BOLETÍN 1. SISTEMAS DE VECTORES DESLIZANTES

1. Sea el vector deslizante $(A;\mathbf{a}) = (1,0,1;0,0,1)$. a) Obtener el momento respecto al punto $P(0,0,0)$; b) obtener el momento respecto al punto $Q(1,1,1)$; c) comprobar que se verifica $\mathbf{M}_Q = \mathbf{M}_P + \mathbf{QP} \times \mathbf{a}$
   Solución: a) $\mathbf{M}_P = -\mathbf{j}$; b) $\mathbf{M}_Q = -\mathbf{i}$

2. La ecuación de la recta soporte del vector deslizante $\mathbf{a} = (-2,4,2)$ es:
$$r : \left\{2 - x = \frac{y}{2} = z\right\}$$
   Obtener: a) el momento respecto al origen; b) el momento respecto al eje de ecuaciones $r' : \{x = 0;\ y = 2\}$; c) distancia del origen a la recta soporte.
   Solución: a) $\mathbf{M}_0 = (0,-4,8)$; b) $M_E = 4$; c) $d = \sqrt{30}/3$.

3. Sea el sistema de vectores deslizantes, $(A;\mathbf{a}) = (1,0,2;2,3,1)$, $(B;\mathbf{b}) = (1,2,1;0,1,1)$, $(C;\mathbf{c}) = (0,0,0;3,3,3)$, calcular: a) resultante del sistema; b) momento resultante en el origen; c) momento resultante en el punto $P(1,1,1)$, comprobando que se verifica la relación de cambio de momentos; d) el momento mínimo.
   Solución: a) $\mathbf{R} = (5,7,5)$; b) $\mathbf{M}_0 = (-5,2,4)$; c) $\mathbf{M}_P = (-3,2,2)$; d) $\mathbf{m} = \frac{1}{11}(5,7,5)$.

4. Dados los vectores deslizantes $(A_1;\mathbf{a}_1) = (3,2,1;1,1,1)$, $(A_2;\mathbf{a}_2) = (1,1,1;1,-1,1)$ y $(A_3;\mathbf{a}_3) = (1,0,1;1,0,-2)$, determinar un torsor en el origen y la ecuación del eje central.
   Solución: a) $(\mathbf{R};\mathbf{M}_0) = (3,0,0;3,1,-1)$; b) $\Delta : \{1 - 3z = 0;\ 3y - 1 = 0\}$.

5. Se tiene un sistema de tres vectores deslizantes unitarios (esto es, $|a_1| = |a_2| = |a_3| = 1$). Por otra parte, los vectores están situados respectivamente, en las rectas $r_1 : \{x = 1;\ y = 1\}$, $r_2 : \{x+2y = 0;\ y+z = 1\}$, $r_3 : \{x + y + z = 0;\ x = z\}$. Determinar: a) la resultante del sistema de vectores; b) el momento del sistema respecto al origen de coordenadas; c) la ecuación del eje central del sistema.
   Solución: a) $\mathbf{R} = -\frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,-\sqrt{6})$; b) $\mathbf{M}_0 = (1 - \frac{1}{\sqrt{6}})\,\vec{i} - (1 + \frac{2}{\sqrt{6}})\,\vec{j}$;
   c) $\Delta : \{2z + x\sqrt{6} + y\sqrt{6} = 1 + 2\sqrt{6};\ (1+\sqrt{6})x - y + z = 2 + \sqrt{6}\}$.

6. Determinar el momento axial del vector $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ aplicado en $A(3,2,1)$, respecto a la recta:
$$r : \left\{\frac{3-x}{2} = \frac{2-y}{1} = \frac{z+1}{3}\right\}$$
   Solución: $M_E = \frac{2}{\sqrt{14}}$.

7. Hallar las coordenadas del centro de momentos del sistema: $(2,-3,2;2\mathbf{k})$, $(1,4,-1;3\mathbf{k})$, $(4,2,-2;-\mathbf{k})$. Comprobar que el momento resultante del sistema respecto a dicho punto es nulo.
   Solución: $C(\frac{3}{4},1,\frac{3}{4})$.

8. Los tres vectores de un sistema de vectores deslizantes paralelos tienen de módulo 4, 6 y 12, respectivamente. Los vectores forman el mismo ángulo con los ejes coordenados y están aplicados en los puntos $A(2,1,0)$, $B(-1,1,3)$ y $C(1,1,-1)$. Calcular: a) la resultante; b) la posición del centro de momentos; c) momento respecto al origen; d) eje central.
   Solución: a) $\frac{22}{\sqrt{3}}(1,1,1)$; b) $C(\frac{7}{11},1,\frac{3}{11})$; c) $\mathbf{M}_0 = \frac{8}{\sqrt{3}}(2,-1,-1)$; d) $\Delta : \{11x - 11y + 4 = 0;\ 11x - 11z - 4 = 0\}$.