

Extensiones del modelo de
bosones en interacción para su
aplicación a problemas actuales
de estructura nuclear.

José Enrique García Ramos

Mayo de 1999

Estructura de la exposición.

1. Introducción.

2. Vibraciones doble- γ en núcleos deformados.

- Situación experimental. Anarmonicidad de la doble vibración γ .
- Formalismo de estado intrínseco en IBM-1. Inclusión de los estados de dos fonones.
- Conexión entre triaxialidad y anarmonicidad.
- Estudio del ^{166}Er en el sistema laboratorio.

3. IBM-3: El isospín en el IBM.

- Estructura algebraica del IBM-3.
- Simetrías dinámicas en IBM-3. El límite $U_L(6) \otimes SU_T(3)$.
- Cálculos analíticos de diversos observables.
- Cálculos realistas.
- Formalismo de estado intrínseco.
- Cálculos esquemáticos.

4. IBM-4: Formalismo de estado intrínseco.

- Estructura algebraica del IBM-4.
- Presentación del formalismo.
- Pairing isoscalar e isovectorial. Cálculos esquemáticos.

5. Conclusiones.

Estructura de la exposición.

1. Introducción.

2. Vibraciones doble- γ en núcleos deformados.

- Situación experimental. Anarmonicidad de la doble vibración γ .
- Formalismo de estado intrínseco en IBM-1. Inclusión de los estados de dos fonones.
- Conexión entre triaxialidad y anarmonicidad.
- Estudio del ^{166}Er en el sistema laboratorio.

3. IBM-3: El isospín en el IBM.

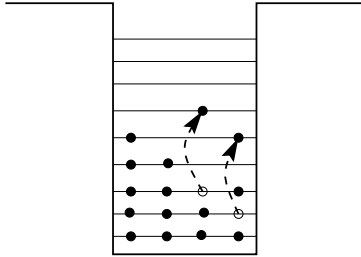
- Estructura algebraica del IBM-3.
- Simetrías dinámicas en IBM-3. El límite $U_L(6) \otimes SU_T(3)$.
- Cálculos analíticos de diversos observables.

4. IBM-3: Formalismo de estado intrínseco.

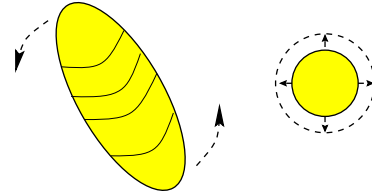
- Formalismo de estado intrínseco en IBM-3.
- Estado fundamental.
- Estados excitados. Proyección en isospín.
- Cálculos esquemáticos.

5. Conclusiones.

Modelo de Capas



Modelo Colectivo



Modelos Algebraicos Modelo SU(3) de Elliott

$$\begin{array}{ccccc}
 U(3) & \supset & SU(3) & \supset & O(3) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 | [f_1 f_2 f_3] & & (\lambda, \mu) & & \kappa L \rangle
 \end{array}$$

- Funciones de onda adecuadas para el Modelo de Capas.

Núcleo	T	J	$(\lambda, \mu)L$	%U(3)
^{18}F	0	1	(40)0	92
	0	3	(40)2	96
	0	5	(40)4	100

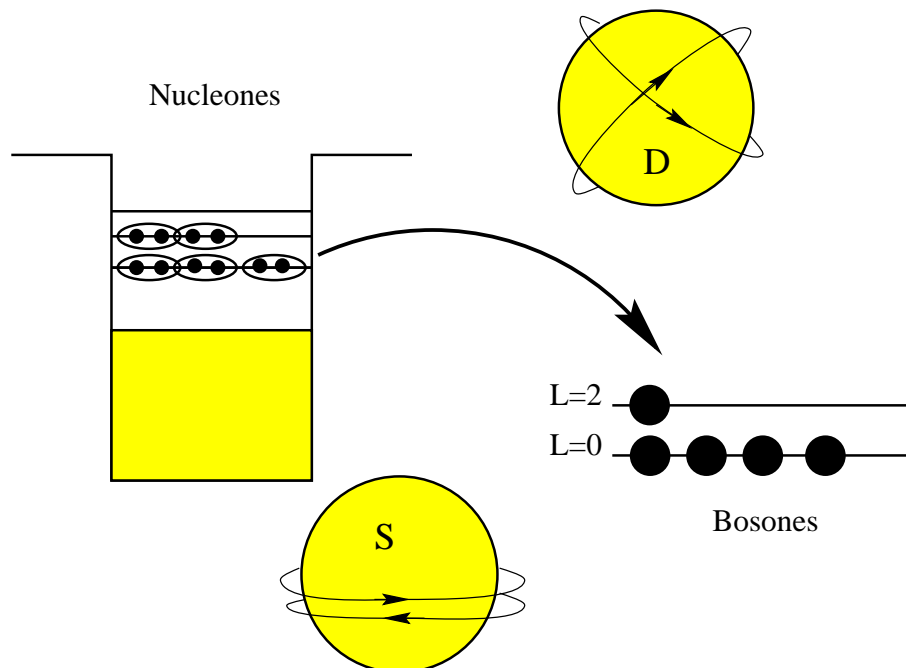
- Bandas rotacionales.

$$L = \kappa, \kappa + 1, \kappa + 2, \dots, \kappa + \max[\lambda + \mu]; \kappa \neq 0$$

$$L = \max[\lambda + \mu], \max[\lambda + \mu] - 2, \max[\lambda + \mu] - 4, \dots, 0 \text{ ó } 1; \kappa = 0$$

El modelo de bosones en interacción.

- Modelo que describe los estados colectivos más bajos en energía de los núcleos par-par pesados y medios.
- Puede considerarse como una aproximación al Modelo de Capas mediante la truncación y posterior bosonización de su espacio de trabajo.



- Puede entenderse como la segunda cuantización de las variables de forma del Modelo Colectivo.

Estructura algebraica del IBM. I

$$\begin{array}{ccc} s^\dagger, d_m^\dagger (m = 0, \pm 1, \pm 2) & \longrightarrow & \gamma_{lm}^\dagger, \gamma_{lm} \\ s, d_m (m = 0, \pm 1, \pm 2) & & (l = 0, 2; \quad -l \leq m \leq l) \end{array}$$

$$[\gamma_{lm}, \gamma_{l'm'}^\dagger] = \delta_{ll'} \delta_{mm'}, [\gamma_{lm}^\dagger, \gamma_{l'm'}^\dagger] = 0, [\gamma_{lm}, \gamma_{l'm'}] = 0$$

- El álgebra dinámica del IBM es $U(6)$.

Generadores de $U(6)$: $\hat{G}_{ij} = \gamma_i^\dagger \gamma_j$, con $i, j = 1, \dots, 6$.

$$[\hat{G}_{ij}, \hat{G}_{kl}] = \hat{G}_{il} \delta_{jk} - \hat{G}_{jk} \delta_{il}$$

- Todo operador dinámico puede expresarse en función de los generadores de $U(6)$.

$$\hat{H} = \sum_{ij} \varepsilon_{ij} \gamma_i^\dagger \gamma_j + \sum_{ijkl} V_{ijkl} \gamma_i^\dagger \gamma_j^\dagger \gamma_k \gamma_l$$

$$\hat{T} = \sum_{ij} t_{ij} \gamma_i^\dagger \gamma_j$$

Estructura algebraica del IBM. II

- Cadenas de subgrupos.

$$\begin{array}{ccccccc}
 & U(6) & \supset & U(5) & \supset & O(5) & \supset & O(3) \\
 U(5) & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & | [N] & & n_d & & \tau & \nu_\Delta & L \rangle
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & U(6) & \supset & SU(3) & \supset & O(3) \\
 SU(3) & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & | [N] & & (\lambda, \mu) & \kappa & L \rangle
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & U(6) & \supset & O(6) & \supset & O(5) & \supset & O(3) \\
 O(6) & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & | [N] & & \sigma & & \tau & \nu_\Delta & L \rangle
 \end{array}$$

- Simetrías dinámicas.

$$\begin{array}{l}
 U(5) \quad \hat{H}_{U(5)} = \epsilon \hat{C}_1[U(5)] + \alpha \hat{C}_2[U(5)] + \beta \hat{C}_2[O(5)] + \gamma \hat{C}_2[O(3)] \\
 \quad \quad E_{U(5)} = \epsilon n_d + \alpha n_d(n_d + 4) + \beta \tau(\tau + 3) + \gamma L(L + 1)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 SU(3) \quad \hat{H}_{SU(3)} = \delta \hat{C}_2[SU(3)] + \gamma \hat{C}_2[O(3)] \\
 \quad \quad E_{SU(3)} = \delta(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + \gamma L(L + 1)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 O(6) \quad \hat{H}_{O(6)} = \eta \hat{C}_2[O(6)] + \beta \hat{C}_2[O(5)] + \gamma \hat{C}_2[O(3)] \\
 \quad \quad E_{O(6)} = \eta \sigma(\sigma + 4) + \beta \tau(\tau + 3) + \gamma L(L + 1)
 \end{array}$$

Estructura algebraica del IBM. II

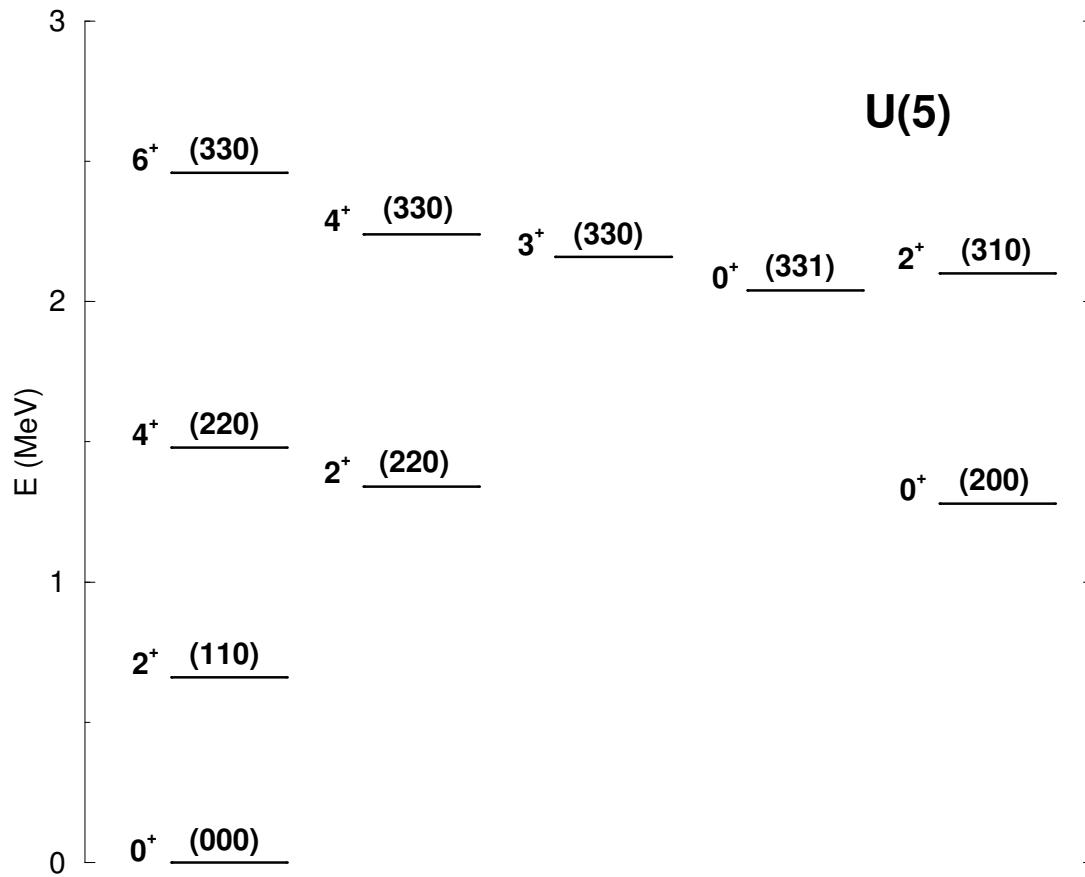
- Cadenas de subgrupos.

$$\begin{array}{cccccc}
 & U(6) & \supset & U(5) & \supset & O(5) & \supset & O(3) \\
 U(5) & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & | [N] & & n_d & & \tau & \nu_\Delta & L \rangle
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 & U(6) & \supset & SU(3) & \supset & O(3) \\
 SU(3) & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & | [N] & & (\lambda, \mu) & \kappa & L \rangle
 \end{array}$$

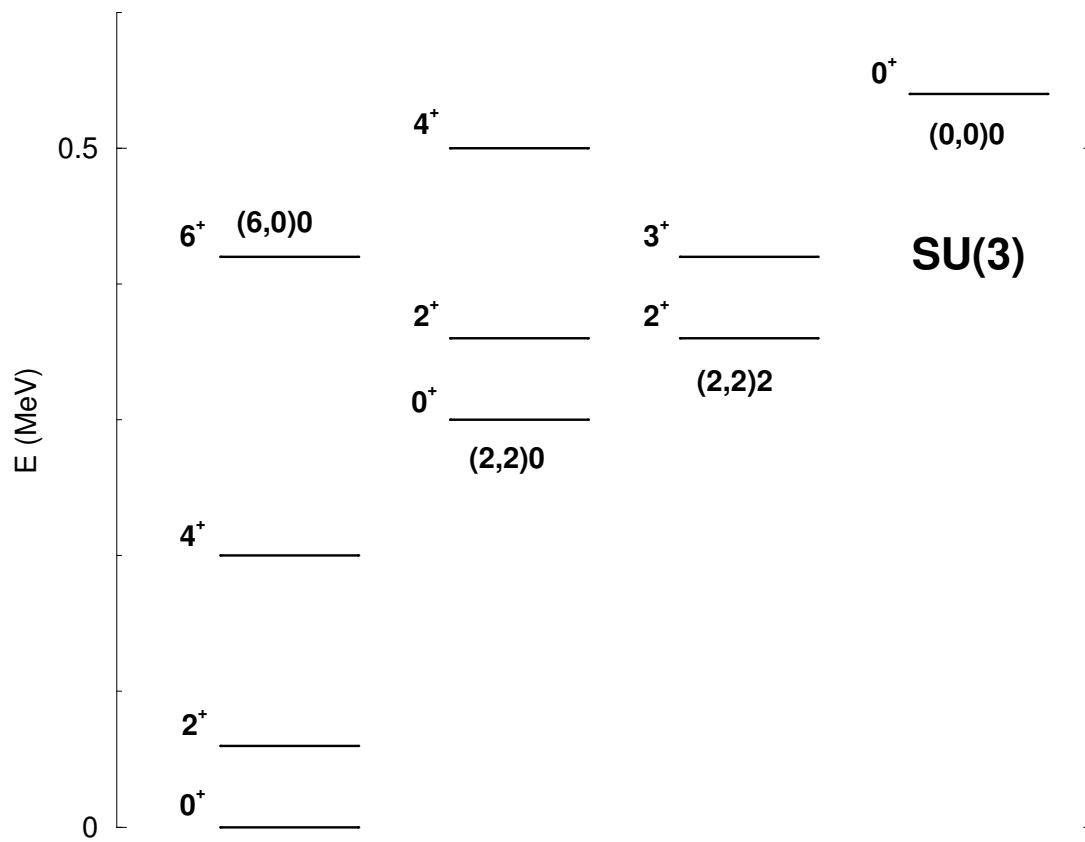
$$\begin{array}{cccccc}
 & U(6) & \supset & O(6) & \supset & O(5) & \supset & O(3) \\
 O(6) & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & | [N] & & \sigma & & \tau & \nu_\Delta & L \rangle
 \end{array}$$

