BOLETÍN 7. CAMPO ELECTROSTÁTICO

1. Determinar el potencial eléctrico en el punto P, vértice del triángulo rectángulo de la figura. De-

movimiento del electrón. Se pide determinar las componentes de su velocidad paralela y perpendicular al campo tras un tiempo de $5 \cdot 10^{-8}$s. Datos: $e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$C y $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$kg.

Solución: $v_{\parallel} = 7{,}045 \cdot 10^6$m/s, $v_{\perp} = 4{,}29 \cdot 10^7$m/s.

8. Una esfera pequeña de masa 0,2g y carga $6 \cdot 10^{-9}$C cuelga de un hilo entre dos placas paralelas verticales separadas una distancia de 5cm. El hilo forma un ángulo de 10° con la vertical en la situación de equilibrio. Se pide calcular la diferencia de potencial existente entre las placas.

   Solución: 2880V.

9. Dos esferas muy pequeñas de masa 10g y cargadas positivamente se encuentran en los extremos de dos hilos de seda de longitud 1m suspendidos del mismo punto. Si en la posición de equilibrio el ángulo que forma cada hilo con la vertical es de 30°: a) calcular el valor de la tensión de los hilos; b) obtener la carga de cada esfera; c) si desaparece una de las esferas, calcular el campo eléctrico que será necesario aplicar para que la otra esfera permanezca en la misma posición de equilibrio del aparatado a).

   Solución: a) 0,226N; $\pm 2{,}5 \cdot 10^{-6}$C; c) 22500N/C.

10. Se situan dos cargas, $q_1 = 0{,}1\mu$C y $q_2 = 0{,}2\mu$C en los vértices del lado izquierdo de un cuadrado de lado 5cm. Otras dos cargas iguales pero de signo opuesto se colocan en los vértices del lado izquierdo. Calcular la fuerza que actúa sobre la carga situada en el vértice inferior derecho.

    Solución: $\boldsymbol{F} = -0{,}1185\boldsymbol{i} - 0{,}165\boldsymbol{j}$(N).

11. Dos cargas iguales, $q_1 > 0$, se hallan separadas una distancia $2a$. En el punto medio entre estas cargas se coloca una carga $q_2 > 0$. Demostrar que si separamos q_2 una distancia x ($x << a$) de su posición de equilibrio se obtiene un movimiento armónico simple. Determinar la constante elástica asociada a este movimiento.

    Solución: $k = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a^3}$.

12. En un cuadrado de lado l se disponen alternativamente cargas de valor q_1 y $-q_2$. Determinar la relación q_2/q_1 para que sobre la carga $-q_2$ la fuerza resultante sea nula. Determinar si es posible que simultáneamente q_1 y $-q_2$ se encuentren en equilibrio. Nota: q_1, $q_2 > 0$.

    Solución: a) $\dfrac{q_2}{q_1} = 2$; b) no es posible.

13. Sobre un hilo de longitud l se distribuye uniformemente una carga q. Calcular la fuerza electrostática que el hilo ejerce sobre una carga q' situada: a) en la prolongación del hilo y a una distancia d del extremo del mismo; b) frente al punto medio del hilo y a una distancia d del mismo.

    Solución: a) $\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{qq'}{d(l+d)}$; b) $\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{qq'}{d\sqrt{d^2 + l^4/4}}$.

14. Un alambre en forma de semicircunferencia de radio a posee una densidad lineal de carga λ. Calcular el campo que crea esta distribución de carga en el centro del alambre.

    Solución: $\dfrac{1}{2\pi\epsilon_0}\dfrac{\lambda}{a}$.

15. Hallar el potencial eléctrico para puntos sobre el eje de un disco circular de radio a cargado uniformemente cuya densidad superficial de carga es σ.

    Solución: $\dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}\left\{\sqrt{a^2 + z^2} - |z|\right\}$.

16. Considérense tres placas planas paralelas separadas una distancia d. La placa central tiene una densidad superficial de carga 2σ y las placas laterales una densidad $-\sigma$. Suponiendo que las tres placas se extienden hasta el infinito, y que a una distancia infinita de ellas el potencial es cero, calcular el campo y el potencial eléctricos como función de la distancia al centro y representarlos gráficamente.

    Solución: $$E = \begin{cases} 0 & x < -d \\ -\dfrac{\sigma}{\epsilon_0} & -d \le x \le 0 \\ \dfrac{\sigma}{\epsilon_0} & 0 \le x \le d \\ 0 & x > d \end{cases}$$

    $$V = \begin{cases} 0 & x < -d \\ \dfrac{\sigma}{\epsilon_0}(x+d) & -d \le x \le 0 \\ -\dfrac{\sigma}{\epsilon_0}(x-d) & 0 \le x \le d \\ 0 & x > d \end{cases}$$

17. En una región esférica de radio a se tiene una distribución de carga cuya densidad volumétrica de carga no es uniforme y viene dada por $\rho = \rho_0 r$, donde ρ_0 es una constante y r es la distancia de un punto dado al centro de la esfera. Calcular el campo eléctrico y el potencial electrostático en todos los puntos del espacio (dentro y fuera de la distribución esférica de carga).

