ELASTICIDAD: LEY DE HOOKE. HISTÉRESIS MECÁNICA

1. Fundamento.

Introducción.

Cuando actúan fuerzas sobre un sólido, éste se deforma proporcionalmente a la fuerza aplicada, hasta un determinado valor que se denomina *límite proporcional.* En esta primera zona decimos que se cumple la *ley de Hooke.* Dentro de este límite, si dejamos de ejercer fuerza sobre el sólido, éste recuperará completamente su forma inicial. En cambio, si seguimos aumentando el esfuerzo, llegamos hasta un punto, denominado *límite elástico*, a partir del cual el sólido no vuelve a recuperar la forma inicial cuando el esfuerzo deja de actuar, quedando con una deformación residual.

Módulo de Rigidez.

Cuando un sólido se ve sometido a un esfuerzo transversal (figura 2), se producirá en él una deformación por deslizamiento tal que, para ángulos pequeños, la fuerza por unidad de superficie será

$$\frac{F}{S} = G\,\alpha \qquad \tau = \frac{F}{S} \qquad \tau = G\,\alpha$$

G = módulo de rigidez,
J = esfuerzo de deslizamiento o cizalladura,
" = ángulo de deslizamiento,
(deformación tangencial)

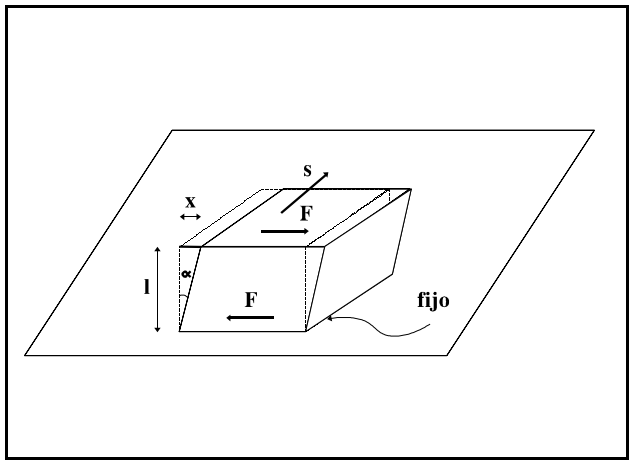


Figura 1

Ley de Hooke: módulo de torsión.

Si sometemos una barra a un determinado momento de una fuerza $M = F \wedge d$, siendo F la fuerza perpendicular a un radio y d la distancia desde el centro de la barra al punto de aplicación de la fuerza, le producirá un giro o ángulo de torsión 2. Si la barra cumple la ley de Hooke tendremos que:

$$M = K_T \cdot \theta \qquad [1]$$

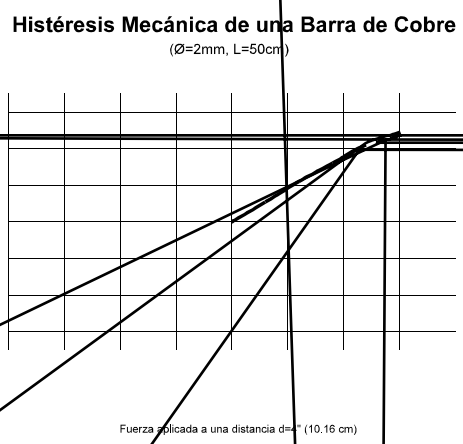
la constante K_T se denomina *módulo de torsión*. 2 se expresa en *radianes*

Para una barra cilíndrica y homogénea de radio R y longitud L:

$$K_T = \frac{\pi}{2}\,\frac{R^4}{L}\,G \qquad [2]$$

donde G se denomina *módulo de rigidez*, y es una característica del material y de la temperatura.

ELASTICIDAD: LEY DE HOOKE. HISTÉRESIS MECÁNICA



Experimento 2: Histéresis mecánica.

Con el dinamómetro situado a una distancia ***d = 4"***, iremos ejerciendo diferentes fuerzas perpendiculares al radio variando el ángulo en incrementos de 10º hasta alcanzar los 90º. A partir de este ángulo, continuaremos con incrementos de 30º hasta los 180º. Iremos anotando las fuerzas ejercidas para cada ángulo. Las medidas deberán realizarse continuamente sin interrupciones hasta describir un ciclo completo de histéresis, es decir, de 0 a 180º, de 180º a -180º y de -180º a 180º.