Espectro esquemático $U(5)$



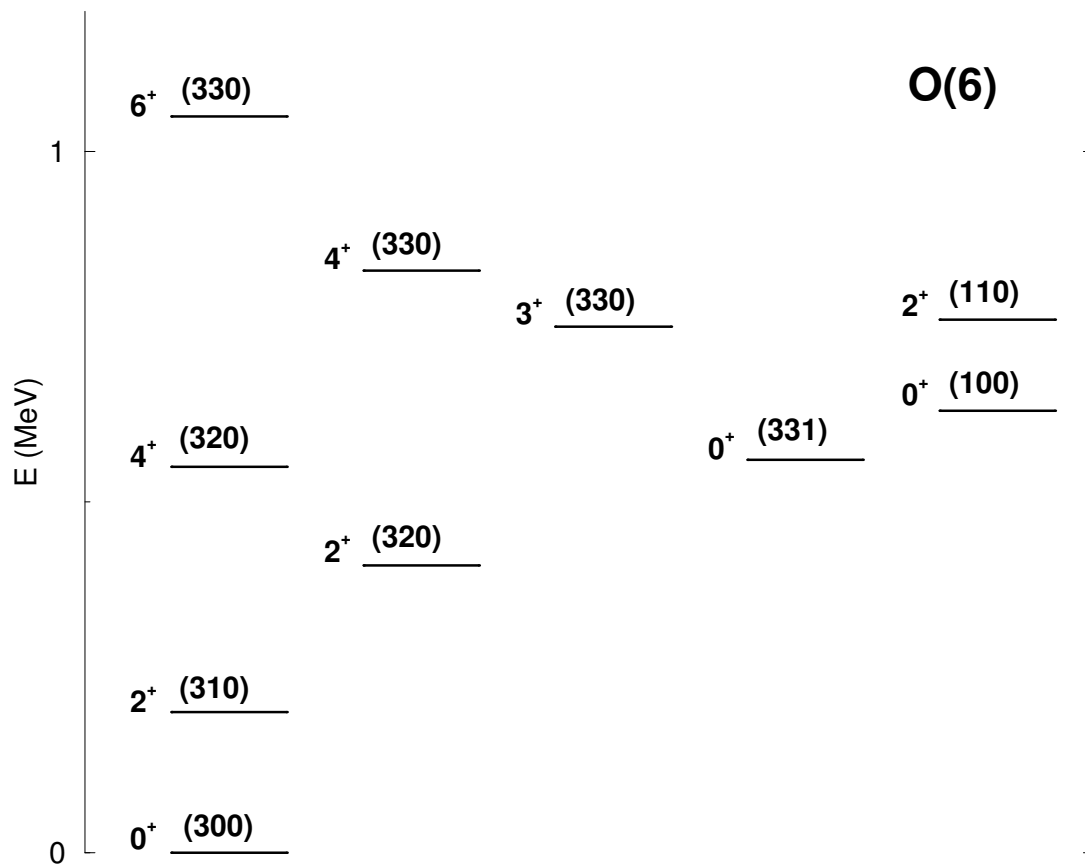
$$\hat{H}_{U(5)} = 0.4\hat{C}_1[U(5)] + 0.04\hat{C}_2[U(5)] + 0.01\hat{C}_2[O(3)] \text{ en MeV, } N = 3.$$

Espectro esquemático $SU(3)$



$$\hat{H}_{SU(3)} = -0.006\hat{C}_2[SU(3)] + 0.01\hat{C}_2[O(3)] \text{ en MeV, } N = 3.$$

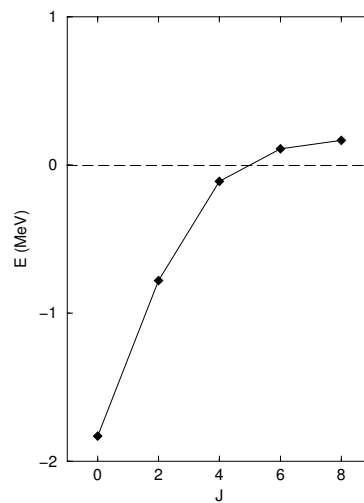
Espectro esquemático $O(6)$



$$H = -0.035\hat{C}_2[O(6)] + 0.035\hat{C}_2[O(5)] + 0.01\hat{C}_2[O(3)] \text{ en MeV, } N = 3.$$

Interpretación microscópica del IBM.

- Elementos de matriz de una interacción efectiva entre nucleones idénticos con las configuraciones de protones $(g_{9/2})^2 J$.



- Representación esquemática de la proyección OAI.

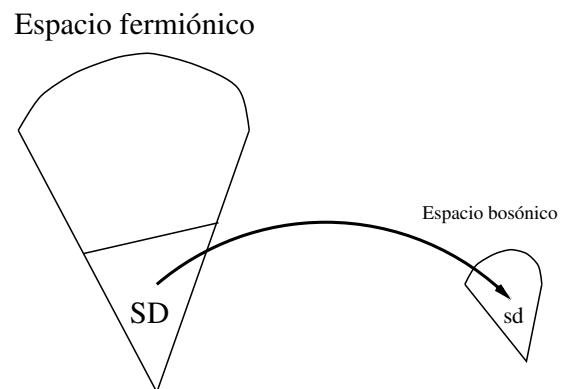


Imagen geométrica del IBM

- Estados coherentes.

$$|N; \beta, \gamma\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} (\Gamma_c^\dagger)^N |0\rangle$$

$$\Gamma_c^\dagger = \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} \left(s^\dagger + \beta \cos \gamma d^\dagger + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma (d_2^\dagger + d_{-2}^\dagger) \right)$$

- Parámetros de equilibrio.

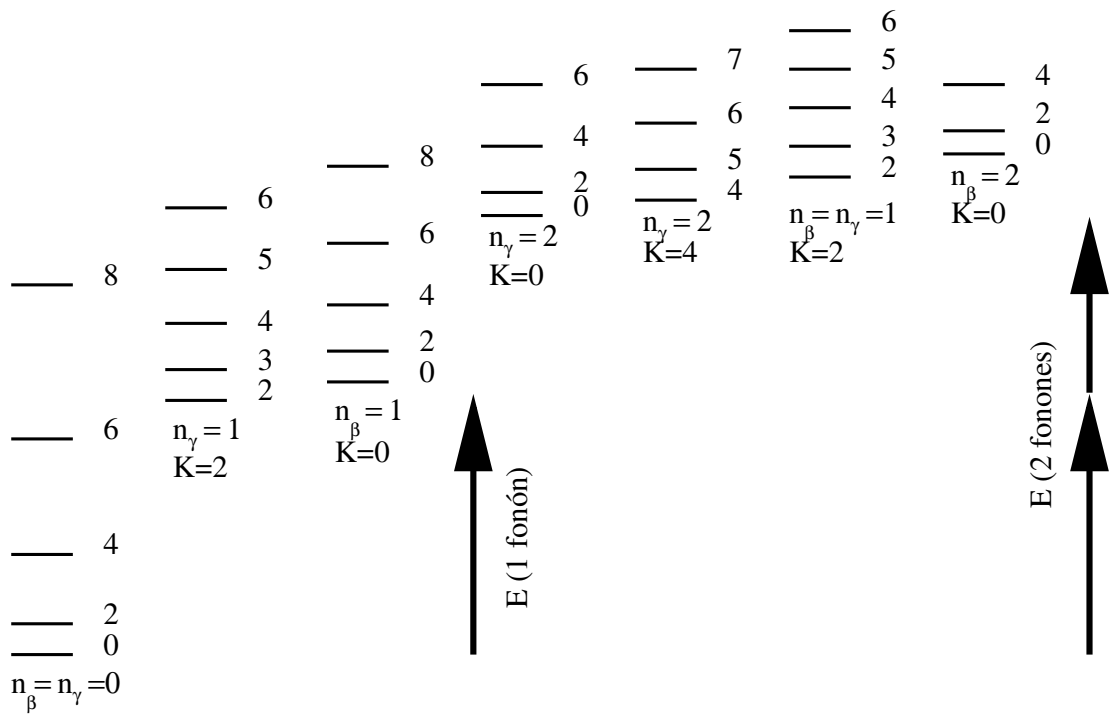
$$E(N; \beta, \gamma) = \frac{\langle N; \beta, \gamma | H | N; \beta, \gamma \rangle}{\langle N; \beta, \gamma | N; \beta, \gamma \rangle}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial \gamma} = 0$$

$$\beta_{MC} \approx 1.18 \frac{2N}{A} \beta_{IBM}, \quad \gamma_{MC} = \gamma_{IBM}$$

- Simetrías dinámicas.
 - $U(5)$. Núcleo esférico.
 - $SU(3)$. Núcleo rotacional. Rotor rígido.
 - $O(6)$. Núcleo γ -inestable.

Espectro vibro-rotacional



Medidas experimentales

- ^{106}Mo : 1435 keV ($K^\pi = 4^+$)
- $^{154-156}\text{Gd}$: ($K^\pi = 4^+$)
- ^{164}Dy : 2173 ($K^\pi = 4^+$)
- ^{166}Er : 1943 keV ($K^\pi = 0^+$), 2028 keV ($K^\pi = 4^+$)
- ^{168}Er : 2055 keV ($K^\pi = 4^+$)
- $^{186-192}\text{Os}$, ^{194}Pt

Grado de anarmonicidad

- ^{164}Dy : $\frac{E^*(4_{\gamma_2}^+)}{E^*(2_{\gamma}^+)} = 2.95$
- ^{166}Er : $\frac{E^*(0_{\gamma_2}^+)}{E^*(2_{\gamma}^+)} = 2.47$
- ^{166}Er : $\frac{E^*(4_{\gamma_2}^+)}{E^*(2_{\gamma}^+)} = 2.58$
- ^{168}Er : $\frac{E^*(4_{\gamma_2}^+)}{E^*(2_{\gamma}^+)} = 2.50$

Formalismo de estado intrínseco. I

- **Bosones deformados.**

Bosones esféricos \longleftrightarrow Bosones deformados
 $\gamma_{\ell m}, \gamma_{\ell m}^\dagger$ $\Gamma_p, \Gamma_p^\dagger$

$$\Gamma_p^\dagger = \sum_{\ell m} \eta_{\ell m}^p \gamma_{\ell m}^\dagger, \quad \gamma_{\ell m}^\dagger = \sum_p \eta_{\ell m}^{p*} \Gamma_p^\dagger$$

$$\sum_{\ell m} \eta_{\ell m}^{p'*} \eta_{\ell m}^p = \delta_{pp'}, \quad \sum_p \eta_{\ell m}^{p*} \eta_{\ell' m'}^p = \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}.$$

Con $p = 0, 1, \dots, \sum_{\ell} (2\ell + 1) - 1$

- **Parámetros de deformación.**

$$\begin{aligned} \eta_{00}^c &= \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}}, & \eta_{20}^c &= \frac{\beta \cos \gamma}{\sqrt{1+\beta^2}}, & \eta_{22}^c &= \eta_{2-2}^c = \frac{\beta \sin \gamma}{\sqrt{2}\sqrt{1+\beta^2}} \\ \eta_{00}^\beta &= \frac{-\beta}{\sqrt{1+\beta^2}}, & \eta_{20}^\beta &= \frac{\cos \gamma}{\sqrt{1+\beta^2}}, & \eta_{22}^\beta &= \eta_{2-2}^\beta = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}\sqrt{1+\beta^2}} \\ \eta_{20}^{\gamma^+} &= -\sin \gamma, & \eta_{22}^{\gamma^+} &= \eta_{2-2}^{\gamma^+} = \frac{\cos \gamma}{\sqrt{2}} \\ \eta_{21}^x &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \eta_{2-1}^x &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \eta_{21}^y &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \eta_{2-1}^y &= \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \eta_{22}^{\gamma^-} &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \eta_{2-2}^{\gamma^-} &= \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Formalismo de estado intrínseco. II

- Base de estados.

$$\begin{aligned} |c\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N!}}(\Gamma_c^\dagger)^N |0\rangle \\ |p\rangle &= \frac{1}{\sqrt{(N-1)!}}\Gamma_p^\dagger(\Gamma_c^\dagger)^{N-1}|0\rangle \\ |pp'\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+\delta_{p,p'}}}\frac{1}{\sqrt{(N-2)!}}\Gamma_p^\dagger\Gamma_{p'}^\dagger(\Gamma_c^\dagger)^{N-2}|0\rangle \end{aligned}$$

- Autoestados en el sistema intrínseco.

$$|\phi^\xi\rangle = N^\xi \left(W^\xi |c\rangle + \sum_p X_p^\xi |p\rangle + \sum_{pp'} Y_{pp'}^\xi |pp'\rangle \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \\ \\ H \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} W^\xi \\ X^\xi \\ Y^\xi \end{array} \right) = E^\xi \left(\begin{array}{c} W^\xi \\ X^\xi \\ Y^\xi \end{array} \right)$$

Formalismo de estado intrínseco. III

- Hamiltoniano.

