vec{x}) \tilde{y}^k}{\sum_{k=1}^K \mu^k(\vec{x})} \quad (2)$$

La construcción de un sistema difuso óptimo implica la elección del número de reglas del sistema K , y la construcción adecuada de los antecedentes $\{\mu_{L^*}^k, \mu_{a^*}^k, \mu_{b^*}^k\}$

y consecuentes $\{L_f^* = \tilde{L}_f^{*k}, a_f^* = \tilde{a}_f^{*k}, b_f^* = \tilde{b}_f^{*k}\}$ para cada regla k . La optimización de estos parámetros del sistema difuso a partir de un conjunto de datos de entrada-salida (E/S), podría realizarse mediante métodos automáticos [5] [12] o mediante sistemas difusos genéticos [3]. La distribución de las reglas en concreto, podría seguir un particionamiento basado en grid, o un particionamiento sparse [12].

En el problema concreto propuesto en este trabajo, se definirán el número de reglas K y los conjuntos difusos en los antecedentes de dichas reglas según las medidas colorimétricas de los tonos definidos en la guía dental Vita-Classical, como información a priori sobre la categorización del color de los dientes. Esta guía es la más utilizada por los dentistas en las consultas debido a su relación con los sistemas de restauración dental y su utilización frecuente en estudios sobre blanqueamiento. Esto permitirá por tanto que el conjunto de reglas obtenido sea comprensible de forma más directa a nivel clínico.

Los valores en los consecuentes de las reglas sin embargo se optimizarán en un proceso de entrenamiento a partir de un conjunto de ejemplos de E/S. El conjunto de datos de entrenamiento serán mediciones de color antes (entrada) y después (salida) del cambio cromático. La obtención de los consecuentes óptimos en un modelo difuso se realiza mediante la minimización de la función del error cuadrático medio, que lleva a la creación de sistemas de ecuaciones lineales que pueden resolverse utilizando cualquier método matemático destinado a tal efecto [5]. En este trabajo se utilizó Descomposición de Valores Singulares para resolver los tres sistemas de ecuaciones construidos, uno para cada coordenada CIELAB, y obtener los coeficientes de los consecuentes óptimos para cada regla k : $\tilde{L}_f^{*k}$, $\tilde{a}_f^{*k}$ y $\tilde{b}_f^{*k}$.

El proceso de inferencia difuso diseñado modelará por tanto el comportamiento físico del cambio de color utilizando el conjunto de reglas construido. Ahora bien, la obtención de reglas significativas del proceso modelado no es sin embargo algo totalmente inherente al diseño de un modelo difuso [5] [6]: la interrelación de las reglas componentes del modelo es relevante en el proceso de entrenamiento de un sistema difuso, y los valores de los consecuentes obtenidos depende altamente del solapamiento existente entre las funciones de pertenencia en los antecedentes de las reglas.

Para evitar esta dependencia, se ha utilizado un proceso de inferencia modificada novedoso, adaptado de redes de funciones de base radial [4], y que corrige estas interacciones entre las reglas para evitar su solapamiento, inspiradas por estudios previos sobre sistemas difusos basados en grid [5]. Esta modificación