4. Resultados obtenidos.

Ley de Hooke: Modulo de Torsión y de Rigidez

Para cada una de las varillas de aluminio, completar las siguientes tablas.

- *No olvidar que el ángulo se toma en grados por comodidad, pero se debe calcular en radianes.*
- *Debido al importante esfuerzo que se debe ejercer sobre la varilla de **4mm**, aplicaremos el dinamómetro sobre la clavija situada a **6"** con el fin de aumentar el momento*

Ø = 2mm	**d = 4"**
Ángulo(º)	F (N)
5	
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	

Ø = 3 mm	**d = 4"**
Ángulo(º)	F (N)
5	
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	

Ø = 4mm	**d = 6"**
Ángulo(º)	F (N)
5	
10	
15	
20	
25	
30	
35	

Histéresis Elástica

Partiendo del ángulo 0º (varilla de cobre, sin deformar) rellenar la siguiente tabla.

Ángulo (º)	Fuerza (N)	Ángulo (º)	Fuerza (N)	Ángulo (º)	Fuerza (N)
10		150		-150	
20		120		-120	
30		90		-90	
40		60		-60	
50		30		-30	
60		0		0	
70		-30		30	
80		-60		60	
90		-90		90	
120		-120		120	
150		-150		150	
180		-180		180	

5. Análisis de los resultados.

L *No olvidar que el ángulo se toma en grados por comodidad, pero se debe calcular en radianes.*

Ley de Hooke: Modulo de Torsión y de Rigidez

- Representar para cada una de las varillas el momento de la fuerza (F/d) frente al ángulo de torsión (2). Comprobar que M - 2 es una función lineal que pasa por el origen de forma visual.

- Mediante el método de los mínimos cuadrados ajustar $M = a + b2$ e interpretar el resultado obtenido. Mediante el valor de la pendiente b determinar el módulo de torsión de las tres varillas utilizadas y el módulo de rigidez del material con el que están construidas.

- Expresar todos los resultados finales con sus unidades, errores y cifras significativas correctas. Comprobar que el módulo de rigidez obtenido coincide con el consultado en la biblioteca.

- Comprobar que el módulo de torsión K_T del material con el que están construidas las varillas sigue la ley de la ecuación [2] mediante una representación de K_T frente al radio (tendrás un mínimo de tres valores de R diferentes). ¿Qué tipo de representación deberemos hacer? Explica todo el procedimiento de cómo se comprueba una determinada ley experimental aplicándolo a este caso.

Histéresis Elástica

- Dibujar una gráfica del momento de la fuerza que actúa sobre la varilla frente al ángulo de torsión.

- Dibujar otra gráfica donde sólo se represente la zona inicial de 0 - 90º analiza cuál es la zona proporcional para esta varilla de cobre. Una vez confirmada la zona lineal, realiza un ajuste lineal por mínimos cuadrados $M = a + b\,2$ y determina el módulo de torsión de la varilla y el módulo de rigidez del Cu a partir de la ecuación [2] y las dimensiones de la barra. Comprueba que el valor de G obtenido coincide con el de las tablas (buscar en la biblioteca del centro en un libro de resistencia de materiales).

6. Cuestiones.

1. Determinar las unidades del módulo de torsión y de rigidez, éste último a partir de la ley de Hooke para la deformación por deslizamiento o cizalladura (esfuerzo de deslizamiento proporcional a la deformación unitaria por deslizamiento).

2. Comprobar que la ecuación [2] es dimensionalmente correcta.

3. Explica, consultando un libro de Física General, la deformación por cizalladura y la ley de Hooke para este tipo de deformación.

4. ¿Cuánto se deforma la barra de Al utilizada (diámetro = 0.002 m; longitud = 0.50 m) si le aplicamos una fuerza de 0.8 N perpendicular al radio de la misma a una distancia de 10 cm? ¿Y si esta fuerza la aplicamos a la misma distancia pero formando un ángulo de 30º con la dirección radial? Explicar por qué el resultado es diferente.