$$\hat{H} = \varepsilon_s \hat{n}_s + \varepsilon_d \hat{n}_d + \kappa_0 \hat{P}^\dagger \hat{P} + \sum_{L=1}^4 \kappa_L \hat{T}^L \cdot \hat{T}^L$$

$$P^\dagger = \frac{1}{2} d^\dagger \cdot d^\dagger - \frac{1}{2} s^\dagger \cdot s^\dagger, \quad \hat{T}_M^L = \sum_{\ell_1 \ell_2} \chi_{\ell_1 \ell_2}^L (\gamma_{\ell_1}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{\ell_2})_{LM}, \quad \chi_{22}^2 = \chi$$

- Paso del hamiltoniano al sistema intrínseco.

$$\hat{H} = \sum_{\ell m} \tilde{\varepsilon}_\ell \gamma_{\ell m}^\dagger \gamma_{\ell m} + \sum_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 \ell_3 m_3 \ell_4 m_4} V_{\ell_1 m_1, \ell_2 m_2, \ell_3 m_3, \ell_4 m_4} \gamma_{\ell_1 m_1}^\dagger \gamma_{\ell_2 m_2}^\dagger \gamma_{\ell_3 m_3} \gamma_{\ell_4 m_4}$$

↓

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \sum_{\ell m} \tilde{\varepsilon}_\ell \sum_{p_1 p_2} \eta_{\ell m}^{p_1*} \eta_{\ell m}^{p_2} \Gamma_{p_1}^\dagger \Gamma_{p_2} + \sum_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 \ell_3 m_3 \ell_4 m_4} V_{\ell_1 m_1, \ell_2 m_2, \ell_3 m_3, \ell_4 m_4} \\ &\times \sum_{p_1 p_2 p_3 p_4} \eta_{\ell_1 m_1}^{p_1*} \eta_{\ell_2 m_2}^{p_2*} \eta_{\ell_3 m_3}^{p_3} \eta_{\ell_4 m_4}^{p_4} \Gamma_{p_1}^\dagger \Gamma_{p_2}^\dagger \Gamma_{p_3} \Gamma_{p_4} \end{aligned}$$

Formalismo de estado intrínseco. IV

- Elementos de matriz del hamiltoniano

$$\langle c|\hat{H}|pp'\rangle = \frac{2\sqrt{N}\sqrt{N-1}}{\sqrt{1+\delta_{pp'}}} F_{ccpp'}^{(2)}$$

$$\langle p|\hat{H}|p'\rangle = F_{pp'}^{(1)} + 4(N-1)F_{cpp'c}^{(2)} + \delta_{pp'}(N-1) \left(F_{cc}^{(1)} + (N-2)F_{cccc}^{(2)} \right)$$

$$\begin{aligned} \langle p|\hat{H}|p'p''\rangle &= \frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{1+\delta_{p'p''}}} \left(4F_{cpp'p''}^{(2)} + \delta_{pp'}F_{cp''}^{(1)} + \delta_{pp''}F_{cp'}^{(1)} \right) \\ &+ 2(N-2)(\delta_{pp'}F_{cccp''}^{(2)} + \delta_{pp''}F_{cccp'}^{(2)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle pp'|\hat{H}|p''p'''\rangle &= \frac{\delta_{pp''}\delta_{p'p'''} + \delta_{pp'''}\delta_{p'p''}}{1 + \delta_{pp'}\delta_{pp''}\delta_{p'p'''}} \\ &\times \left((N-2)F_{cc}^{(1)} + (N-2)(N-3)F_{cccc}^{(2)} \right) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{pp'})(1+\delta_{p'p''})}} \left\{ 4F_{pp'p''p'''}^{(2)} + \delta_{pp''} \left(F_{p'p'''}^{(1)} + 4(N-2)F_{cp'p'''}^{(2)} \right) \right. \\ &+ \delta_{pp'''} \left(F_{p'p''}^{(1)} + 4(N-2)F_{cp'p''c}^{(2)} \right) + \delta_{p'p''} \left(F_{pp'''}^{(1)} + 4(N-2)F_{cpp''c}^{(2)} \right) \\ &\left. + \delta_{p'p'''} \left(F_{pp''}^{(1)} + 4(N-2)F_{cpp''c}^{(2)} \right) \right\} \end{aligned}$$

Con

$$F_{pp'}^{(1)} = \sum_{\ell_1 m_1} \tilde{\varepsilon}_{\ell_1} \eta_{\ell_1 m_1}^{p*} \eta_{\ell_1 m_1}^{p'}$$

$$F_{p_1 p_2 p_3 p_4}^{(2)} = \sum_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 \ell_3 m_3 \ell_4 m_4} V_{\ell_1 m_1, \ell_2 m_2, \ell_3 m_3, \ell_4 m_4} \eta_{\ell_1 m_1}^{p_1*} \eta_{\ell_2 m_2}^{p_2*} \eta_{\ell_3 m_3}^{p_3} \eta_{\ell_4 m_4}^{p_4}$$

¿Es el IBM un modelo armónico?

- Definición del grado de anarmonicidad para $N \gg 1$.

$$\zeta = \frac{E_{p^2}^{ex}}{E_p^{ex}} - 2, \quad E_p^{ex} = \langle p | \hat{H} | p \rangle - \langle c | \hat{H} | c \rangle$$

$$E_{p^2}^{ex} = \langle pp | \hat{H} | pp \rangle - \langle c | \hat{H} | c \rangle$$

- Elementos de matriz con interacción a tres cuerpos.

$$E_p^{ex} = -F_{cc}^{(1)} + (-2N + 2)F_{cccc}^{(2)} + (-3N^2 + 9N - 6)F_{cccccc}^{(3)} \\ + F_{pp}^{(1)} + 4(N - 1)F_{pccp}^{(2)} + 9(N - 1)(N - 2)F_{ccppcc}^{(3)}$$

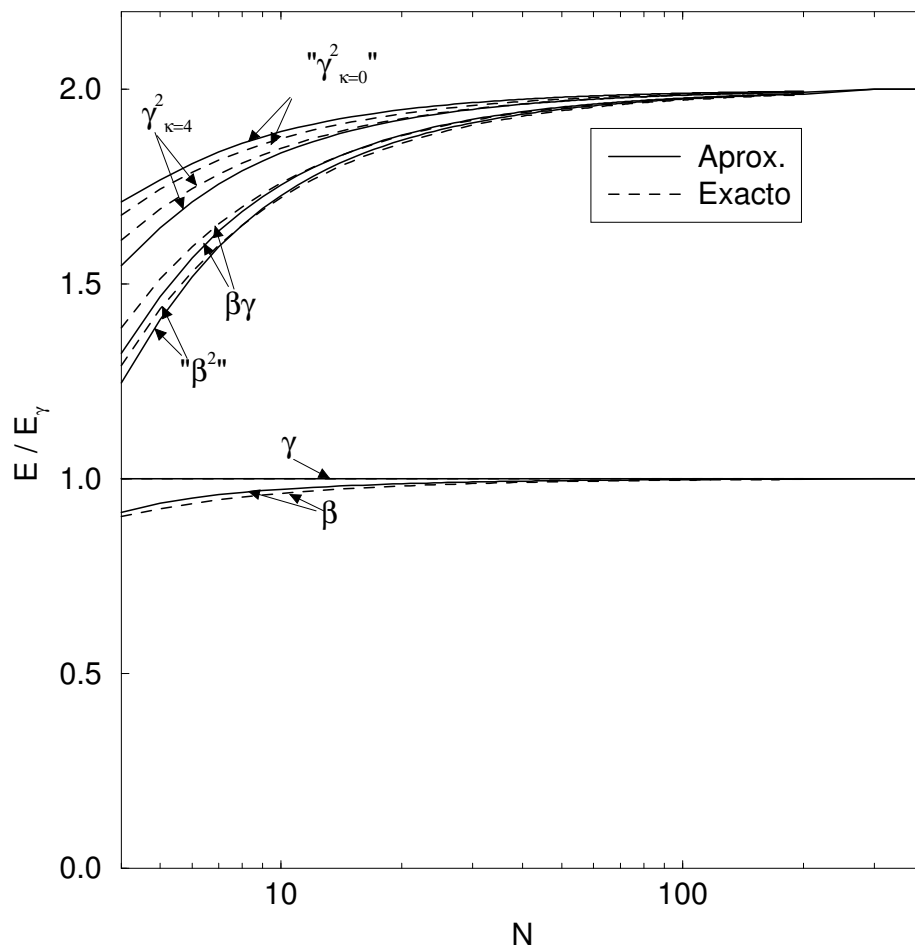
$$E_{p^2}^{ex} = -2F_{cc}^{(1)} + (-4N + 6)F_{cccc}^{(2)} \\ + (-6N^2 + 24N - 24)F_{cccccc}^{(3)} + 2F_{pp}^{(1)} + 8(N - 2)F_{pccp}^{(2)} \\ + 18(N - 2)(N - 3)F_{ccppcc}^{(3)} + 2F_{pppp}^{(2)} + 18(N - 2)F_{cppppc}^{(3)}$$

- Cálculo de ζ para $N \gg 1$.

$$\zeta \sim \frac{1}{N}$$

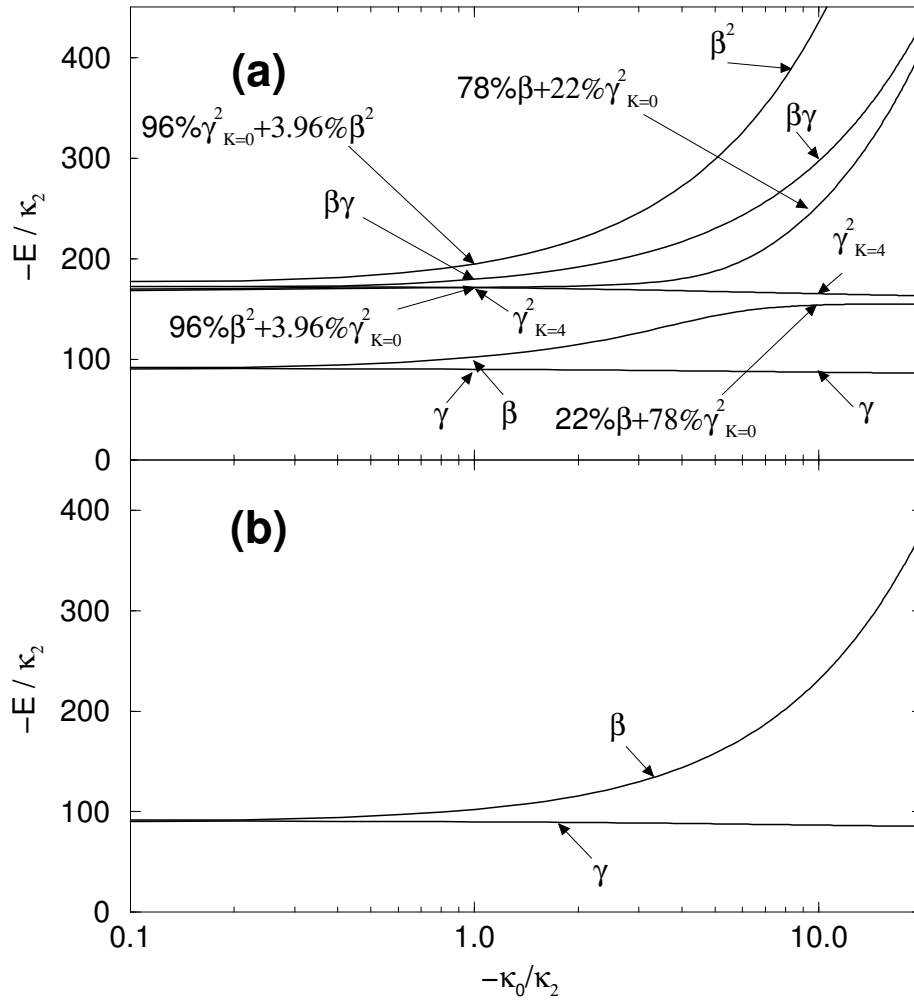
- El IBM es un modelo armónico para $N \gg 1$ incluso si se emplean hamiltonianos genéricos con interacciones hasta n -cuerpos.

Límite $SU(3)$



$$\hat{H} = k_2 \hat{T}^2 \cdot \hat{T}^2, \text{ con } \chi = \pm\sqrt{7}/2$$

Hamiltoniano genérico



$$\hat{H} = \kappa_0 \hat{P}^\dagger \hat{P} + \kappa_2 \hat{T}^2 \cdot \hat{T}^2, \text{ con } \chi = -\sqrt{7}/2 \text{ y } N = 16$$

Transiciones electromagnéticas

- Operadores de transición.

$$B(EL, J'K', \xi' \rightarrow JK, \xi) = \frac{1}{2J' + 1} |\langle JK, \xi | T^L(lab) | J'K', \xi' \rangle|^2$$

$$\begin{aligned} \langle JK, \xi | \hat{T}^L(lab) | J'K', \xi' \rangle &= \sqrt{2J' + 1} (\langle J'K' LK - K' | JK \rangle \\ &\times \langle K\xi | \hat{T}_{K-K'}^L(int) | K'\xi' \rangle + (-1)^{J'+K'} \langle J' - K' LK + K' | JK \rangle \\ &\times \langle K\xi | \hat{T}_{K+K'}^L(\overline{K'\xi'}) \rangle) \frac{2}{1 + \delta_{K0} + \delta_{K'0} + \delta_{KK'}} \end{aligned}$$

$$|JMK, \xi\rangle = \sqrt{\frac{2J+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})}} \left(\mathcal{D}_{MK}^J + (-1)^{J+K} \mathcal{D}_{M-K}^J \mathcal{R}_2(\pi) \right) |K\xi\rangle$$

