

## Formulario: Meteorología y Climatología

- Ley de Stefan-Boltzmann

$$R = \sigma T^4 ; \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

- Ley de Wien

$$\lambda_M T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$$

- Ecuación del gas ideal

$$P = \rho r T ; \quad r = \frac{R}{M} \quad (M : \text{Masa molecular}) .$$

- Equivalencias entre notaciones:

$$\begin{aligned} r' = r_a = R_a , \quad r_s = R_s , \quad \bar{r} = \bar{R} , \quad T = T_b , \quad T' = T_{at} . \\ c_p = c_{ps} , \quad c'_p = c_{pa} . \end{aligned}$$

- Índices de humedad:

- humedad relativa:  $h = 100 \frac{e}{E(T)} \simeq 100 \frac{a}{A} \simeq 100 \frac{m}{M}$
- $m$ : proporción de mezcla,  $q$ : humedad específica

$$\frac{e}{P} = \frac{m}{\epsilon + m} , \quad q = \frac{m}{m + 1} , \quad \epsilon = \frac{r_s}{r_a} = \frac{5}{8} .$$

- Constantes para el aire seco y el vapor:

$$\begin{aligned} L = 2500 \frac{\text{J}}{\text{g}} = 600 \frac{\text{cal}}{\text{g}} , \quad r_s = 0.287 \frac{\text{J}}{\text{g K}} , \quad r_a = 0.461 \frac{\text{J}}{\text{g K}} . \\ c_{ps} = 1.005 \frac{\text{J}}{\text{g K}} , \quad c_{pa} = 1.846 \frac{\text{J}}{\text{g K}} , \quad \Gamma = \frac{g}{c_{ps}} = 0.0098 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}} . \\ \bar{\Gamma} = \frac{g}{c_p} , \quad \bar{c}_p = (1 - q)c_{ps} + qc_{pa} = c_{ps}(1 + kq) , \quad k = \frac{c_{pa}}{c_{ps}} - 1 = 0.86 . \end{aligned}$$

- $\Gamma' = - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{\text{adiab}} = \Gamma \frac{T}{T'}$  .

- Elevación adiabática ( $\alpha$  cte.)

$$\begin{aligned} T = T_0 \left( 1 - \alpha \frac{z}{T_0'} \right)^{\Gamma/\alpha} \simeq T_0 \left( 1 - \frac{\Gamma z}{T_0'} \right) \\ T' = T_0' - \alpha z \end{aligned}$$

- Primer principio de la termodinámica:

$$\delta Q = dU + PdV = mc_p dT - VdP = m \left( c_p dT + \frac{T}{T'} g dz \right)$$

- Proceso politrópico:  $\begin{cases} c_p \rightarrow c_p - c \\ c_v \rightarrow c_v - c \end{cases}$  donde  $c$  es el calor específico del proceso.

- Índice de estabilidad:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\eta \Delta z ; \quad \eta = g \frac{\Gamma - \alpha}{T'}$$

- Temperatura potencial:  $\theta = \left( \frac{1000}{P} \right)^{r/c_p} T$
- Temperatura virtual:  $\bar{r}T = rT_v \Rightarrow T_v = T \left( 1 + \frac{3}{5}q \right)$ .
- Ecuación de Clausius-Clapeyron

- Forma diferencial:

$$\frac{dE}{dT} = \frac{LE}{r_a T^2}$$

- Forma integrada:

$$\ln \frac{E}{E_0} = \frac{L}{r_a} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \Rightarrow \ln \frac{h}{h_0} = \frac{L}{r_a} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \text{ (Proceso isobárico).}$$

\* Dependencia de  $L$  con  $T$ :  $L = L_0 + (c_{pa} - c)T(^{\circ}\text{C}) \simeq 600 - 0.56 \cdot T(^{\circ}\text{C}) \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ .

- Fórmula de Magnus

$$E(T) = 6.1 \times 10^{\frac{7.45T(^{\circ}\text{C})}{234.07 + T(^{\circ}\text{C})}} \text{ (hPa)} .$$

- Temperatura equivalente:  $T_e = T + \frac{mL}{c_p} \simeq T + 2e(\text{mmHg}) \simeq T + 2a \left( \frac{g}{\text{m}^3} \right)$ .
- Temperatura del termómetro húmedo:  $T_h$

$$(c_{ps} + mc_{pa})(T - T_h) = L(M' - m)$$

$$T_e \simeq T' + \frac{M_a L}{c_{ps}} \simeq T' + 2A$$

- $\frac{de}{e} = \frac{dm}{m} + \frac{dP}{P}$
- $\frac{dh}{h} = \frac{dP}{P} - \frac{dE}{E}$  (para  $m$  constante)

- Variación de h con T en una ascensión adiabática:

$$\frac{dh}{dT} = \frac{h}{T} \left( \frac{\bar{c}_p}{\bar{r}_s} - \frac{L}{r_a T} \right) . \quad (1)$$

- Integración exacta de (1):

$$\ln \frac{h}{h_0} = \frac{\bar{c}_p}{\bar{r}} \ln \frac{T}{T_0} + \frac{\epsilon L}{r_s} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) .$$

- Integración aproximada de (1):

$$\frac{h}{h_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{\bar{c}_p}{\bar{r}}} - \frac{\epsilon L}{r_s T_0} .$$

- Fórmula de Ferrel:  $z_s = 122(T_0 - \tau_0)m$  ( $\tau_0$ : punto de rocío)
- Fórmula de Väisälä:  $z_s = 188 (T(^{\circ}\text{C}) + 105) \frac{x}{x+5.1}$ ;  $x = \log_{10} \frac{100}{h_0}$
- Elevación pseudo-adiabática:

$$-LdM \simeq c_p dT - VdP$$

$$\Gamma_{\text{pseud}} = \Gamma \frac{P + \epsilon \frac{LE}{RT}}{P + \epsilon \frac{L}{c_p} \frac{dE}{dT}}$$

- Vientos:

$$\vec{a}_{\text{pres}} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \rightarrow -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} ;$$

$$a_c = 2v\Omega \sin \phi ; \quad \phi : \text{latitud}; \quad \Omega : \text{Velocidad angular} = 2\pi/T_{\text{rot}}$$

$$v_g = \frac{1}{\rho f} \frac{dP}{dx} ; \quad f = 2\Omega \sin \phi .$$