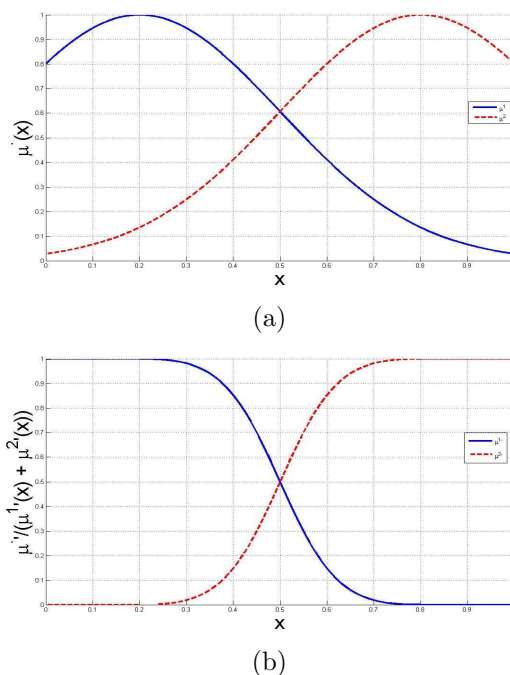


Figura 2: a) Funciones de pertenencia μ^1 y μ^2 originales para el ejemplo unidimensional. b) Funciones de pertenencia finales normalizadas utilizando el cálculo modificado $\frac{\mu^1(x)}{\mu^1(x) + \mu^2(x)}$ y $\frac{\mu^2(x)}{\mu^1(x) + \mu^2(x)}$.

consiste en forzar a que las activaciones de las reglas se anulen para todos los centros de reglas del sistema salvo para el propio centro, conservando sin embargo las propiedades de continuidad y derivabilidad e interpolativas del sistema de inferencia.

Tomando como ejemplo sencillo un problema unidimensional con dominio $[0,1]$ y con dos reglas con funciones de pertenencia Gaussianas, centradas, por ejemplo en $c^1 = 0.2$ y $c^2 = 0.8$ con $\sigma = 0.3$ (ver figura 2.(a)), existe un solapamiento moderado en la activación de ambas reglas. Para cumplir con el objetivo mencionado, se puede forzar a que la activación de la primera regla $\mu^1(x)$ quede limitada por la función $1 - \mu^2(x)$. En otras palabras, cuando la activación de la(s) regla(s) colindante(s) sea 1, la activación de la regla se forzará a tener valor cero. Así, el valor de activación de las reglas en este ejemplo sencillo (ver figura 2.(b)) sería:

$$\mu^{1'}(x) = \mu^1(x) (1 - \mu^2(x)) \quad (3)$$

$$\mu^{2'}(x) = \mu^2(x) (1 - \mu^1(x)) \quad (4)$$

Generalizando al caso n -dimensional, el valor de activación para la k -ésima regla se obtiene utilizando la

siguiente ecuación

$$\mu^{k'}(\vec{x}) = \mu^k(\vec{x}) \prod_{\substack{j=1; \\ j \neq k}}^K (1 - \mu^j(\vec{x})) \quad (5)$$

Quedando la expresión general para la salida del sistema difuso TSK con K reglas como

$$\begin{aligned} \tilde{y}(\vec{x}) &= \frac{\sum_{k=1}^K \mu^{k'}(\vec{x}) \tilde{y}^k}{\sum_{k=1}^K \mu^{k'}(\vec{x})} \\ &= \frac{\sum_{k=1}^K \left(\mu^k(\vec{x}) \prod_{\substack{j=1; \\ j \neq k}}^K (1 - \mu^j(\vec{x})) \right) \tilde{y}^k}{\sum_{k=1}^K \left(\mu^k(\vec{x}) \prod_{\substack{j=1; \\ j \neq k}}^K (1 - \mu^j(\vec{x})) \right)} \end{aligned} \quad (6)$$

Esta formulación para sistemas con particionamiento disperso cumple con las condiciones mencionadas. La función de salida del modelo propuesto no obstante es continua y derivable puesto que es una composición lineal de funciones continuas y derivables, con lo que se obtiene un modelado local y global simultáneo. Es fácil de deducir que, debido a la continuidad de la función Gaussiana, se cumplen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \mu^{2*}(c^1) &= 0; \mu^{1*}(c^1) = 1 \\ \Rightarrow \tilde{y}(c^1) &= \tilde{y}^1(c^1) = a^1; \\ \mu^{1*}(c^2) &= 0; \mu^{2*}(c^2) = 1 \\ \Rightarrow \tilde{y}(c^2) &= \tilde{y}^2(c^2) = a^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Así, según la ecuación, los consecuentes $\tilde{y}^k$ de las reglas son exactamente los valores de salida del sistema difuso respecto del centro de la regla k respectiva. Estos resultados pueden extrapolarse al caso n -dimensional debido a la continuidad de las funciones compuestas.