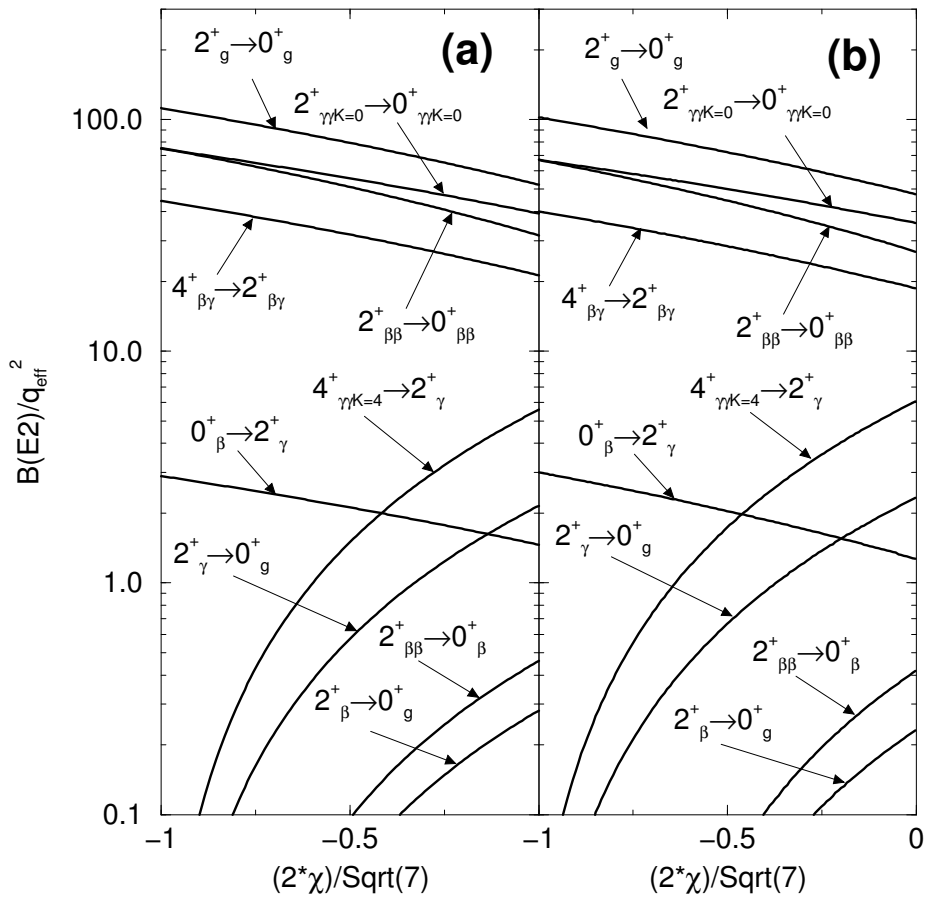
- Transiciones particulares.

$$\langle c | \hat{T}_0^2 | c \rangle = N \frac{\beta(2 \cos \gamma - \sqrt{\frac{2}{7}} \beta \chi \cos 2\gamma)}{1 + \beta^2}$$

$$\langle \beta | \hat{T}_{\pm 2}^2 | \gamma_+ \rangle = \frac{-\frac{1}{\sqrt{2}} \beta \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{7}} \chi \cos 2\gamma}{\sqrt{1 + \beta^2}}$$

$$\langle \beta | \hat{T}_{\pm 2}^2 | \beta \gamma_+ \rangle = \sqrt{N-1} \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{7}} \beta \chi \cos 2\gamma}{\sqrt{1 + \beta^2}}$$

Transiciones electromagnéticas

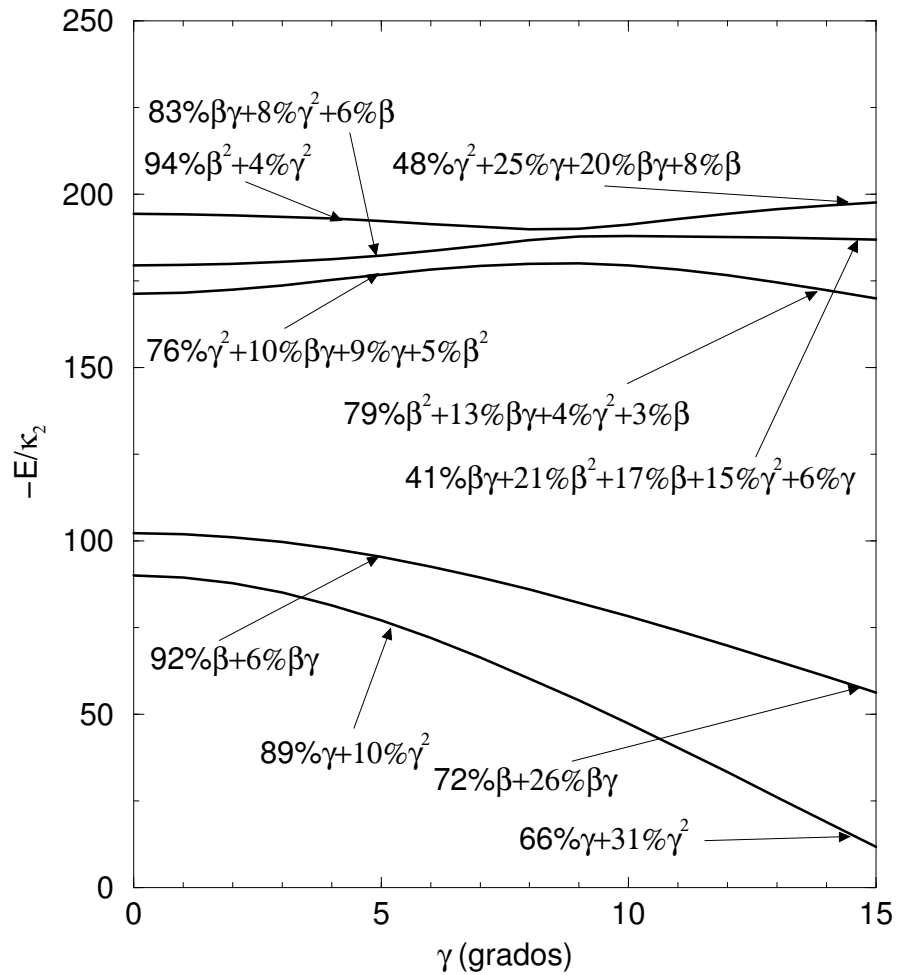


Hamiltoniano $\hat{H} = \kappa_2 (\hat{T}^2 \cdot \hat{T}^2 - \hat{P}^\dagger \hat{P})$ y $N = 16$.

$$\hat{T}(E2) = s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger \tilde{s} + \chi (d^\dagger \times \tilde{d})^2.$$

(a) Sistema laboratorio. (b) Sistema intrínseco.

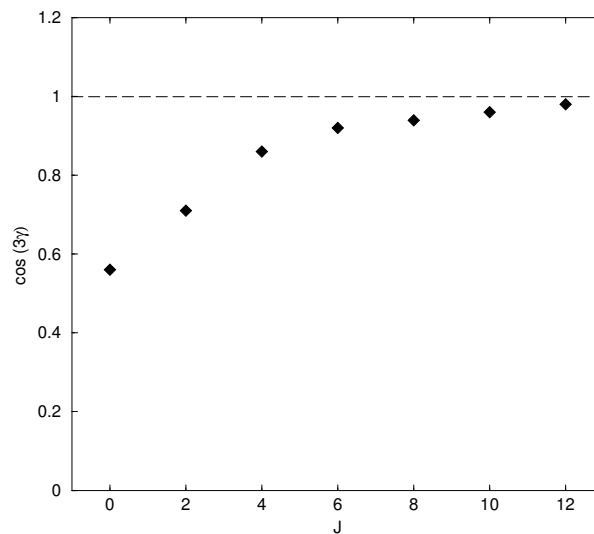
Simulación de triaxialidad



Energías de excitación y composición de los estados en función de γ .
 $\hat{H} = \kappa_2(\hat{T}^2 \cdot \hat{T}^2 - \hat{P}^\dagger P)$, con $\chi = -\sqrt{7}/2$ y $N = 16$.

¿Triaxialidad en ^{166}Er y ^{168}Er ?

- A. Bohr y B.R. Mottelson, Phys. Script. **25**, 28 (1982).
 $^{168}\text{Er} \longrightarrow \gamma \approx 9^\circ$
- T.S. Dumitrescu e I. Hamamoto, Nucl. Phys. A **383**, 205 (1982).
 $^{168}\text{Er} \longrightarrow \gamma \approx 9^\circ$
- B. Kotlinski *et al.* Nucl. Phys. A **517**, 365 (1990).
 $^{168}\text{Er} \longrightarrow \gamma \approx 12^\circ$
- K. Kumar *et al.* Phys. Rev. C **16**, 1235 (1977).
 $^{168}\text{Er} \longrightarrow \gamma \approx 16^\circ$
- C. Fahlander *et al.* “Triaxiality in ^{166}Er ”. Nucl. Phys. A **537**, 183 (1992).
 $^{166}\text{Er} \longrightarrow \gamma \approx 18^\circ$



$$\langle \cos 3\gamma \rangle = -\sqrt{\frac{7}{2\sqrt{5}}} \frac{\langle (\hat{T}^2 \times \hat{T}^2 \times \hat{T}^2)_0^0 \rangle}{\langle (\hat{T}^2 \times \hat{T}^2)_0^0 \rangle^{3/2}}$$

Estudio de la anarmonicidad en el sistema laboratorio

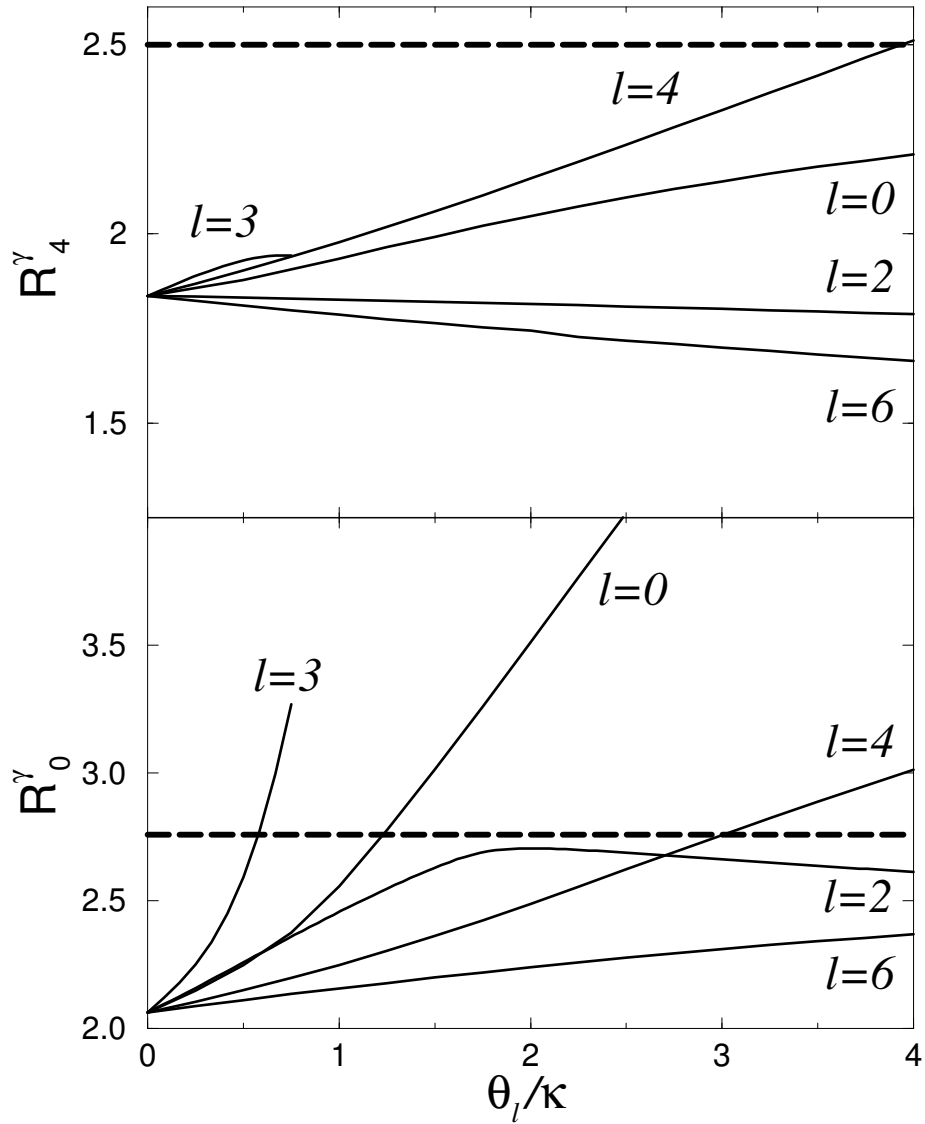
- Hamiltoniano.

$$\hat{H} = -\kappa \hat{T}^2 \cdot \hat{T}^2 + \kappa' \hat{L} \cdot \hat{L} + \sum_{l=0,2,3,4,6} \theta_l \left((d^\dagger \times d^\dagger)^{(k)} \times d^\dagger \right)^{(l)} \cdot \left((\tilde{d} \times \tilde{d})^{(k)} \times \tilde{d} \right)^{(l)}$$

- Razones energéticas.

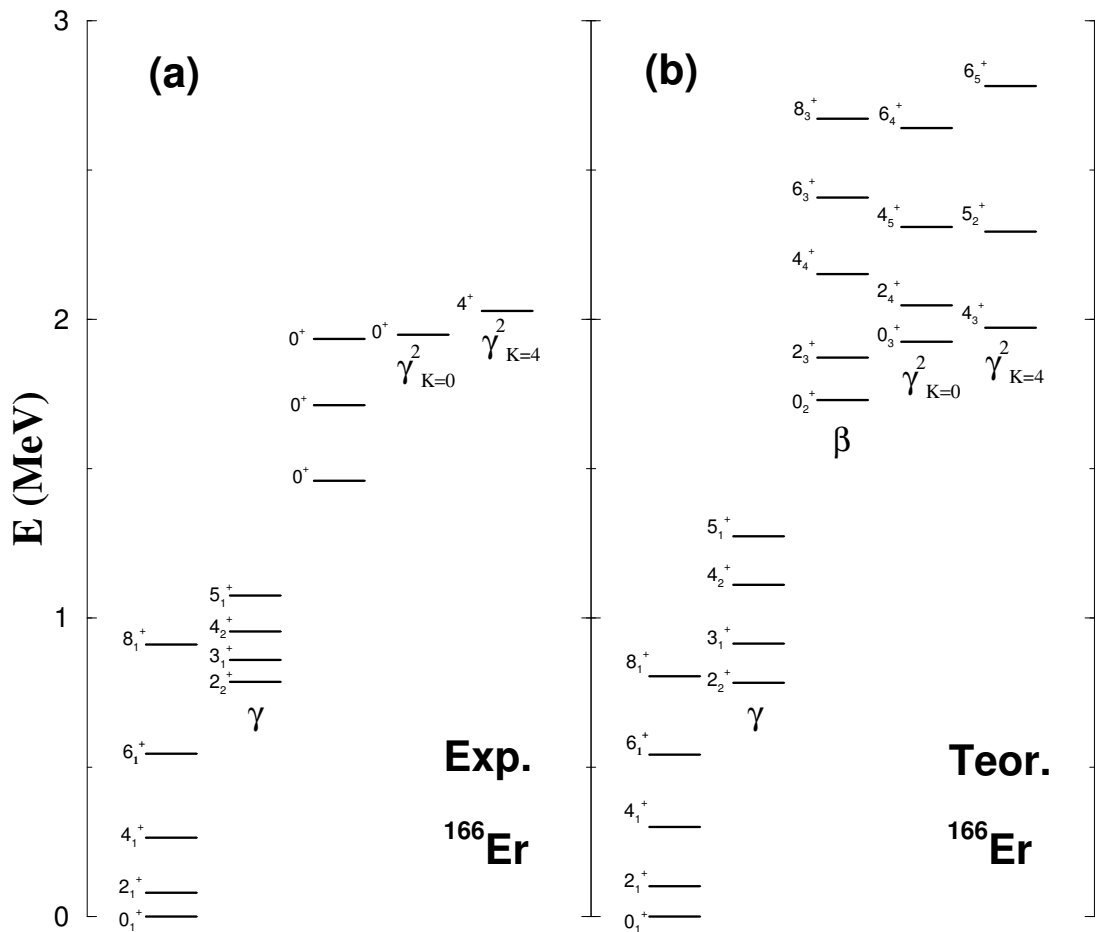
$$R_0^\gamma \equiv \frac{E_x(0_{\gamma\gamma}^+)}{E_x(2_\gamma^+) - E_x(2_1^+)}, \quad R_4^\gamma \equiv \frac{E_x(4_{\gamma\gamma}^+) - E_x(4_1^+)}{E_x(2_\gamma^+) - E_x(2_1^+)}$$

Valores de las razones R_K^γ



Razones R_K^γ en función de θ_l/κ para diferentes l . Número de bosones $N = 15$, $\chi = -0.5$. Las líneas discontinuas dan los valores experimentales de las razones R_K^γ para el ^{166}Er .

