TEMA 2. ESTÁTICA (resumen)

Conceptos generales

Estática. Parte de la Mecánica que estudia las condiciones bajo las que un sistema material (SM) se encuentra en equilibrio.

Equilibrio. Fijamos la posición de las distintas partes de un SM mediante vectores de posición respecto a un sistema de ejes arbitrario. Decimos que el SM se encuentra en equilibrio mecánico (respecto al sistema de ejes considerado) cuando dichos vectores de posición son independientes del tiempo.

- si un SM no está en equilibrio, estará en movimiento. Del estudio del movimiento de los SM se encarga la Cinemática y la Dinámica.
- el concepto de equilibrio es relativo: un SM puede estar en equilibrio respecto a un sistema de ejes y no estarlo respecto a otro.

Modelos de sistemas materiales. Un modelo es una representación simplificada de algo complejo. Dada la complejidad de los SM reales, en Mecánica se usan dos modelos básicos:

- partícula, SM cuya forma y dimensiones (su geometría) son irrelevantes. Queda caracterizada sólo por su masa m.
- sólido rígido, SM cuyos detalles geométricos son relevantes. Queda definido mediante su masa y datos geométricos (longitud, radio, etc).

Fuerzas de ligadura

Ligadura. Todo aquello que restringe, limita o condiciona el posible movimiento de un SM. Aquellas ligaduras que imponen una restricción de tipo geométrico se denominan ligaduras geométricas (curvas, superficies, etc). En general, un SM está sometido a varias ligaduras. Las fuerzas de ligadura son las que ejercen las ligaduras sobre el SM. Dichas fuerzas actúan tanto si el SM está en reposo (equilibrio) como si está en movimiento. En general, dichas fuerzas son desconocidas a priori. Las ligaduras geométricas pueden ser lisas o rugosas.

- ligadura lisa es aquélla que produce una fuerza de ligadura perpendicular a la correspondiente ligadura. Por tanto, su dirección es conocida (sólo su módulo es desconocido).
- ligadura rugosa es aquélla que produce una fuerza de ligadura cuya dirección es desconocida (al igual que su módulo). En la práctica, dichas fuerzas se suelen descomponer en dos componentes: una perpendicular a la ligadura (componente normal) y otra contenida en la dirección tangente a la ligadura (componente tangencial).

Según lo anterior, tiene sentido afirmar que la ligadura es lisa si la componente tangencial de la correspondiente fuerza de ligadura es nula.

Fuerzas interiores y exteriores

Fuerzas interiores son fuerzas ejercidas por una parte del SM sobre otra parte del mismo SM. Siempre aparecen por pares y verifican el principio de acción y reacción: si una parte A del SM ejerce una fuerza $\mathbf{F}$ sobre otra parte B, B también ejerce una fuerza (igual y de sentido contrario) sobre B.

Fuerzas exteriores son las causadas por algún agente externo al sistema.

El concepto de fuerzas exteriores e interiores depende de lo que en cada situación particular estemos considerando como sistema material.

Si el SM es un partícula, todas las fuerzas son exteriores (no tiene sentido hablar de fuerzas interiores para una partícula).

Condición general de equilibrio de un sistema material

Para analizar el equilibrio de un SM hay que considerar el conjunto de fuerzas que actúan sobre el mismo. Dicho conjunto constituye un sistema de vectores deslizantes (SVD). Para que un SM se encuentre en equilibrio es **condición necesaria** que se verifiquen dos cosas:

$$\mathbf{R} = \mathbf{0} \tag{1}$$

$$\mathbf{M}_Q = \mathbf{0} \quad \forall Q. \tag{2}$$

donde $\mathbf{R}$ es la resultante de **todas** las fuerzas (interiores, exteriores, de ligadura, etc) que actúan sobre el SM, y donde $\mathbf{M}_Q$ es el momento de **todas** las fuerzas que actúan sobre el SM. Observar que la condición (2) es bastante fuerte: se exige que el momento total sea nulo **en todos los puntos del espacio**.

