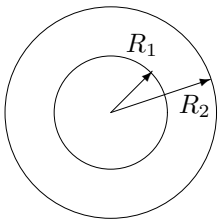
BOLETÍN 3. CONDENSADORES Y DIELÉCTRICOS

1. Un *condensador esférico* está formado por dos capas delgadas conductoras, de forma esférica, concéntricas, de radios R_1 y R_2 entre las que se coloca un material dieléctrico de permitividad ε. Sabiendo que la capa interna tiene una carga Q, determinar: a) la capacidad del condensador y la energía total almacenada. b) Se tiene un condensador esférico de radios $R_1 = 2$ cm y $R_2 = 4$ cm y con una carga interior de 2 μC; el material dieléctrico tiene una constante dieléctrica $\kappa = 3,5$. Determinar la capacidad y la energía almacenada por el condensador.



Solución:

$$a)\ C = 4\pi\varepsilon\left(\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}\right);\quad U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{R_2-R_1}{R_1R_2}\right)$$

b) $C = 15,6$ pF; $U = 0,13$ J.

2. Un *condensador plano* está formado por dos capas delgadas conductoras, de forma plana, paralelas, de superficie S, separadas una distancia d, entre las que se coloca un material dieléctrico de permitividad ε. Si la armadura positiva tiene una carga Q, determinar: a) la capacidad del condensador y la energía total almacenada. b) Si las armaduras de un condensador plano tienen una superficie de 15 cm^2, están separadas por una distancia de 1 mm y el dieléctrico de su interior tiene una constante dieléctrica $\kappa = 3,5$, obtener su capacidad. ¿Cuál es el valor de la energía almacenada por el condensador si tiene una carga de 2 μC?

Solución:

$$a)\ C = \frac{\varepsilon S}{d} \qquad U = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon S};$$

b) $C = 46,4$ pF; $U = 0,043$ J

3. Un condensador plano está formado por placas de superficie 100 cm^2, separadas una distancia de 4 mm. Suponiendo que entre las armaduras hay vacío y que se conectan a un generador de 1200 V, determinar: a) capacidad del condensador, carga y energía que almacena. b) Si se desconecta el condensador del generador y se coloca un dieléctrico cuya constante dieléctrica es $\kappa = 6$, determinar la nueva capacidad del condensador, así como la diferencia de potencial entre las placas y la energía almacenada.

Solución: a) $C = 22,1$ pF, $Q = 26,5$ nC, $U = 15,9$ μJ; b) $C = 132,6$ pF, $V_A - V_B = 200$ V, $U = 2,65$ μJ.

4. Dos esferas conductoras de radios R_1 y R_2 se cargan con la misma carga Q. Posteriormente, las dos esferas se unen mediante un hilo conductor de capacidad despreciable. Determinar la carga y el potencial final de cada una de las esferas cuando alcanzan el equilibrio electrostático.

Solución:

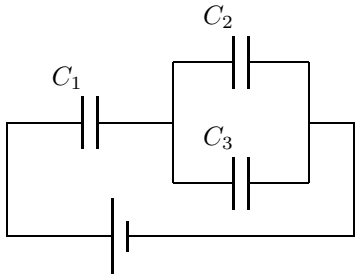
$$Q_1' = Q\left(\frac{2R_1}{R_1+R_2}\right),\quad Q_2' = Q\left(\frac{2R_2}{R_1+R_2}\right)$$

$$V_1' = V_2' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2Q}{R_1+R_2}\right)$$

5. Dos condensadores de capacidades $C_1 = 3$ μF y $C_2 = 6$ μF se cargan conectándose en serie a una fuente de tensión de 225 V. a) ¿Cuál es la carga de cada condensador? b) Una vez cargados, se desconectan de la fuente y ellos entre sí. Posteriormente, se conectan los condensadores uniendo las armaduras de la misma polaridad (positiva con positiva y negativa con negativa). Determinar la carga de cada condensador y la tensión entre las armaduras de cada condensador.

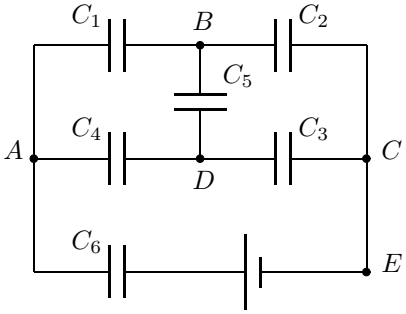
Solución: a) $Q_1 = Q_2 = 450$ μC; b) $Q_1' = 300$ μC, $Q_2' = 600$ μC, $V = 100$ V.