Cálculo realista para el ^{166}Er . Energía



Espectro experimental (a) y teórico (b) para el ^{166}Er . Se han empleado los siguientes parámetros en el hamiltoniano: $\kappa = 23.8$ keV, $\chi = -0.55$, $\kappa' = -1.9$ keV y $\theta_4 = 93.9$ keV. $N = 15$.

Cálculo realista para el ^{166}Er . Transiciones $B(E2)$

	Valor de $B(E2)$ o cociente	
	Observado	Calculado
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) \text{ (W.u.)}$	214 ± 10	214
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+) \text{ (W.u.)}$	311 ± 10	304
$B(E2; 2_\gamma^+ \rightarrow 0_1^+) \text{ (W.u.)}$	5.5 ± 0.4	5.3
$\frac{B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2; 2_\gamma^+ \rightarrow 0_1^+)}$	0.49 ± 0.19	0.21
$\frac{B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_\gamma^+)}{B(E2; 2_\gamma^+ \rightarrow 0_1^+)}$	0.44 ± 0.13	6.2
$\frac{B(E2; 0_{\gamma\gamma}^+ \rightarrow 2_\gamma^+)}{B(E2; 2_\gamma^+ \rightarrow 0_1^+)}$	$3.8 \pm 1.3 \text{ (} 2.2_{-0.7}^{+1.1} \text{)}$	3.2
$\frac{B(E2; 4_{\gamma\gamma}^+ \rightarrow 2_\gamma^+)}{B(E2; 2_\gamma^+ \rightarrow 0_1^+)}$	$1.3 \pm 0.4 \text{ (} 0.9 \pm 0.3 \text{)}$	2.5

Se emplea el operador de transición $\hat{T}(E2) = e_{\text{eff}} \hat{T}^2$ con una carga efectiva $e_{\text{eff}}^2 = (1.83)^2 \text{ W.u}$ y $\chi = -0.55$.

Estructura algebraica del IBM-3. I

- Existencia de un triplete de isospín.

$\tau = -1$ bosón ν (par neutrón-neutrón)

$\tau = 0$ bosón δ (par protón-neutrón)

$\tau = 1$ bosón π (par protón-protón)

- Operadores de creación y de destrucción.

$$\begin{matrix} s_{\tau}^{\dagger}, d_{m\tau}^{\dagger} \\ s_{\tau}, d_{m\tau} \end{matrix} \begin{pmatrix} m = 0, \pm 1, \pm 2 \\ \tau = -1, 0, 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \gamma_{lm,1\tau}^{\dagger}, \gamma_{lm,1\tau} \\ (l = 0, 2, -l \leq m \leq l, \tau = -1, 0, 1) \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} [\gamma_{lm,1\tau}, \gamma_{l'm',1\tau'}^{\dagger}] &= \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{\tau\tau'}, & [\gamma_{lm,1\tau}^{\dagger}, \gamma_{l'm',1\tau}^{\dagger}] &= 0 \\ [\gamma_{lm,1\tau}, \gamma_{l'm',1\tau'}] &= 0 \end{aligned}$$

- El álgebra dinámica del IBM es $U(18)$.

Generadores de $U(18)$: $\gamma_{lm,1\tau}^{\dagger} \gamma_{l'm',1\tau'}$.

Estructura algebraica del IBM-3. II

- Cadenas de subgrupos bajo estudio.

$$\begin{array}{ccccccc} U(18) & \supset & U_L(6) & \otimes & (SU_T(3) & \supset & O_T(3)) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ [N] & & [N_1, N_2, N_3] & & (\lambda_T, \mu_T) & & T \end{array}$$

- Estados.

$$|[N_1, N_2, N_3]\phi LM_L; TM_T\rangle$$

Estructura algebraica del IBM-3. III

- **Límites de simetría.**

U(5):

$$\begin{array}{cccccc}
 U_L(6) & \supset & U_L(5) & \supset & O_L(5) & \supset & O_L(3) & \supset & O_L(2) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 [N_1, N_2, N_3] & & (n_1, n_2, n_3) & & (v_1, v_2) & \alpha & L & & M_L
 \end{array}$$

SU(3):

$$\begin{array}{cccccc}
 U_L(6) & \supset & SU_L(3) & \supset & O_L(3) & \supset & O_L(2) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 [N_1, N_2, N_3] & \beta & (\lambda, \mu) & \kappa & L & & M_L
 \end{array}$$

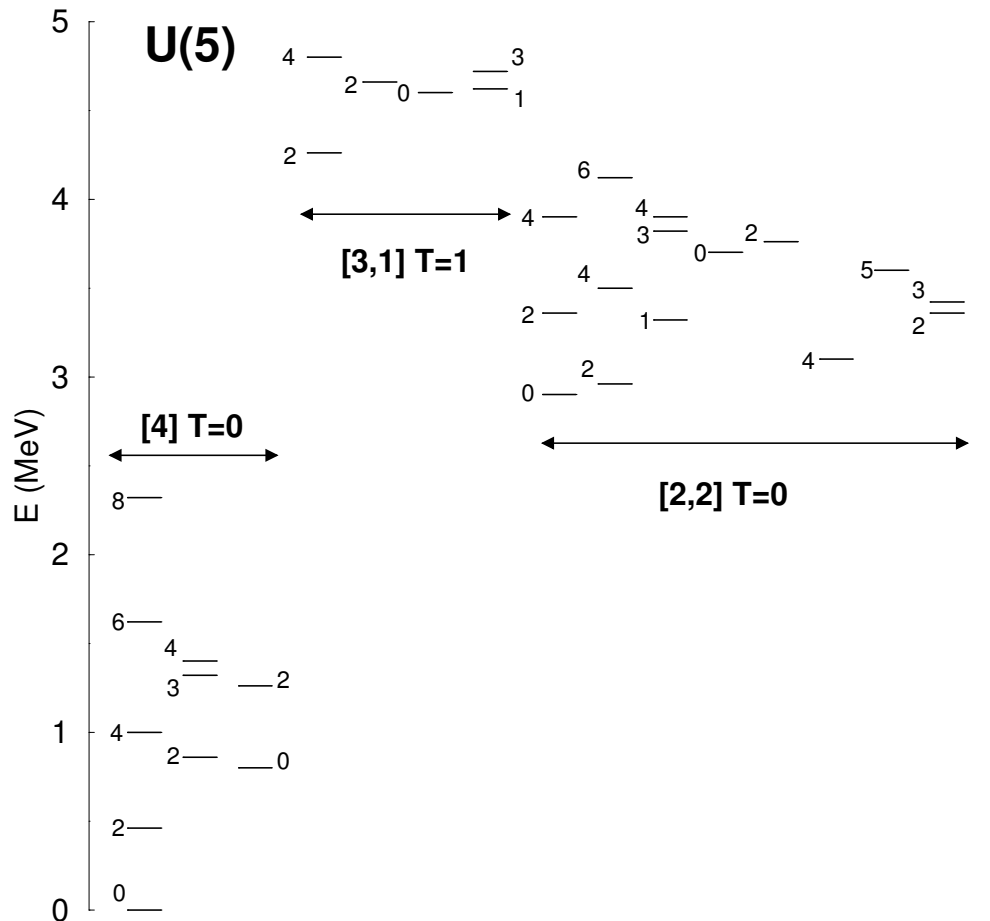
O(6):

$$\begin{array}{cccccc}
 U_L(6) & \supset & O_L(6) & \supset & O_L(5) & \supset & O_L(3) & \supset & O_L(2) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 [N_1, N_2, N_3] & & (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) & & (v_1, v_2) & \alpha & L & & M_L
 \end{array}$$

- **Estados.**

$$\begin{aligned}
 U(5) & : \quad |[N_1, N_2, N_3](n_1, n_2, n_3)(v_1, v_2)\alpha LM_L; TM_T\rangle \\
 SU(3) & : \quad |[N_1, N_2, N_3]\beta(\lambda, \mu)\kappa LM_L; TM_T\rangle \\
 O(6) & : \quad |[N_1, N_2, N_3](\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)(v_1, v_2)\alpha LM_L; TM_T\rangle
 \end{aligned}$$

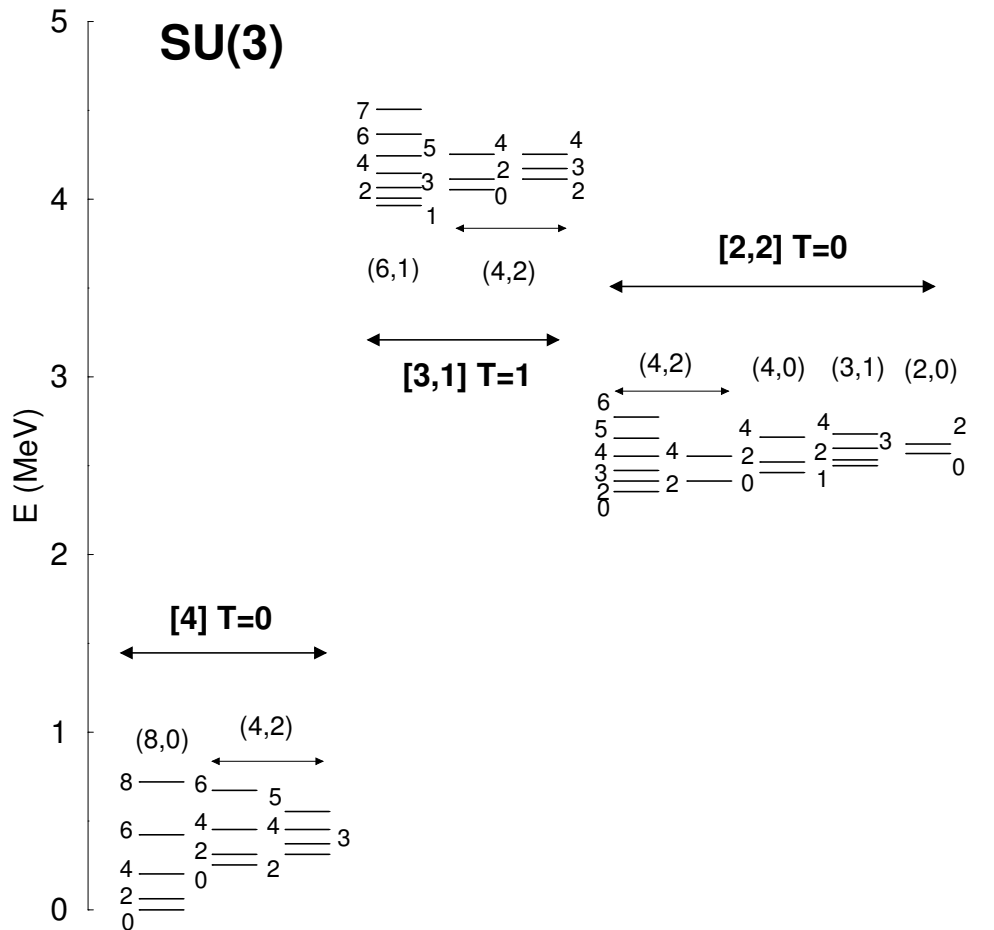
Límite $U(5)$



$$\hat{H}_{U(5)} = A_1 \hat{C}_1[U_L(6)] + A_2 \hat{C}_2[U_L(6)] + B_1 \hat{C}_1[U_L(5)] + B_2 \hat{C}_2[U_L(5)] \\ + E_2 \hat{C}_2[O_L(5)] + F_2 \hat{C}_2[O_L(3)] + \alpha_2 \hat{C}_2[SU_T(3)] + \beta_2 \hat{C}_2[O_T(3)].$$

Con $A_2 = -0.175$, $B_1 = 0.400$, $F_2 = 0.010$ y $\beta_2 = 1.2$ en MeV. El número de bosones empleado es $N_p = 2$ y $N_n = 2$.