Esta forma de inferencia garantiza por tanto que los consecuentes de las reglas son consistentes con el área del espacio de entrada que están cubriendo. De esta forma el conjunto de reglas obtenido proporciona información directa y relevante sobre el modelo construido y puede ser utilizada y modificada en su diseño directamente por los expertos como se observará en el ejemplo utilizado en este trabajo.

4 RESULTADOS

4.1 Establecimiento del problema y diseño de las reglas difusas

En el problema que nos atañe de modelado del cambio de color tras un proceso de blanqueamiento dental, el

Tabla 1: Coordenadas CIELAB para los tonos de la guía Vita Classical

Vita-Classical			
shades	L*	a*	b*
C4	34.92	7.23	12.87
A4	43.05	8.34	14.94
C3	46.29	6.78	12.88
B4	50.02	8.17	18.33
A3.5	48.94	8.49	15.70
B3	49.28	7.97	16.83
A3	56.16	7.96	14.58
D3	55.65	7.19	11.69
D4	55.57	6.18	14.40
C2	54.83	6.87	13.40
C1	55.87	5.15	8.81
A2	60.55	6.99	12.46
D2	59.41	5.59	8.59
B2	61.90	6.09	12.55
A1	63.46	5.05	9.11
B1	59.85	4.24	7.34

modelo tendrá como variables de entrada los valores CIELAB pre-blanqueamiento $\vec{x} = \{L_i^*, a_i^*, b_i^*\}$. Dado un vector de valores de entrada pre-blanqueamiento, el sistema de inferencia proporcionará una estimación de los valores CIELAB post-blanqueamiento $\tilde{\vec{y}}(\vec{x}) = \{\tilde{L}_f^*(\vec{x}), \tilde{a}_f^*(\vec{x}), \tilde{b}_f^*(\vec{x})\}$. Las reglas diseñadas para este ejemplo utilizarán como antecedentes los valores de la guía Vita-Classical, ampliamente utilizada por los odontólogos para el análisis y categorización del color de los dientes de los pacientes. Así, se definirán conjuntos difusos con función de pertenencia de tipo gaussiano para los antecedentes de las reglas, centrados en los valores CIELAB medidos para dichos tonos Vita. Los radios de dichas funciones de pertenencia se estimaron dependiendo de la cercanía del resto de reglas en el espacio tridimensional [9].

Según el enfoque de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) [13], las reglas (una para cada tono Vita S), tendrían la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{SI } L_i^* \text{ es } \mu_{L^*}^S \text{ Y } a_i^* \text{ es } \mu_{a^*}^S \text{ Y } b_i^* \text{ es } \mu_{b^*}^S \\ \text{ENTONCES} \\ L_f^* = \tilde{L}_f^{*S} \text{ Y } a_f^* = \tilde{a}_f^{*S} \text{ Y } b_f^* = \tilde{b}_f^{*S} \end{aligned} \quad (8)$$

donde $\mu_{L^*}^S$, $\mu_{a^*}^S$ y $\mu_{b^*}^S$ son funciones de pertenencia difusas centradas en los valores CIELAB para el tono Vita S para las coordenadas L^* , a^* , y b^* dadas en la tabla 1. Los valores en los consecuentes $\tilde{L}_f^{*S}$, $\tilde{a}_f^{*S}$, y $\tilde{b}_f^{*S}$ corresponden a los valores CIELAB para el tono Vita S . La activación de la regla S , $\mu^S(\vec{x})$, se obtendría utilizando el operador T-norma producto de las respectivas activaciones de los conjuntos difusos en las dimensiones L^* , a^* y b^* , $\mu^S(\vec{x}) = \mu_{L^*}^S(\vec{x}) \cdot \mu_{a^*}^S(\vec{x}) \cdot \mu_{b^*}^S(\vec{x})$

4.2 Optimización y evaluación del sistema difuso construido

Un grupo de 37 sujetos sin tinción por tetraciclina, con una media de edad de 42 años, y otro de 16 pacientes con tinción por tetraciclina con media de edad de 39 años, se involucraron en un estudio de blanqueamiento dental en el Departamento de Estomatología de la Universidad de Granada ¹. Se requirió que los pacientes tuviesen una dentadura maxilar anterior sana y sin restauraciones, caries o historia de blanqueamiento previa. En total se obtuvieron 222 mediciones de color de dientes sin tinción, y 96 con tinción por tetraciclina.