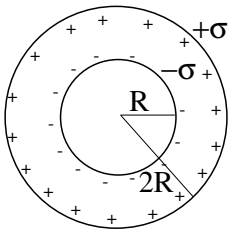
    Solución: $$E = \begin{cases} \dfrac{\rho_0 r^2}{4\epsilon_0} & r \le a \\ \dfrac{\rho_0 a^4}{4\epsilon_0 r^2} & r \ge a \end{cases}$$

    $$V = \begin{cases} \dfrac{\rho_0}{12\epsilon_0}(4a^3 - r^3) & r \le a \\ \dfrac{\rho_0 a^4}{4\epsilon_0 r} & r \ge a \end{cases}$$

18. La figura muestra dos capas esféricas de radios R y $2R$ y densidad de carga superficial $-\sigma$ y σ, respectivamente. Calcular el campo y el potencial eléctricos como funciones de la distancia al centro. Representar gráficamente el potencial. Considerar nulo el potencial en el infinito. **Nota**: Las capas NO tienen la misma carga total, aunque tengan la misma densidad superficial de carga.

Solución: $E = \begin{cases} 0 & r \leq R \\ -\dfrac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} & R \leq r \leq 2R \\ \dfrac{3\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} & r \geq 2R \end{cases}$

$$V = \begin{cases} \dfrac{\sigma R}{\epsilon_0} & r \leq R \\ \dfrac{\sigma R}{\epsilon_0}(2 - \dfrac{R}{r}) & R \leq r \leq 2R \\ \dfrac{3\sigma R^2}{\epsilon_0 r} & r \geq 2R \end{cases}$$

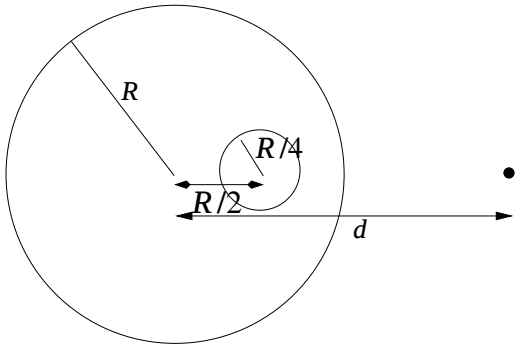


19. En una región cilíndrica de radio a se tiene una distribución de carga cuya densidad volumétrica de carga no es uniforme y viene dada por $\rho = \rho_0 r$, donde ρ_0 es una constante y r es la distancia de un punto dado al eje del cilindro. Calcular el campo eléctrico y el potencial electrostático en todos los puntos del espacio (dentro y fuera de la distribución cilíndrica de carga).

Solución: $E = \begin{cases} \dfrac{\rho_0 r^2}{3\epsilon_0} & r \leq a \\ \dfrac{\rho_0 a^3}{3\epsilon_0 r} & r \geq a \end{cases}$

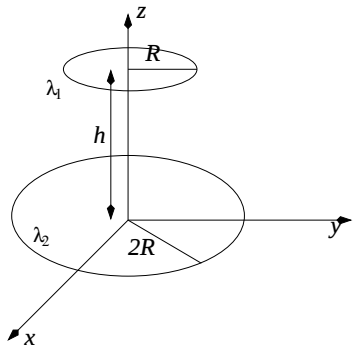
$$V = \begin{cases} \dfrac{\rho_0}{9\epsilon_0}(a^3 - r^3) & r \leq a \\ \dfrac{\rho_0 a^3}{3\epsilon_0} ln(\dfrac{a}{r}) & r \geq a \end{cases}$$

20. Una esfera de radio R y densidad de volumétrica de carga ρ tiene un hueco esférico de radio $R/4$, cuyo centro se encuentra a una distancia $R/2$ del centro de la esfera maciza. Calcula el campo eléctrico a una distancia d del centro de la esfera mayor (Junio 2003).



21. Una pequeña esfera conductora con una capacidad de 10^{-6} F y una masa de 10 g está conectada por medio de un hilo perfectamente conductor, muy largo y de masa despreciable a un generador cuyo potencial V puede variarse a voluntad y que tiene una capacidad de $2 \cdot 10^{-6}$ F. La esfera se deja caer verticalmente sin velocidad inicial. A lo largo de la vertical hay dos cargas puntuales ($q_1 = 10^{-6}$ C y $q_2 = -10^{-6}$ C, respectivamente) separadas 0.25 m entre sí. Calcula el voltaje que hay que aplicar en el generador para que la esfera que cae se equilibre a 0.5 m de la primera carga (Junio 2002).

Solución: 4.9 V.

22. La distribución de carga de la figura está formada por dos hilos conductores circulares de radios R y $2R$, cuyas densidades lineales de carga (ambas positivas) son λ_1 y λ_2, respectivamente. La distancia sobre el eje z que separa a los centros de ambos hilos es h. Se pide: a) el campo eléctrico en un punto situado sobre la línea que une los centros, a una distancia z del origen de coordenadas (siendo $z \leq h$); b) la relación matemática entre λ_1 y λ_2 para que el campo eléctrico resultante se anule a una distancia $z = 2R$. Supón para este apartado que $h = 3R$; c) razona si la condición del apartado b) se cumple en el caso en que los signos de λ_1 y λ_2 son distintos (Septiembre 2003).

Solución: $\mathbf{E} = \left\{ \dfrac{4K\pi\lambda_1 Rz}{4(R^2+z^2)^{3/2}} - \right.$
$\left. - \dfrac{2K\pi\lambda_2 R(h-z)}{[R^2+(h-z)^2]^{3/2}} \right\} \mathbf{k}.$