Universidad de Huelva

# Modelos Avanzados de Computación

# Examen de febrero

**EJERCICIO 1 (1,5 puntos)**

Dado un número natural *A* expresado en notación binaria con *n* bits, el cambio de signo de *A* (es decir, -*A*) se calcula por medio de la operación "Complemento a 2". Una forma sencilla de calcular el complemento a dos de un número binario es comenzar por la derecha (el dígito menos significativo), copiando el número original (de derecha a izquierda) hasta encontrar el primer 1, después de haber copiado el 1, se niegan (complementan) los dígitos restantes (es decir, copia un 0 si aparece un 1, o un 1 si aparece un 0). Por ejemplo, el complemento a dos de «0011 11010» es «1100 00110».

(a) Desarrolle la operación "Complemento a 2" por medio de un Autómata de Mealy.

(b) Desarrolle la operación "Complemento a 2" por medio de un Autómata de Moore.

(c) Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.

**EJERCICIO 2 (1,5 puntos)**

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky.

S → B L
S → **id**
B → **lbracket**
L → S Q
Q → C L
Q → **rbracket**
C → **comma**

Verifique que la cadena "**[ [ id , id ] , id , [ id ] ]**" pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

**EJERCICIO 3 (2 puntos)**

Desarrolle una Máquina de Turing que reconozca el lenguaje formado por cadenas de 0 cuya longitud sea potencia de dos:

$$L = \left\{ 0^{2^n} ;\ n \geq 0 \right\}$$

NOTA: Para comprobarlo hay que hacer varias pasadas a la cadena eliminando la mitad de 0´s en cada pasada hasta alcanzar una cadena de longitud 1. Si en alguna pasada el número de 0´s es impar hay que rechazar la cadena.

**EJERCICIO 4 (1 punto)**

Sea $EQ_{\mathrm{TM}}$ el lenguaje formado por las cadenas <$M_1$,$M_2$> tales que $M_1$ y $M_2$ son codificaciones de Máquinas de Turing que reconocen el mismo lenguaje. Es decir, $L(M_1) = L(M_2)$.

Demuestre que el lenguaje $EQ_{\mathrm{TM}}$ es indecidible.

NOTA: Considere demostrado que los lenguajes $A_{TM}$ (problema de la aceptación), $HALT_{TM}$ (problema de la parada) y $E_{TM}$ (problema del lenguaje vacío) son indecidibles.

**EJERCICIO 5 (2 puntos)**

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma(x,y), Producto(x,y), Potencia(x,y), Decremento(x), RestaAcotada(x,y), Signo(x), SignoNegado(x), Min(x,y), Max(x,y), And(x,y), Or(x,y), Not(x), Igual(x,y), Mayor(x,y), Menor(x,y), MayorOIgual(x,y), MenorOIgual(x,y), If(x,y,z)*.

Demuestre que la función *Raiz*(*x,n*), que calcula la raíz n-esima de un número entero, es una función primitiva recursiva.

$$Raiz(x, n) = \lfloor \sqrt[n]{x} \rfloor = y \mid y^n \le x < (y+1)^n$$

**EJERCICIO 6 (1 punto)**

¿Qué es un verificador de un lenguaje? Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

**EJERCICIO 7 (1 punto)**

Enuncie el Teorema de Savitch y describa brevemente su demostración.