Todos los sujetos utilizaron un agente blanqueador basado en peróxido de carbamida al 20% durante dos semanas, dos horas al día. El color de los dientes de los pacientes se obtuvo utilizando un espectroradiómetro (SpectraScan PR-704, Photo Research inc., Chatsworth, USA). Estas medidas se repitieron tres veces para cada diente en su punto medio el día antes, y a los 14 días de la iniciación del tratamiento de blanqueamiento. Para asegurarse de que las mediciones se hicieran utilizando condiciones estándar de iluminación, se usó como fuente una luz Demetron Shade (KerrHawe SA, Bioggio Switzerland), que simula la irradiación relativa espectral del iluminante estándar CIE D65.

Así, se obtuvieron los valores de las coordenadas CIELAB pre- (L_i^*, a_i^*, b_i^*) y post-blanqueamiento (L_f^*, a_f^*, b_f^*) para los dientes, además de los valores L^* , a^* , y b^* de la guía Vita Classical bajo las mismas condiciones de iluminación (ver tabla 1).

La figura 3 muestra la distribución de los datos en el espacio CIELAB junto con la distribución de tonos Vita Classical en el mismo espacio ².

Para el grupo de pacientes sin tinción por tetraciclina, se seleccionó aleatoriamente los valores colorimétricos de 29 pacientes del conjunto de 37 para el diseño y optimización del sistema de reglas difusas, y las medidas de los 8 pacientes restantes se dejaron como conjunto de test para evaluar las capacidades aproximativas del modelo. Las medidas en L^* , a^* y b^* se normalizaron para dar el mismo peso a las tres coordenadas. Los tonos Vita utilizados como antecedentes de las reglas fueron aquellos que presentaban una cobertura de datos suficiente. No se encontraron suficientes datos colorimétricos de dientes asociables a los tonos B1, A1, D2, y C1 según las funciones de pertenencia

¹Tras la correspondiente aprobación del Comité de Ética de Investigación Humana de la Universidad de Granada

²Para el plano b^*L^* , una línea ficticia une los tonos Vita del C4 al B1 según el orden especificado en la tabla 1

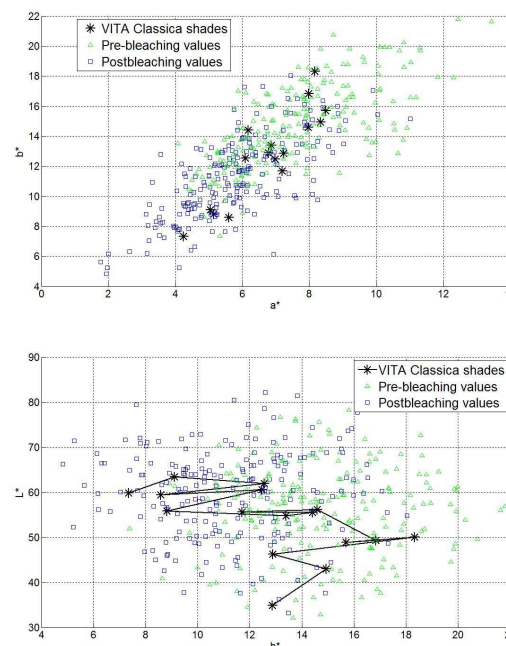


Figura 3: Distribución de los datos y de los tonos Vita Classical en el espacio CIELAB en los planos a^*b^* y b^*L^*

diseñadas. En el caso de los pacientes tetraciclínicos, se tomaron las medidas de 13 pacientes como datos de entrenamiento, dejando las medidas de 3 pacientes para la evaluación de los modelos obtenidos. Los tonos no cubiertos por datos en este caso fueron los tonos B1, A1, B2, C2, A3 y B3.