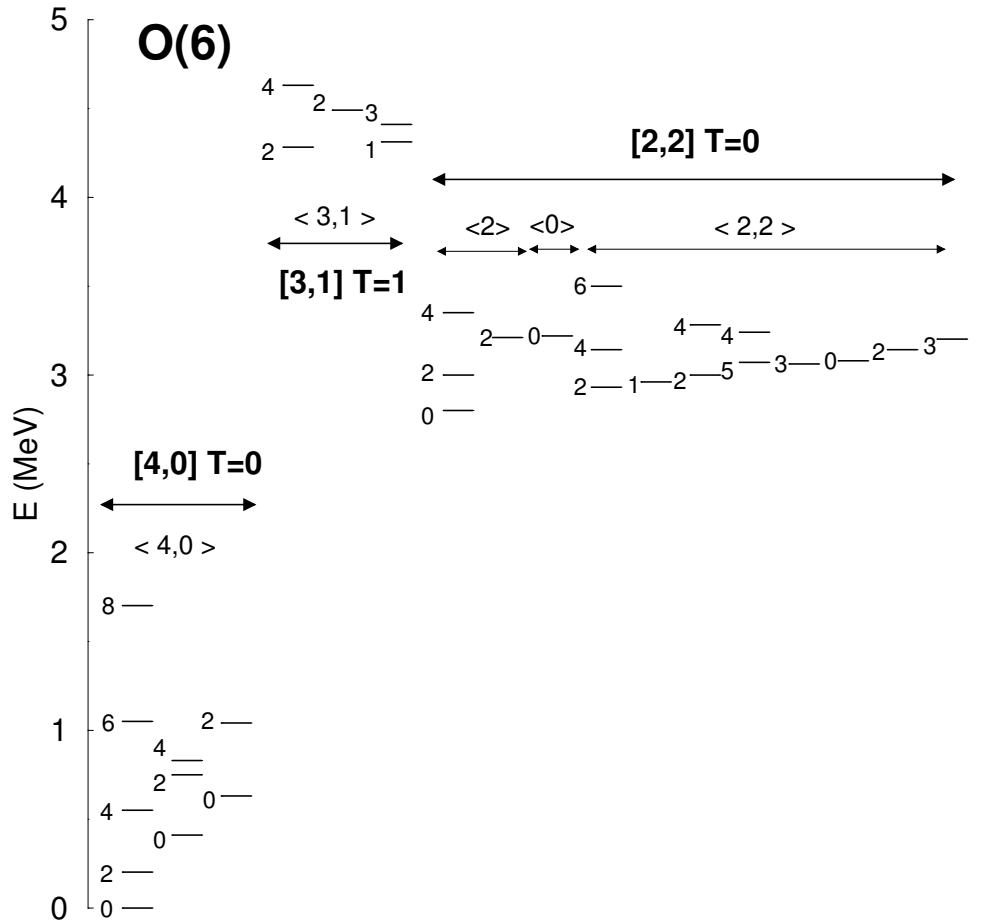
Límite $SU(3)$



$$\hat{H}_{SU(3)} = A_1 \hat{C}_1[U_L(6)] + A_2 \hat{C}_2[U_L(6)] + C_2 \hat{C}_2[SU_L(3)] + F_2 \hat{C}_2[O_L(3)] \\ + \alpha_2 \hat{C}_2[SU_T(3)] + \beta_2 \hat{C}_2[O_T(3)].$$

Con $A_2 = -0.175$, $C_2 = -0.006$, $F_2 = 0.010$ y $\beta_2 = 1.2$ en MeV. El número de bosones empleado es $N_p = 2$ y $N_n = 2$.

Límite $O(6)$



$$\hat{H}_{O(6)} = A_1 \hat{C}_1[U_L(6)] + A_2 \hat{C}_2[U_L(6)] + D_2 \hat{C}_2[O_L(6)] + E_2 \hat{C}_2[O_L(5)] \\ + F_2 \hat{C}_2[O_L(3)] + \alpha_2 \hat{C}_2[SU_T(3)] + \beta_2 \hat{C}_2[O_T(3)].$$

Con $A_2 = -0.175$, $D_2 = -0.035$, $E_2 = 0.035$, $F_2 = 0.010$ y $\beta_2 = 1.2$ en MeV. El número de bosones empleado es $N_p = 2$ y $N_n = 2$.

¿ Por qué es importante el límite $SU_T(3) \otimes U_L(6)$?

- La simetría $SU_T(3)$ se usa habitualmente para etiquetar estados.
- Se puede conectar de forma simple con resultados de IBM-1 e IBM-2.
- Existen subconjuntos de estados con simetría $SU_T(3) \otimes U_L(6)$ definida.

Núcleos	Estados	Composición (%)	
		[N]	[N-1,1]
^{44}Ti	2_M^+	0	81
	2_1^+	97	0
^{46}Ti	3_M^+	5	93
	2_M^+	18	80
	2_1^+	93	1
^{48}Ti	3_M^+	0	91
	2_M^+	16	78
	2_1^+	94	0

Composición de estados en términos de las representaciones más simétricas de $U_L(6)$. M. Abdelaziz, M.J. Thompson, J.P. Elliott y J.A. Evans, J. Phys. G **14**, 219 (1988).

El operador de Majorana

- **Definición 1.**

$$\begin{aligned}\hat{M}|[1]\xi\rangle &= 0, \\ \hat{M}|[2]\xi\rangle &= 0, \\ \hat{M}|[1, 1]\xi\rangle &= |[1, 1]\xi\rangle\end{aligned}$$

- **Definición 2.**

$$\begin{aligned}\hat{M} &= -\sqrt{15}\left((s^\dagger \times d^\dagger)^{(2,1)} \times (\tilde{s} \times \tilde{d})^{(2,1)}\right)_{0,0}^{(0,0)} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{L=1,3} \sqrt{3(2L+1)} \left((d^\dagger \times d^\dagger)^{(L,1)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(L,1)}\right)_{0,0}^{(0,0)}\end{aligned}$$

- **Definición 3.**

$$\hat{M} = \frac{1}{4} \left(N(N+5) - \hat{C}_2[U_L(6)] \right)$$

Obtención de elementos de matriz en IBM-3. I

- Construcción de operadores tensoriales bajo $SU_T(3) \supset O_T(3)$.

$$\begin{aligned}\gamma_{lm,1\tau}^\dagger &\longrightarrow \hat{T}^{(1,0)1} \\ \tilde{\gamma}_{lm,1\tau} &\longrightarrow \hat{T}^{(0,1)1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{T}^{(0,0)0} &= (\gamma_{l_1,\pi}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,\pi})_{m_l}^{(l)} + (\gamma_{l_1,\delta}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,\delta})_{m_l}^{(l)} + (\gamma_{l_1,\nu}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,\nu})_{m_l}^{(l)} \\ \hat{T}^{(1,1)1} &= (\gamma_{l_1,\pi}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,\pi})_{m_l}^{(l)} - (\gamma_{l_1,\nu}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,\nu})_{m_l}^{(l)} \\ \hat{T}^{(1,1)2} &= -(\gamma_{l_1,\pi}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,\pi})_{m_l}^{(l)} + 2(\gamma_{l_1,\delta}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,\delta})_{m_l}^{(l)} - (\gamma_{l_1,\nu}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,\nu})_{m_l}^{(l)}\end{aligned}$$

- Correspondencia entre estados.

$$\begin{aligned}|[N]\phi LM_L; TM_T\rangle &\longrightarrow |[N]\phi LM_L\rangle_{\text{IBM-1}} \\ |[N_1, N_2]\phi LM_L; TM_T\rangle &\longrightarrow |[N_1, N_2]\phi LM_L\rangle_{\text{IBM-2}}\end{aligned}$$

Obtención de elementos de matriz en IBM-3. II

- Elementos de matriz entre estados simétricos.

$$\begin{aligned} & \langle [N]\phi' L'; N, -N | \hat{T}_{*,0}^{(l,t=1,2)}(l_1, l_2) | [N]\phi L; N, -N \rangle_{\text{IBM3}} \\ & = -\langle [N]\phi' L' | \hat{T}^{(l)}(l_1, l_2) | [N]\phi L \rangle_{\text{IBM1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\langle [N]\phi' L'; T, -T | \hat{T}_{*,0}^{(l,t)}(l_1, l_2) | [N]\phi L; T, -T \rangle_{\text{IBM3}}}{\langle [N]\phi' L'; N, -N | \hat{T}_{*,0}^{(l,t)}(l_1, l_2) | [N]\phi L; N, -N \rangle_{\text{IBM3}}} \\ & = \frac{\left\langle \begin{array}{cc|c} (N, 0) & (1, 1) & (N, 0) \\ T & t & T \end{array} \right\rangle \langle T - T \ t 0 | T - T \rangle}{\left\langle \begin{array}{cc|c} (N, 0) & (1, 1) & (N, 0) \\ N & t & N \end{array} \right\rangle \langle N - N \ t 0 | N - N \rangle} \end{aligned}$$

Obtención de elementos de matriz en IBM-3. III

- Elementos de matriz entre estados simétricos y no simétricos.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\langle [N-1, 1] \beta'(\lambda', \mu') \kappa' L'; T, -T \| \hat{T}_{*,0}^{[2,1^4](\bar{\lambda}, \bar{\mu})(l,1)} \| [N] \beta(\lambda, \mu) \kappa L; T, -T \rangle_{\text{IBM3}}}{\langle [N-1, 1] \beta'(\lambda', \mu') \kappa' L' \| \hat{T}_{*,0}^{[2,1^4](\bar{\lambda}, \bar{\mu})(l,1)} \| [N] \beta(\lambda, \mu) \kappa L \rangle_{\text{IBM2}}} \\
 &= \frac{\langle [N-1, 1] 1_M^+; T, -T \| \hat{T}(M1) \| [N] 0_1^+; T, -T \rangle_{\text{IBM3}}}{\langle [N-1, 1] 1_M^+ \| \hat{T}(M1) \| [N] 0_1^+ \rangle_{\text{IBM2}}}
 \end{aligned}$$

Si se emplea el teorema de Wigner-Eckart para la reducción $O_L(3) \subset SU_L(3) \subset U_L(6)$,

$$\begin{aligned}
 & \langle [N-1, 1] \beta'(\lambda', \mu') \kappa' L' \| \hat{T}_{*,0}^{[2,1^4](\bar{\lambda}, \bar{\mu})(l,1)} \| [N] \beta(\lambda, \mu) \kappa L \rangle \\
 &= \langle [N-1, 1] 1_M^+ \| \hat{T}(M1) \| [N] 0_1^+ \rangle \\
 & \times \frac{\left\langle \begin{array}{cc|c} [N] & [2, 1^4] & [N-1, 1] \\ \beta(\lambda, \mu) & (\bar{\lambda}, \bar{\mu}) & \beta'(\lambda', \mu') \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{cc|c} (\lambda, \mu) & (\bar{\lambda}, \bar{\mu}) & (\lambda', \mu') \\ \kappa L & l & \kappa' L' \end{array} \right\rangle}{\left\langle \begin{array}{cc|c} [N] & [2, 1^4] & [N-1, 1] \\ (2N, 0) & (1, 1) & (2N-2, 1) \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{cc|c} (2N, 0) & (1, 1) & (2N-2, 1) \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right\rangle}
 \end{aligned}$$

Excitaciones M1 y E2 del 0_1^+ en el límite $SU(3)$

J_f^π	$T\lambda$	t	$B(T\lambda, T; 0_1^+ \rightarrow J_f^\pi)$
1_M^+	$M1$	1	$\frac{3}{4\pi}(g_\pi - g_\nu)^2 \frac{8T(N-T)(N+T+1)}{(2N-1)(T+1)}$
1_M^+	$M1$	2	$\frac{3}{4\pi}(-g_\pi + 2g_\delta - g_\nu)^2 \frac{72T(N-T)(N+T+1)}{(T+1)(2T+3)^2(2N-1)}$
2_1^+	$E2$	0	$(e_\pi + e_\delta + e_\nu)^2 N(2N+3)$
2_1^+	$E2$	1	$(e_\pi - e_\nu)^2 \frac{T^2(2N+3)}{N}$
2_1^+	$E2$	2	$(-e_\pi + 2e_\delta - e_\nu)^2 \frac{T^2(2N+3)^3}{N(2T+3)^2}$
2_M^+	$E2$	1	$(e_\pi - e_\nu)^2 \frac{3T(N-1)(N-T)(N+T+1)}{N(2N-1)(T+1)}$
2_M^+	$E2$	2	$(-e_\pi + 2e_\delta - e_\nu)^2 \frac{27T(N-T)(N-1)(N+T+1)}{N(2N-1)(T+1)(2T+3)^2}$

Intensidades de transferencia de dos nucleones en el límite $SU(3)$

$$I([N]0_1^+; T, -T \rightarrow [N+1]0_1^+; T-1, -T+1) = p_{\pi,0}^2 \frac{T(N-T+2)(2N+3)}{3(2T+1)(2N+1)}$$

$$I([N](L-2)_1^+; T, -T \rightarrow [N+1]L_1^+; T-1, -T+1) = p_{\pi,2}^2 \frac{L(L-1)(2N+L+1)}{(2L-3)(2L-1)(2T+1)} \\ \times \frac{(2N+L+3)T(N-T+2)}{(2N+1)(2N+2)}$$

$$I([N]0_1^+; T, -T \rightarrow [N+1]0_1^+; T, -T) = 0$$

$$I([N](L-2)_1^+; T, -T \rightarrow [N+1]L_1^+; T, -T) = 0$$

$$I([N]0_1^+; T, -T \rightarrow [N+1]0_1^+; T+1, -T-1) = p_{\nu,0}^2 \frac{(T+1)(2N+3)(N+T+3)}{3(2T+3)(2N+1)}$$

$$I([N](L-2)_1^+; T, -T \rightarrow [N+1]L_1^+; T+1, -T-1) = p_{\nu,2}^2 \frac{L(L-1)(2N+L+1)}{(2L-3)(2L-1)} \\ \times \frac{(2N+L+3)(T+1)(N+T+3)}{(2T+3)(2N+1)(2N+2)}$$

Valor promedio de los números de bosones

$$\hat{N}_\pi = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{N}_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{N}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{N}_2$$

$$\hat{N}_\delta = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{N}_0 - \sqrt{\frac{2}{3}}\hat{N}_2$$

$$\hat{N}_\nu = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{N}_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{N}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{N}_2$$

$$\langle [N]\phi L; T, -T | \hat{N}_0 | [N]\phi L; T, -T \rangle = -\frac{N}{\sqrt{3}}$$

$$\langle [N]\phi L; T, -T | \hat{N}_1 | [N]\phi L; T, -T \rangle = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

