



# Modelos Avanzados de Computación

## Ejercicios del Tema 7

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: Suma(x,y), Producto(x,y), Potencia(x,y), Decremento(x), RestaAcotada(x,y), Signo(x), SignoNegado(x), Factorial(x), Min(x,y), Max(x,y), And(x,y), Or(x,y), Not(x), Mayor(x,y), Menor(x,y), MayorOIgual(x,y), MenorOIgual(x,y).

### Ejercicio 7.1

Demuestre que la función  $Eq(x,y)$  es primitiva recursiva.

$$Eq(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = y \\ 0 & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

### Ejercicio 7.2

Demuestre que la función  $Sqrt(x)$ , que devuelve la parte entera de la raíz cuadrada, es primitiva recursiva.

### Ejercicio 7.3

Demuestre que la función  $Mod3(x)$  es primitiva recursiva.

$$Mod3(x) = Resto(x, 3) = x \% 3$$

### Ejercicio 7.4

Demuestre que la función  $Div(x,y)$ , que calcula la división entera, es primitiva recursiva.

$$Div(x, y) = x / y$$

**Ejercicio 7.5**

Demuestre que la función  $Raiz(x,n)$ , que calcula la raíz n-esima de un número entero, es una función primitiva recursiva.

$$Raiz(x, n) = \lfloor \sqrt[n]{x} \rfloor = y \mid y^n \leq x < (y+1)^n$$

**Ejercicio 7.6**

Demuestre que la función  $Log2(x+1)$ , que calcula el logaritmo en base 2 de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento  $(x+1)$  el caso base de la recursión es  $x=0$ .

$$Log2(x+1) = y \mid 2^y \leq x+1 < 2^{y+1}$$

**Ejercicio 7.7**

Demuestre que la función  $Resto(x,y)$ , que calcula el resto de la división entera ( $x\%y$ ) es una función primitiva recursiva.

**Ejercicio 7.8**

- a) Construya como primitiva recursiva la función  $Divisible(y,x)$  que devuelve 1 si  $x$  es divisible entre algún número mayor que 1 y menor o igual que  $y$  (y devuelve 0 en caso contrario).
- b) Utilizando la función anterior, construya la función  $Primo(x)$ , que devuelve 1 si  $x$  es un número primo (es decir, no es divisible entre ningún número mayor que 1 y menor que  $x$ ).