Una parte de las reglas difusas obtenidas a partir del conjunto de muestras de E/S para los 12 tonos seleccionados en el caso de los pacientes sin tinción por tetraciclina se observan en la ecuación 9; para los pacientes con tinción por tetraciclina se muestran en la ecuación 10 una parte de las 10 reglas obtenidas. En el primer caso, los valores de la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) obtenido para el sistema de reglas diseñado fue de 7.00, 1.39, y 2.22 para las coordenadas L_f^* , a_f^* , y b_f^* respectivamente, y el RMSE de test fue de 6.93, 1.41, y 2.43 respectivamente ³. Para el segundo caso los errores de entrenamiento fueron de 4.77, 1.11, y 1.56, y los de test de 5.43, 1.39, y 2.11.

En el caso de utilizar modelos lineales, esta misma subdivisión de entrenamiento y test produjo valores de RMSE de entrenamiento de 6.71, 2.17 y 1.31 y de test de 6.85, 1.45 y 2.16 para los pacientes del primer

³Sin la modificación obtenida en la ecuación 6 para el modelado local-global, los errores obtenidos fueron similares (RMSE de entrenamiento de 7.44, 1.41, y 2.28, y de test de 7.32, 1.42, y 2.40).

grupo, y de 4.95, 1.18 y 1.69 de entrenamiento y 6.48, 1.04 y 1.80 de test para los pacientes con tinción por tetraciclina. Se observa por tanto una ligera mejora del modelo neuro-difuso construido para esta aplicación, además de proporcionar una solución comprensible y diseñada para ser utilizada por expertos, al proporcionarse de forma directa el valor en CIELAB esperado para los dientes asociables a los tonos de la guía Vita Classical utilizada por los odontólogos en sus estudios.

$$\begin{aligned}
 & \text{SI } L_i^* \text{ es } \widehat{B2}_{L*} \text{ Y } a_i^* \text{ es } \widehat{B2}_{a*} \\
 & \text{Y } b_i^* \text{ es } \widehat{B2}_{b*} \text{ ENTONCES} \\
 & L_f^* = 68.89 \text{ Y } a_f^* = 4.68 \text{ Y } b_f^* = 9.49 \\
 & \text{SI } L_i^* \text{ es } \widehat{A2}_{L*} \text{ Y } a_i^* \text{ es } \widehat{A2}_{a*} \\
 & \text{Y } b_i^* \text{ es } \widehat{A2}_{b*} \text{ ENTONCES} \\
 & L_f^* = 60.39 \text{ Y } a_f^* = 4.49 \text{ Y } b_f^* = 8.15 \\
 & \dots \\
 & \text{SI } L_i^* \text{ es } \widehat{C4}_{L*} \text{ Y } a_i^* \text{ es } \widehat{C4}_{a*} \\
 & \text{Y } b_i^* \text{ es } \widehat{C4}_{b*} \text{ ENTONCES} \\
 & L_f^* = 47.32 \text{ Y } a_f^* = 5.66 \text{ Y } b_f^* = 11.78
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{SI } L_i^* \text{ es } \widehat{D2}_{L*} \text{ Y } a_i^* \text{ es } \widehat{D2}_{a*} \\
 & \text{Y } b_i^* \text{ es } \widehat{D2}_{b*} \text{ ENTONCES} \\
 & L_f^* = 59.04 \text{ Y } a_f^* = 4.27 \text{ Y } b_f^* = 6.73 \\
 & \text{SI } L_i^* \text{ es } \widehat{A2}_{L*} \text{ Y } a_i^* \text{ es } \widehat{A2}_{a*} \\
 & \text{Y } b_i^* \text{ es } \widehat{A2}_{b*} \text{ ENTONCES} \\
 & L_f^* = 60.28 \text{ Y } a_f^* = 5.45 \text{ Y } b_f^* = 7.99 \\
 & \dots \\
 & \text{SI } L_i^* \text{ es } \widehat{C4}_{L*} \text{ Y } a_i^* \text{ es } \widehat{C4}_{a*} \\
 & \text{Y } b_i^* \text{ es } \widehat{C4}_{b*} \text{ ENTONCES} \\
 & L_f^* = 40.08 \text{ Y } a_f^* = 6.77 \text{ Y } b_f^* = 7.90
 \end{aligned} \tag{10}$$