6. Tres condensadores de capacidades $C_1 = 3, C_2 = 2$ y $C_3 = 4$ (en μF) se conectan a una fuente de 300 V. Determinar: a) la carga y la diferencia de potencial en cada condensador; b) la energía almacenada por el sistema.



Solución: a) $Q_1 = 600$ μC, $Q_2 = 200$ μC, $Q_3 = 400$ μC, $V_1 = 200$ V, $V_2 = V_3 = 100$ V;
b) $U = 9 \times 10^{-2}$ J

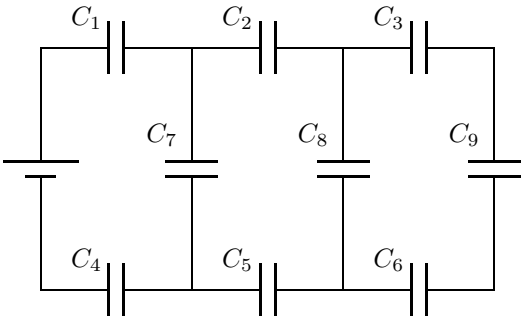
7. Los condensadores de la figura (capacidades en μF) están conectados a un generador de 26 V. Determinar la carga que adquiere cada condensador y el potencial de los puntos A, B, C y D sabiendo que el punto E está conectado a tierra (es decir, $V_E = 0$ V).



$C_1 = 5$
$C_2 = 2,5$
$C_3 = 5$
$C_4 = 1,43$
$C_5 = 1,67$
$C_6 = 10$

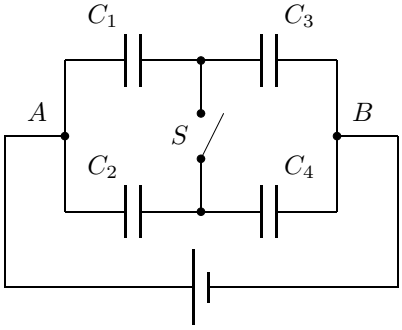
Solución: $Q_1 = 40$ μC, $Q_2 = Q_3 = 30$ μC, $Q_4 = 20$ μC, $Q_5 = 10$ μC, $Q_6 = 60$ μC, $V_A = 20$ V, $V_B = 12$ V, $V_C = 0$ V, $V_D = 6$ V,

8. En el esquema de la figura, los condensadores tienen capacidades $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = 6$ μF, $C_7 = C_8 = 4$ μF, y $C_9 = 6$ μF y están conectados, según se indica, a un generador de 9 V. Determinar la carga almacenada en cada condensador y la energía total almacenada por el sistema.



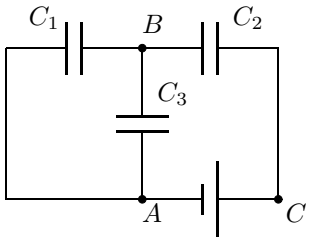
Solución: $Q_1 = Q_4 = 18$ μC, $Q_2 = Q_5 = 6$ μC, $Q_3 = Q_6 = Q_9 = 2$ μC, $Q_7 = 12$ μC, $Q_8 = 4$ μC, $U = 81$ μJ.

9. Los condensadores de la figura tienen capacidades $C_1 = 10$ μF, $C_2 = 20$ μF, $C_3 = 40$ μF y $C_4 = 20$ μF y están conectados a una batería de 360 V. En el esquema, S representa un interruptor. Determinar la carga de cada condensador y la energía total almacenada cuando: a) el interruptor está cerrado; b) el interruptor está abierto.



Solución: a) si S cerrado: $Q_1 = Q_4 = 2400$ μC, $Q_2 = Q_3 = 4800$ μC, $U = 1,30$ J; b) si S abierto: $Q_1 = Q_3 = 2880$ μC, $Q_2 = Q_4 = 3600$ μC, $U = 1,17$ J.