Condición de equilibrio de una partícula

Sea una partícula que ocupa una posición P respecto a un sistema de ejes y sea $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2 \ldots$ el conjunto de fuerzas que actúa sobre la partícula. La condición **necesaria y suficiente** para que la partícula se encuentre en equilibrio depende del tipo de ligaduras al que esté sometido la partícula.

(a) Si las ligaduras son lisas, dicha condición es:

$$\boxed{\mathbf{R} = \mathbf{0}} \tag{3}$$

Es directo comprobar que la anterior condición es suficiente para que se verifique la condición (2)

(b) Si las ligaduras son rugosas, además de la condición (ecuación vectorial)

$$\boxed{\mathbf{R} = \mathbf{0}} \tag{4}$$

se debe cumplir en cada ligadura:

$$\boxed{N_t < \mu N_n} \tag{5}$$

donde N_t y N_n son las componentes tangencial y normal, respectivamente, de la fuerza de ligadura; μ es un parámetro característico de la ligadura y se denomina coeficiente de rozamiento.

Condición de equilibrio de un sistema de partículas

Sea un sistema de partículas $\{m_i\}$ y sea $\mathbf{R}_i$ la resultante de **todas** las fuerzas (incluyendo las exteriores, interiores, ligadura, etc) que actúan sobre cada partícula m_i. El sistema de partículas estará en equilibrio cuando todas y cada una de las partículas estén equilibrio. Las condiciones de equilibrio son por tanto el conjunto de ecuaciones vectoriales

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{0} \quad i = 1, 2, \ldots \tag{6}$$

Si el sistema de partículas está sometido a ligaduras rugosas, además de la condición anterior habrá que exigir que se verifique la condición (5) para cada ligadura.

Si estamos interesado en el equilibrio global del sistema de partículas (en lugar del equilibrio individual de cada una de sus partes) tiene más sentido estudiar la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el sistema. Si designamos por $\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \ldots$ a dicha resultante, la condición de equilibrio es, evidentemente:

$$\mathbf{R} = \mathbf{0} \tag{7}$$

No obstante, es importante observar que en esta ecuación ya no aparecen las fuerzas interiores (la suma de las fuerzas interiores se anula). Si las ligaduras son lisas, la anterior es condición necesaria y suficiente. Si las ligaduras son rugosas, además de la anterior condición habrá que exigir (5) para cada ligadura.

Condición de equilibrio de un sólido rígido

En principio un sólido puede tener movimiento de traslación y/o de rotación. El sólido estará en equilibrio cuando ni se traslade (equilibrio traslacional) ni rote (equilibrio rotacional). Para que un sólido rígido se encuentre en equilibrio se debe verificar:

(a) Equilibrio traslacional, la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el sólido debe ser nula:

$$\mathbf{R} = \mathbf{0} \tag{8}$$

En la anterior expresión, no intervienen las fuerzas interiores, ya que (al igual que para un sistema de partículas) su suma es nula. Como siempre, si existen ligaduras rugosas habrá que exigir la condición $N_t < \mu N_n$ para cada ligadura.

(b) Equilibrio rotacional, el momento de todas las fuerzas **respecto a un punto arbitrario** debe ser nulo:

$$\mathbf{M}_P = \mathbf{0} \tag{9}$$

Para el caso del sólido rígido (indeformable), se puede comprobar que el momento de las fuerzas interiores es nulo. En este caso el primer miembro de la ecuación anterior sólo incluye el momento de las fuerzas exteriores. Por otra parte, si se verifican las ecuaciones (8) y (9), es inmediato comprobar que automáticamente, el momento de las fuerzas es nulo respecto a cualquier punto del espacio. Por tanto, en la práctica, para aplicar la ecuación (9) podemos tomar momentos respecto a cualquier punto P (normalmente, dicho punto se escoje de forma que simplifique los cálculos).