5 CONCLUSIONES

Este trabajo ofrece una solución para el problema de modelado de cambio de color que proporciona modelos eficientes e interpretables. El ejemplo tratado en este trabajo opera sobre el espacio CIELAB de color, construyendo un conjunto de reglas asociadas a valores de guías de color utilizadas por los odontólogos en trabajo clínico. Gracias a una modificación del proceso de inferencia se obtienen reglas directamente interpretables y utilizables por los expertos, proporcionándose una solución efectiva y comprensible. La técnica neuro-difusa utilizada en este trabajo sería de gran interés en otras disciplinas que requieren el modelado de cambio cromático debido a cualquier fenómeno físico, químico o natural.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el Proyecto del CICYT TIN2007-60587 y el Proyecto P07-TIC-02768 de la Junta de Andalucía.

Referencias

- [1] R. Benavente, M. Vanrell, and R. Baldrich, A data set for fuzzy colour naming, *Color Res. Appl.* **31**, 48–56 (2006).
- [2] CIE, Colorimetry technical report 15 (3rd edition), Tech. rep., CIE Central Bureau, Vienna, Austria (2004).
- [3] O. Cordon and F. Herrera and F. Hoffmann and L. Magdalena, *Genetic Fuzzy Systems. Evolutionary tuning and learning of fuzzy knowledge bases* (Advances in Fuzzy Systems: Applications and Theory, World Scientific, 2001).
- [4] L. J. Herrera, H. Pomares, I. Rojas, A. Guillén, G. Rubio, and J. Urquiza, Global and local modelling in radial basis functions networks, *Lect. Notes Comp. Sci.* **5517**, 49–56 (2009).
- [5] L. Herrera, H. Pomares, I. Rojas, O. Valenzuela, and A. Prieto, Tase, a taylor series based fuzzy system model that combines interpretability and accuracy, *Fuzzy Set. Syst.* **153**, 403–427 (2005).
- [6] T. Johansen and R. Babuska, Multiobjective identification of takagi-sugeno fuzzy models, *IEEE T. Fuzzy Syst.* **11**, 847–860 (2003).
- [7] J. Kang, L. Min, Q. Luan, X. Li, and J. Liu, Novel modified fuzzy c-means algorithm with applications, *Digit. Signal Process.* **19**, 309–319 (2009).
- [8] G. Menegaz, A. L. Troter, J. Sequeira, and J. M. Boi, A discrete model for color naming, *EURASIP J. Adv. Sig. Pr.* **2007**, 1–10 (2007).
- [9] J. Moody and C. Darken, Fast learning in networks of locally-tuned processing units, *Neural Comput.* **1**, 281–294 (1989).
- [10] R. D. Paravina and G. Majkic and M.M. Pérez and S. Kiat-Amnuay, Color difference thresholds of maxillofacial skin replications, *Journal of prosthodontics*, **18(7)**, 618–625, (2009).
- [11] M.M. Pérez and A. Saleh and R. Pulgar and R. D. Paravina, Light polymerization-dependent changes in color and translucency of resin composites, *American journal of dentistry*, **22(2)**, 97–101, (2009).
- [12] H. Pomares, I. Rojas, J. González, and A. Prieto, Structure identification in complete rule-based fuzzy systems, *IEEE T. Fuzz. Syst.* **10**, 349–359 (2002).
- [13] T. Takagi and M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control, *IEEE T. Syst. Man. Cy.* **15**, 116–132 (1985).