10. Tres condensadores de capacidades $C_1 = 2, C_2 = 4$ y $C_3 = 5$ (en μF) están conectados a una fuente de 10 V. Determinar la carga de cada condensador, la tensión entre las armaduras de cada condensador y la energía total del sistema.



Solución: $Q_1 = 7,27$ μC, $Q_2 = 25,45$ μC, $Q_3 = 18,18$ μC, $V_1 \equiv V_B - V_A = 3,64$ V, $V_2 \equiv V_C - V_B = 6,36$ V, $V_3 \equiv V_B - V_A = 3,64$ V, $U = 127,3$ μJ.

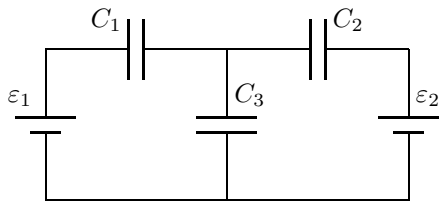
11. Consideremos el esquema del problema anterior. Determinar la capacidad (C_4) del condensador que habría que conectar en serie con C_1 para que la carga del condensador 2 fuese de 25 μC. Calcular la carga que adquiere cada condensador y la energía total del sistema en esta configuración.

Solución: $C_4 = 10$ μF, $Q_1 = Q_4 = 6,25$ μC, $Q_2 = 25$ μC, $Q_3 = 18,75$ μC, $U = 125$ J.

12. Se tiene un condensador de láminas paralelas. Cada lámina tiene un área de 2000 cm^2 y están separadas por una distancia de 1 cm. Inicialmente, la tensión entre las armaduras es $V_0 = 3000$ V y disminuye hasta 1000 V cuando se inserta una lámina de dieléctrico entre las mismas. Determínese: (a) la capacidad y la intensidad del campo eléctrico entre las placas en ausencia de dieléctrico; (b) la carga del condensador; (c) la capacidad y la intensidad del campo eléctrico entre las placas cuando se inserta el dieléctrico; (d) la constante dieléctrica, κ, del dieléctrico; (e) la permitividad ε del dieléctrico; (f) la caga inducida en cada cara del dieléctrico.

Solución: (a) $C_0 = 177$ pF, $E_0 = 3 \times 10^5$ V/m; (b) $Q = 531$ nC; (c) $C = 531$ pF, $E = 10^5$ V/m; (d) $\kappa = 3$; (e) $\varepsilon = 26,6 \times 10^{-12}$ $C^2/(N{\cdot}m^2)$.

13. En el circuito de la figura se tienen tres condensadores de capacidades $C_1 = 10$ nF, $C_2 = 20$ nF y $C_3 = 10$ nF. Las fuerzas electromotrices de los generadores son $\varepsilon_1 = 220$ V. Determínese: (a) la carga que adquiere cada condensador; (b) la tensión en cada condensador; (c) energía almacenada por cada condensador.



Solución: (a) $Q_1 = 0,55$, $Q_2 = 1,10$, $Q_3 = 1,65$ (en μC); (b) $V_1 = V_2 = 55$, $V_3 = 165$ (en V); (c) $U_1 = 15,12$, $U_2 = 30,25$, $U_3 = 136,12$ (en μJ).

14. Dos conductores esféricos de radios $R_1 = 6$ cm y $R_2 = 2$ cm, están separados por una distancia suficientemente grande. Sobre una de las esferas se deposita una carga $Q = 80$ nC, mientras que la otra está inicialmente descargada. Si las esferas se unen mediante un hilo delgado conductor (de capacidad despreciable) determínese la intensidad del campo eléctrico en la superficie de cada esfera y el valor del potencial en las mismas.

Solución: $E_1 = 150 \times 10^3$ N/C, $E_2 = 450 \times 10^3$ N/C, $V_1 = V_2 = 9 \times 10^3$ V.

15. Un condensador de capacidad C se carga usando una fuente de tensión V_0. (a) Determina la carga (Q_0) y la energía almacenada (U_0) por el condensador. Una vez cargado, se retira la fuente y conectamos el condensador con otro condensador de igual capacidad e inicialmente descargado. (b) Determina la carga final de cada condensador así como la energía final de la asociación de condensadores.

Solución (a) $Q_0 = CV_0$, $U_0 = \frac{1}{2}CV_0^2$ (b) $Q_1 = Q_2 = Q_0/2$, $U = U_0/2$.