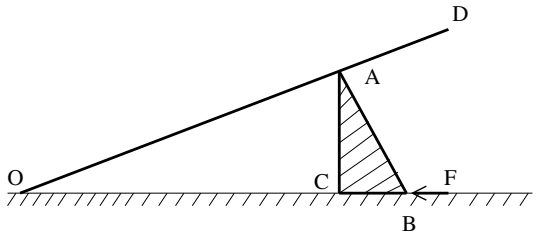
Fundamentos Físicos de la Ingeniería
Ingeniería Técnica Industrial (Esp. Mecánica). Marzo 2006

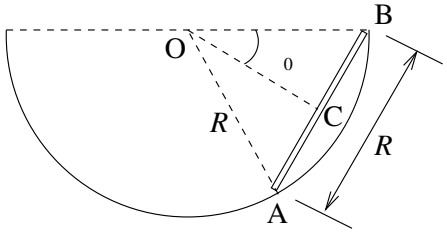
Nombre y apellidos: .....

1. Una partícula de masa m se mueve con velocidad v_0 en una circunferencia de radio r_0 sobre la superficie de una mesa sin rozamiento. La partícula está atada a una cuerda que pasa a través de un agujero de la mesa. Tirando de la cuerda lentamente hacia abajo, la partícula se mueve en una circunferencia de menor radio r_1. Determina: (a) la velocidad final en función de r_0, v_0 y r_1; (b) la tensión de la cuerda cuando la partícula se mueve en una circunferencia de radio r en función de m, r y el momento angular L_0; (c) el trabajo realizado sobre la partícula por la tensión T integrando $T\,dr$ desde r_0 a r_1, expresado en función de r y L_0.

2. La barra OD de masa m y longitud l, que está articulada en O, se apoya sobre la cuña rectangular ABC, cuyo peso es despreciable. A su vez, la cuña está apoyada sobre un plano horizontal. Ésta puede deslizar libremente sobre el plano, y el conjunto se mantiene en equilibrio gracias a la existencia de una fuerza F, aplicada sobre la cuña. Suponiendo que no existe rozamiento entre las superficies del problema, determina: (a) la distancia $\overline{\mathrm{OC}}$ para que la reacción del plano sobre la cuña esté aplicada en el punto B; (b) el valor de la fuerza F para tal posición de equilibrio. <u>NOTA:</u> El ángulo $\widehat{\mathrm{CAB}}$ es $30°$ y $\overline{\mathrm{AB}} = a$.



3. Considera una barra de masa m y longitud R colocada en el interior de un cuenco esférico de radio R. Inicialmente la barra está dispuesta como se indica en la figura adjunta. Suponiendo que no existe rozamiento entre la barra y la superficie interior del cuenco esférico, determina: (a) ecuaciones que deben verificar las fuerzas de ligadura que actúan sobre la barra y la velocidad y aceleración angulares en el instante representado ($\theta_0 = 30°$); (b) justifica, razonando tu respuesta, si las fuerzas de ligadura realizan trabajo; (c) velocidad angular de la barra cuando el segmento $\overline{\mathrm{OC}}$ forma un ángulo θ con la horizontal; (d) las velocidades de los extremos A y B de la barra cuando el centro de masa se encuentra en el punto más bajo (barra horizontal). <u>NOTA:</u> El momento de inercia de una barra de masa m y longitud R respecto a un eje perpendicular a la misma que pasa por el centro de masa es $I_{\mathrm{CM}} = \dfrac{1}{12} m R^2$.



4. Cuestiones teóricas:

   (a) Un taco de billar golpea la bola de masa m horizontalmente a una distancia x por encima del centro de la bola. Determinar el valor de x para el cual la bola de billar rodará sin deslizamiento desde el comienzo. Expresar la respuesta en función del radio R de la bola. <u>NOTA:</u> $I_{\mathrm{CM}} = \frac{2}{5}mR^2$.

   (b) Un tiovivo de radio R, que gira a velocidad angular constante Ω en sentido contrario a las agujas del reloj, dispone de un pequeño tubo orientado radialmente de modo que uno de sus extremos está en el centro del tiovivo y el otro en su periferia. Se deja inicialmente una canica de masa m en el centro del tubo, a una distancia $R/2$ del centro del tiovivo. Determina: (a) ecuaciones de movimiento de la canica desde un sistema de referencia fijo al tiovivo; (b) velocidad con que llega la canica a la periferia del tiovivo medida desde el tiovivo; (c) fuerza que ejerce el tubo sobre la canica en función de la posición que ocupa respecto al centro del tiovivo.

   (c) Un disco rígido de radio R rueda sin deslizar a lo largo de una superficie horizontal a una velocidad angular ω. (a) Demuestra que la velocidad del centro de masa está dirigida horizontalmente en el sentido de movimiento del disco y vale $v_{\mathrm{CM}} = \omega R$; (b) demuestra que también se cumple $a_{\mathrm{CM}} = \alpha R$, donde a_{CM} es la aceleración del centro de masa y α su aceleración angular; (c) ¿cuánto vale aceleración del punto de contacto del disco con la superficie horizontal?

5. Se han realizado unas medidas con un péndulo simple, de longitud L y masa m, para determinar la gravedad en un punto de la superficie terrestre. Para ello se ha medido la frecuencia natural de oscilación (ν) del péndulo con diferentes longitudes del hilo. Los resultados de la experiencia se muestran en la tabla adjunta. (a) Representa gráficamente el cuadrado del periodo del péndulo (T^2) frente a su longitud (L); (b) realiza un ajuste por mínimos cuadrados y determina la pendiente de la recta y su ordenada en el origen; (c) representa, en la misma gráfica del apartado (a), la recta obtenida; (d) calcula el valor de la gravedad expresado con su error correspondiente a partir de los resultados anteriores.

L (cm)	50	70	90	110	130
ν (Hz)	0.705	0.596	0.523	0.475	0.437

Ajuste por mínimos cuadrados $\rightarrow$ $\boxed{\mathbf{y = ax + b}}$

$$S_x = \sum_i x_i \qquad a = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{NS_{x^2} - S_x^2}$$

$$S_y = \sum_i y_i \qquad b = \frac{S_{x^2} S_y - S_x S_{xy}}{NS_{x^2} - S_x^2}$$

$$S_{xy} = \sum_i x_i y_i \qquad r = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{\sqrt{(NS_{x^2} - S_x^2)(NS_{y^2} - S_y^2)}}$$

$$S_{x^2} = \sum_i x_i^2 \qquad \sigma_a = \frac{a}{r}\sqrt{\frac{1-r^2}{N-2}}$$

$$S_{y^2} = \sum_i y_i^2 \qquad \sigma_b = \frac{a}{r}\sqrt{\frac{S_{x^2}(1-r^2)}{N(N-2)}}$$

Fundamentos Físicos de la Ingeniería

Ingeniería Técnica Industrial (Esp. Mecánica). Marzo 2006

Nombre y apellidos .....