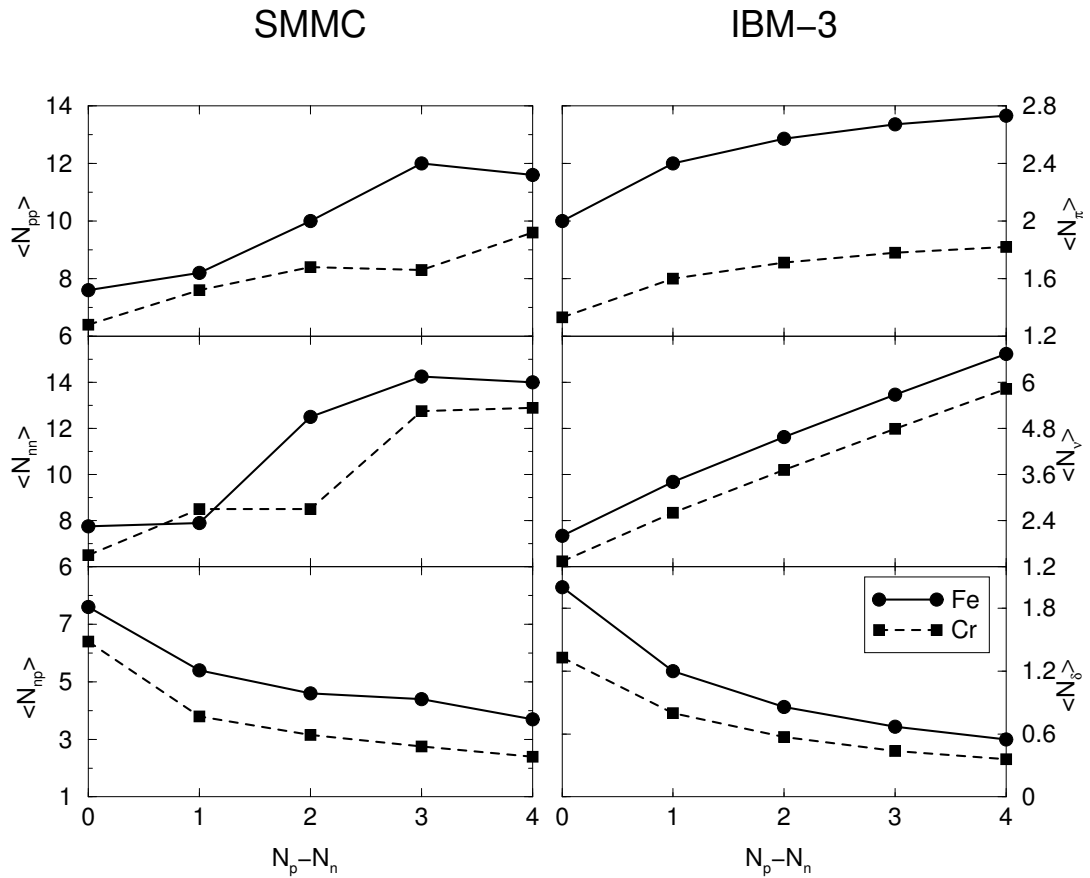
$$\langle [N]\phi L; T, -T | \hat{N}_2 | [N]\phi L; T, -T \rangle = -\frac{T(2N+3)}{\sqrt{6}(2T+3)}$$

$$\langle [N]\phi L; T, -T | \hat{N}_\pi | [N]\phi L; T, -T \rangle = \frac{(T+1)(N-T)}{2T+3}$$

$$\langle [N]\phi L; T, -T | \hat{N}_\delta | [N]\phi L; T, -T \rangle = \frac{N-T}{2T+3}$$

$$\langle [N]\phi L; T, -T | \hat{N}_\nu | [N]\phi L; T, -T \rangle = \frac{T(N+T) + (N+2T)}{2T+3}$$

Valor promedio de los números de bosones



Comparación de un cálculo IBM-3 y otro SMMC para el valor esperado del número de bosones en el estado fundamental para isótopos de Cr e Fe, como una función de $|T_z| = (N - Z)/2$.

El hamiltoniano IBM-3

- Hamiltoniano estándar.

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{est}} &= \sum_l \epsilon_l \sqrt{3(2l+1)} (\gamma_{l,1}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l,1})_{0,0}^{(0,0)} \\ &+ \sum_{\substack{l_1 l_2 l'_1 l'_2 \\ LT}} v_{l_1 l_2 l'_1 l'_2}^{LT} \sqrt{\frac{(2L+1)(2T+1)}{(1+\delta_{l_1 l_2})(1+\delta_{l'_1 l'_2})}} \\ &\times \left((\gamma_{l_1,1}^\dagger \times \gamma_{l_2,1}^\dagger)^{(L,T)} \times (\tilde{\gamma}_{l'_1,1} \times \tilde{\gamma}_{l'_2,1})^{(L,T)} \right)_{0,0}^{(0,0)} \end{aligned}$$

- Hamiltoniano multipolar.

$$\hat{H}_{\text{mul}} = \sum_l \eta_l \sqrt{3l} (\gamma_{l,1}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l,1})_{0,0}^{(0,0)} + \sum_{LT} \kappa_{LT} \hat{L} \hat{T} (\hat{T}^{(L,T)} \times \hat{T}^{(L,T)})_{0,0}^{(0,0)}$$

con $\hat{T}_{M_L, M_T}^{(L,T)} = \sum_{l_1 l_2} \chi_{l_1 l_2}^{LT} (\gamma_{l_1,1}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{l_2,1})_{M_L, M_T}^{(L,T)}$

- Hamiltoniano con operadores de Casimir.

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{cas}} &= A_1 \hat{C}_1[U_L(6)] + A_2 \hat{C}_2[U_L(6)] + B_1 \hat{C}_1[U_L(5)] + B_2 \hat{C}_2[U_L(5)] \\ &+ C_2 \hat{C}_2[SU_L(3)] + D_2 \hat{C}_2[O_L(6)] + E_2 \hat{C}_2[O_L(5)] + \\ &+ F_2 \hat{C}_2[O_L(3)] + \alpha_2 \hat{C}_2[SU_T(3)] + \beta_2 \hat{C}_2[O_T(3)] \end{aligned}$$

Cálculos esquemáticos en la capa $f_{7/2}$

- **Hamiltoniano.**

$$\hat{H} = \epsilon_d \hat{n}_d + \kappa_0 \mathcal{N}[\hat{Q}^0 : \hat{Q}^0 + \frac{2}{3} \hat{Q}^1 : \hat{Q}^1] + t \hat{T}^2,$$

donde $\hat{Q}^T = [s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger \tilde{s} - \chi(d^\dagger \times \tilde{d})]^{L=2,T}$.

- **Obtención de los parámetros del hamiltoniano.**

- $^{40-42}\text{Ca}$, $^{41-42}\text{Sc}$ y ^{42}Ti \longrightarrow ϵ_d .

- $^{44,46,48}\text{Ti}$ y ^{48}Cr \longrightarrow κ_0, χ .

- Cálculos de SM \longrightarrow t .

- **Parámetros del hamiltoniano.**

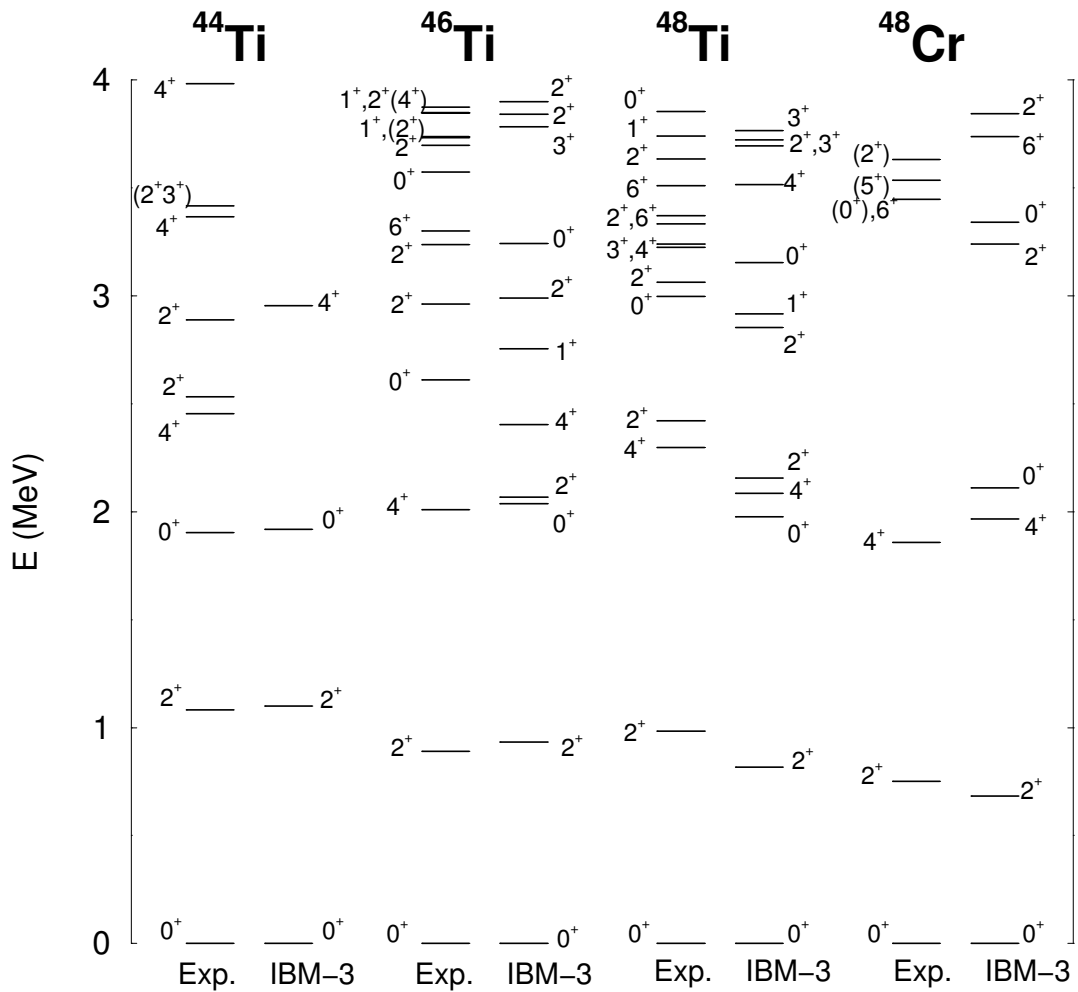
- ⊙ $\epsilon_d = 1.5$ MeV

- ⊙ $\kappa_0 = -0.2$ MeV

- ⊙ $\chi = -2.4$

- ⊙ $t = 1.2$ MeV

Espectros energéticos para el $^{44,46,48}\text{Ti}$ y el ^{48}Cr



Energías IBM-3 teóricas y experimentales para el $^{44,46,48}\text{Ti}$ y el ^{48}Cr .

Energías de los estados no simétricos del $^{44,46,48}\text{Ti}$ y del ^{48}Cr

Núcleos	Estados	Energía (MeV)	
		Observado	IBM-3
^{44}Ti	1_1^+	5.7^a	5.2
	2_M^+	6.6	4.8
^{46}Ti	1_1^+	4.3	2.8
	2_M^+	2.5^a	2.1
	3_M^+	3.6^a	3.8
^{48}Ti	1_1^+	3.7	2.9
	2_M^+	2.4	2.2
	3_M^+	3.2	4.3
^{48}Cr	1_1^+	5.5^a	5.4

^a Valores calculados en M. Abdelaziz *et al.*, J. Phys. G **14**, 219 (1988);
M. Abdelaziz *et al.*, Nucl. Phys. A **503**, 452 (1989).

Transiciones B(M1)

Núcleo	Transición	$B(M1) (\mu_N^2)$		
		Observado	Mod. de capas ^a	IBM-3
⁴⁴ Ti	$2_M^+ \rightarrow 2_1^+$		1.14	1.14
	$0_1^+ \rightarrow 1_1^+$		2.40	1.75
⁴⁶ Ti	$2_M^+ \rightarrow 2_1^+$		0.73	0.73
	$3_M^+ \rightarrow 2_1^+$		0.07	0.20
	$3_M^+ \rightarrow 4_1^+$		0.20	0.41
	$0_1^+ \rightarrow 1_1^+$	1.01		1.15
⁴⁸ Ti	$2_M^+ \rightarrow 2_1^+$	0.50(10)	0.58	0.90
	$3_M^+ \rightarrow 2_1^+$	0.08(3)	0.003	0.30
	$3_M^+ \rightarrow 4_1^+$	0.42(16)	0.32	0.49
	$4_M^+ \rightarrow 4_1^+$	1.4(5)	1.50	
	$0_1^+ \rightarrow 1_1^+$	0.50(8)	0.54	1.82
⁴⁸ Cr	$0_1^+ \rightarrow 1_1^+$		3.05	4.82

^a Valores calculados en M. Abdelaziz *et al.*, J. Phys. G **14**, 219 (1988); M. Abdelaziz *et al.*, Nucl. Phys. A **503**, 452 (1989); E. Caurier *et al.*, Phys. Rev. C **50**, 225 (1994).

Factores giromagnéticos isovectorial $g_1 = 1.20\mu_N$ e isotensorial $g_2 = 0.58\mu_N$.

Estados $[N - 1, 1]$ y $[N - 2, 2]$ en núcleos con $N = Z$

- Valores mas bajos de T .

$$[N] : \quad T = 0$$

$$[N - 1, 1] : \quad T = 1$$

$$[N - 2, 2] : \quad T = 0$$

- Hamiltoniano esquemático.

