Departamento de Tecnologías de la Información

Área de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

Modelos Avanzados de Computación

Primera convocatoria

EJERCICIO 1 (1.5 puntos)

Considere el proceso de multiplicar por 5 un número binario. Esta operación se puede realizar desplazando el número dos bits y sumándo el mismo número, es decir, multiplicando por (4+1). (NOTA: los estados deben expresar si los bits desplazados son 0 o 1 y si el resultado de la suma se lleva 0 o 1)

```
101101 x 5          0101101
                   10110100
                  ----------
                   11100001
```

(a) Desarrolle la operación "multiplicar por 5" por medio de un Autómata de Mealy.

(b) Desarrolle la operación "multiplicar por 5" por medio de un Autómata de Moore.

EJERCICIO 2 (1 punto)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky.

E → E A	X → E R
E → E F	L → **(**
E → L X	L → **)**
E → **id**	P → **+**
A → P E	S → *****
F → S E	

Verifique que la cadena " **(id + id * id)** " pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que tome como entrada un número escrito en binario (por simplicidad es mejor que esté escrito de izquierda a derecha) seguido de una cadena formada por los símbolos del alfabeto {A,B} y separadas por el símbolo $. El objetivo de la máquina es eliminar de la cadena tantos caracteres como indique el número.

Por ejemplo, la entrada (#011$BAABBABAB~~bb~~) indica que hay que eliminar seis caracteres, por lo que la salida debe ser (#BAB~~bb~~).

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea A_{TM} el lenguaje formado por las cadenas por las cadenas <*M*,*w*> tales que *M* es la codificación de una máquina de Turing y *w* es una cadena aceptada por dicha máquina.

Demuestre que el lenguaje A_{TM} es indecidible.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: *Suma(x,y), Producto(x,y), Potencia(x,y), Decremento(x), RestaAcotada(x,y), Signo(x), SignoNegado(x), Min(x,y), Max(x,y), And(x,y), Or(x,y), Not(x), Igual(x,y), Mayor(x,y), Menor(x,y), MayorOIgual(x,y), MenorOIgual(x,y), If(x,y,z)*.

Demuestre que la función *Raiz*(*x,n*), que calcula la raíz n-esima de un número entero, es una función primitiva recursiva.

$$Raiz(x, n) = \lfloor \sqrt[n]{x} \rfloor = y \;\mid\; y^n \le x < (y+1)^n$$

EJERCICIO 6 (1 punto)

(a) ¿Qué es un lenguaje NP?

(b) ¿Qué es un verificador de un lenguaje?

(c) Demuestre que un lenguaje es NP si y solo si es verificable polinomialmente.

EJERCICIO 7 (1 punto)

(a) ¿Qué es un qubit?

(b) ¿Qué es una puerta cuántica?