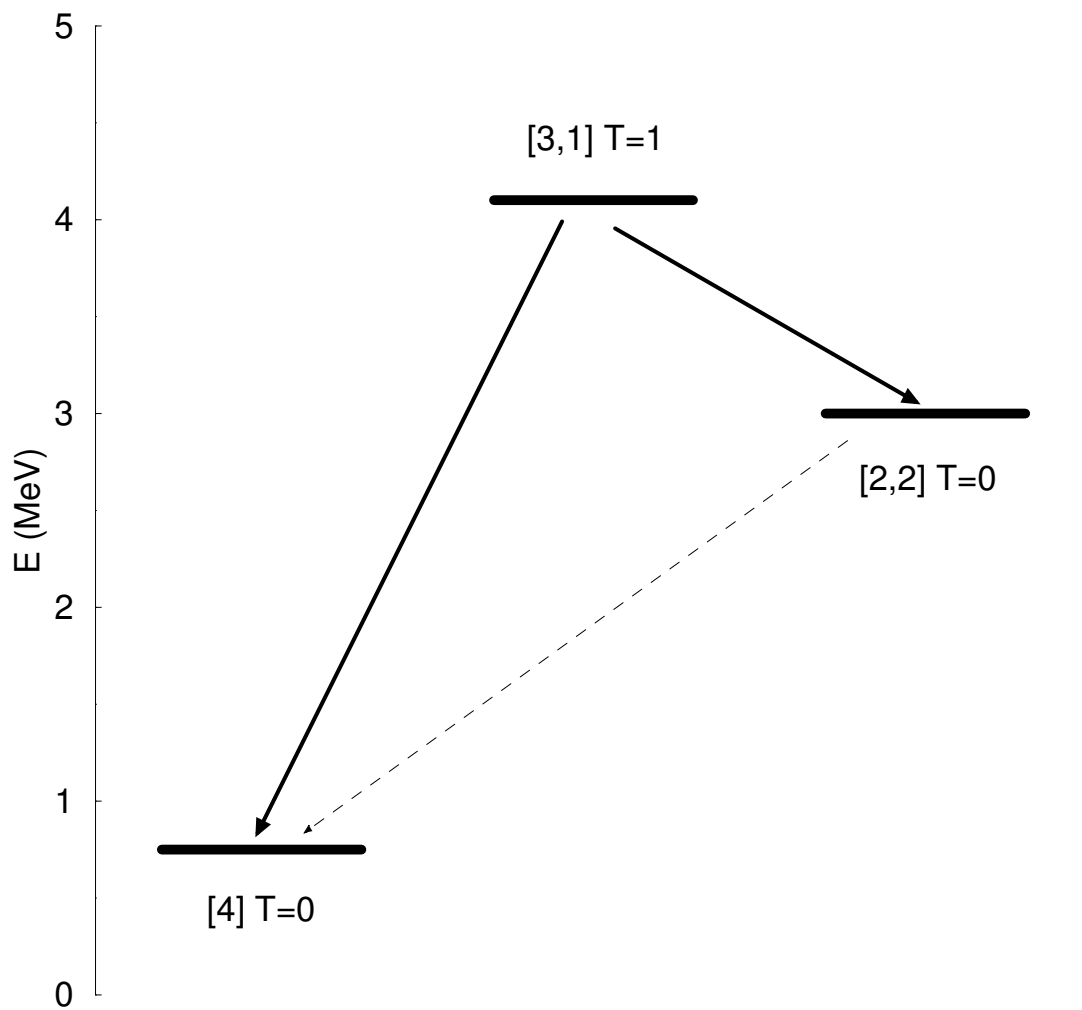
$$\hat{H} = t\hat{T}^2 + m\hat{M} + \hat{H}_L$$

- Parámetros del hamiltoniano.

- $t = 1.2$ MeV

- $m = 3.3, 2.5$ y 0.7 MeV para $N = 2, 3$ y 4

Posiciones relativas de los estados $[N - 1, 1]$ y $[N - 2, 2]$



Energías de los estados $[4]$, $[3,1]$ y $[2,2]$ en un núcleo con $N = Z$ y 4 bosones. Parámetros del hamiltoniano: $t = 1.2$ y $m = 0.7$, en MeV.

Formalismo de estado intrínseco en IBM-3. I

- **Bosones deformados.**

$$\begin{array}{ccc} \text{Bosones esféricos} & \longleftrightarrow & \text{Bosones deformados} \\ \gamma_{\ell m, 1\tau}, \gamma_{\ell m, 1\tau}^\dagger & & \Gamma_{p\tau}, \Gamma_{p\tau}^\dagger \end{array}$$

$$\Gamma_{p\tau}^\dagger = \sum_{\ell m} \eta_{\ell m}^{p\tau} \gamma_{\ell m, 1\tau}^\dagger, \quad \gamma_{\ell m, 1\tau}^\dagger = \sum_p \eta_{\ell m}^{p\tau*} \Gamma_{p\tau}^\dagger$$

$$\sum_{\ell m} \eta_{\ell m}^{p'\tau*} \eta_{\ell m}^{p\tau} = \delta_{pp'}, \quad \sum_p \eta_{\ell m}^{p\tau*} \eta_{\ell' m'}^{p\tau} = \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}$$

Con $p = 0, 1, \dots, \sum_{\ell} (2\ell + 1) - 1$

$$\Gamma_{c\tau}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{1 + \beta_\tau^2}} \left(s_\tau^\dagger + \beta_\tau \cos \gamma_\tau d_{0\tau}^\dagger + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_\tau \sin \gamma_\tau (d_{2\tau}^\dagger + d_{-2\tau}^\dagger) \right)$$

- **Función de onda variacional.**

$$|\phi(\alpha)\rangle = \Lambda^{\dagger N_n}(\alpha) \Gamma_1^{\dagger N_p - N_n} |0\rangle$$

$$\Lambda^\dagger(\alpha) = \Gamma_1^\dagger \Gamma_{-1}^\dagger + \alpha \Gamma_0^\dagger \Gamma_0^\dagger$$

Formalismo de estado intrínseco en IBM-3. II

- **Hamiltoniano.**

$$\hat{H} = \sum_{\ell\tau} \varepsilon_{\ell\tau} \gamma_{\ell,1\tau}^\dagger \cdot \tilde{\gamma}_{\ell,1\tau} + \sum_L \sum_{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \kappa_{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}^L \hat{T}_{\tau_1\tau_2}^L \cdot \hat{T}_{\tau_3\tau_4}^L$$

con $\hat{T}_{M,\tau_1\tau_2}^L = \sum_{\ell_1\ell_2} \chi_{\ell_1\ell_2,\tau_1\tau_2}^L (\gamma_{\ell_1,1\tau_1}^\dagger \times \tilde{\gamma}_{\ell_2,1\tau_2})_M^L$

- **Hamiltoniano en forma totalmente desacoplada.**

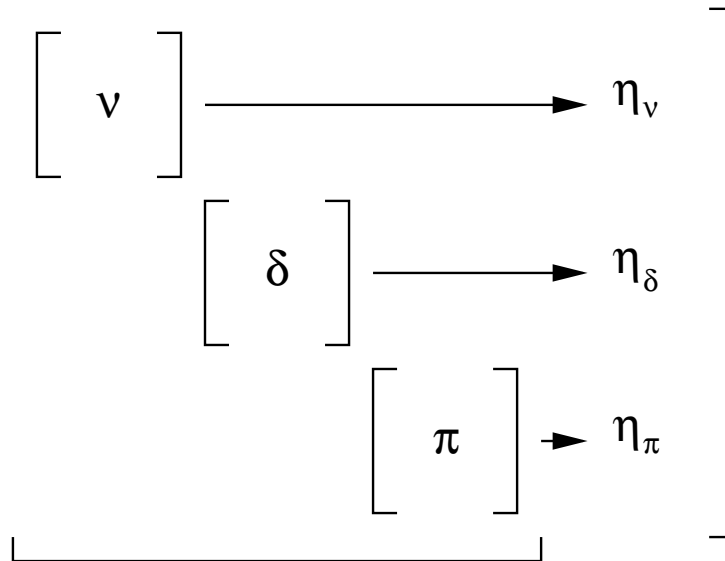
$$\hat{H} = \sum_{\ell m\tau} \tilde{\varepsilon}_{\ell\tau} \gamma_{\ell m,1\tau}^\dagger \gamma_{\ell m,1\tau} + \sum_{\ell_1 m_1 \tau_1, \ell_2 m_2 \tau_2, \ell_3 m_3 \tau_3, \ell_4 m_4 \tau_4} V_{\ell_1 m_1 \tau_1, \ell_2 m_2 \tau_2, \ell_3 m_3 \tau_3, \ell_4 m_4 \tau_4} \times \gamma_{\ell_1 m_1, 1\tau_1}^\dagger \gamma_{\ell_2 m_2, 1\tau_2}^\dagger \gamma_{\ell_3 m_3, 1\tau_3} \gamma_{\ell_4 m_4, 1\tau_4}$$

Formalismo de estado intrínseco en IBM-3. II

- Ecuaciones de Hartree-Bose.

$$\delta[E(\eta, \alpha) - \sum_{\tau} E_{\tau} \eta_{l_m}^{\tau*} \eta_{l_m}^{\tau}] = 0$$

$$\sum_{\ell_2 m_2} h_{\ell_1 m_1, \ell_2 m_2}^{\tau} \eta_{\ell_2 m_2}^{\tau} = E_{\tau} \eta_{\ell_1 m_1}^{\tau}$$



Formalismo de estado intrínseco en IBM-3. III

- Energía del estado fundamental.

$$E(\eta, \alpha) = \sum_{\tau} \epsilon_{\tau} f_1(\alpha, \tau) + \sum_{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4} V_{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4}^c f_2(\alpha, \tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4)$$

Donde

$$\epsilon_{\tau} = \sum_{\ell m} \tilde{\epsilon}_{\ell \tau} \eta_{\ell m}^{\tau*} \eta_{\ell m}^{\tau}$$

$$V_{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4}^c = \sum_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 \ell_3 m_3 \ell_4 m_4} V_{\ell_1 m_1 \tau_1, \ell_2 m_2 \tau_2, \ell_3 m_3 \tau_3, \ell_4 m_4 \tau_4} \\ \times \eta_{\ell_1 m_1}^{\tau_1*} \eta_{\ell_2 m_2}^{\tau_2*} \eta_{\ell_3 m_3}^{\tau_3} \eta_{\ell_4 m_4}^{\tau_4}$$

$$f_1(\alpha, \tau) = \frac{\langle \phi(\alpha) | \Gamma_{\tau}^{\dagger} \Gamma_{\tau} | \phi(\alpha) \rangle}{\langle \phi(\alpha) | \phi(\alpha) \rangle}$$

$$f_2(\alpha, \tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4) = \frac{\langle \phi(\alpha) | \Gamma_{\tau_1}^{\dagger} \Gamma_{\tau_2}^{\dagger} \Gamma_{\tau_3} \Gamma_{\tau_4} | \phi(\alpha) \rangle}{\langle \phi(\alpha) | \phi(\alpha) \rangle}$$

Formalismo de estado intrínseco en IBM-3. IV

- Ecuaciones de Hartree-Bose.

$$\delta[E(\eta, \alpha) - \sum_{\tau} E_{\tau} \eta_{l m}^{\tau*} \eta_{l m}^{\tau}] = 0$$

$$\sum_{\ell_2 m_2} h_{\ell_1 m_1, \ell_2 m_2}^{\tau} \eta_{\ell_2 m_2}^{\tau} = E_{\tau} \eta_{\ell_1 m_1}^{\tau}$$

$$\begin{aligned} h_{\ell_1 m_1, \ell_2 m_2}^{\tau} &= \tilde{\epsilon}_{\ell_1 \tau} f_1(\alpha, \tau) \delta_{\ell_1 \ell_2} \delta_{m_1 m_2} \\ &+ 2 \sum_{\ell_3 m_3 \ell_4 m_4 \tau_3 \tau_4} V_{\ell_1 m_1 \tau, \ell_3 m_3 \tau_3, \ell_4 m_4 \tau_4, \ell_2 m_2 \tau_2} \\ &\times \frac{\eta_{\ell_3 m_3}^{\tau_3*} \eta_{\ell_4 m_4}^{\tau_4} \eta_{\ell_2 m_2}^{\tau_2}}{\eta_{\ell_2 m_2}^{\tau}} f_2(\alpha, \tau \tau_3 \tau_4 \tau_2) \end{aligned}$$

Formalismo de estado intrínseco en IBM-3. V

- Base de estados excitados de un fonón y autoestados en el sistema intrínseco.

$$|p\tau\rangle = \frac{1}{\sqrt{\langle p\tau|p\tau\rangle}} \Gamma_{p\tau}^\dagger \Gamma_{c\tau} |\phi(\alpha)\rangle, \quad |\phi^i\rangle = N^i \left(\sum_{p\tau} X_{p\tau}^i |p\tau\rangle \right)$$

- Elementos de matriz.

$$\begin{aligned} \langle p\tau|H|p'\tau'\rangle &= \delta_{\tau\tau'} \epsilon_\tau^{pp'} \frac{f_1(\alpha, \tau)}{\sqrt{f_1(\alpha, \tau) f_1(\alpha, \tau')}} + \delta_{\tau\tau'} \sum_{\tau_1} \frac{f_2(\alpha, \tau\tau_1\tau_1\tau')}{\sqrt{f_1(\alpha, \tau) f_1(\alpha, \tau')}} \\ &+ \delta_{\tau\tau'} \sum_{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} V_{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}^c \frac{f_3(\alpha, \tau\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4\tau')}{\sqrt{f_1(\alpha, \tau) f_1(\alpha, \tau')}} \\ &+ 4 \sum_{\tau_2\tau_3} V_{\tau\tau_2\tau_3\tau'}^{pp'} \frac{f_2(\alpha, \tau\tau_2\tau_3\tau')}{\sqrt{f_1(\alpha, \tau) f_1(\alpha, \tau')}} \end{aligned}$$

Donde

$$\epsilon_\tau^{pp'} = \sum_{\ell m} \tilde{\epsilon}_{\ell\tau} \eta_{\ell m}^{p\tau*} \eta_{\ell m}^{p'\tau*}$$

$$\begin{aligned} V_{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}^{pp'} &= \sum_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 \ell_3 m_3 \ell_4 m_4} V_{\ell_1 m_1 \tau, \ell_3 m_3 \tau_3, \ell_4 m_4 \tau_4, \ell_2 m_2 \tau_2} \\ &\times \eta_{\ell_1 m_1}^{p\tau_1*} \eta_{\ell_2 m_2}^{c\tau_2*} \eta_{\ell_3 m_3}^{c\tau_3} \eta_{\ell_4 m_4}^{p'\tau_4} \end{aligned}$$

$$f_3(\alpha, \tau\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4\tau') = \frac{\langle \phi(\alpha) | \Gamma_\tau^\dagger \Gamma_{\tau_1}^\dagger \Gamma_{\tau_2}^\dagger \Gamma_{\tau_3} \Gamma_{\tau_4} \Gamma_{\tau'} | \phi(\alpha) \rangle}{\langle \phi(\alpha) | \phi(\alpha) \rangle}$$

Estados excitados

- Base de estados excitados de un fonón. Base TDA.

$$|p\tau\rangle = \frac{1}{\sqrt{\langle p\tau|p\tau\rangle}} \Gamma_{p\tau}^\dagger \Gamma_{c\tau} |\phi(\alpha)\rangle$$

- Autoestados en el sistema intrínseco.

$$|\phi^i\rangle = N^i \left(\sum_{p\tau} X_{p\tau}^i |p\tau\rangle \right)$$

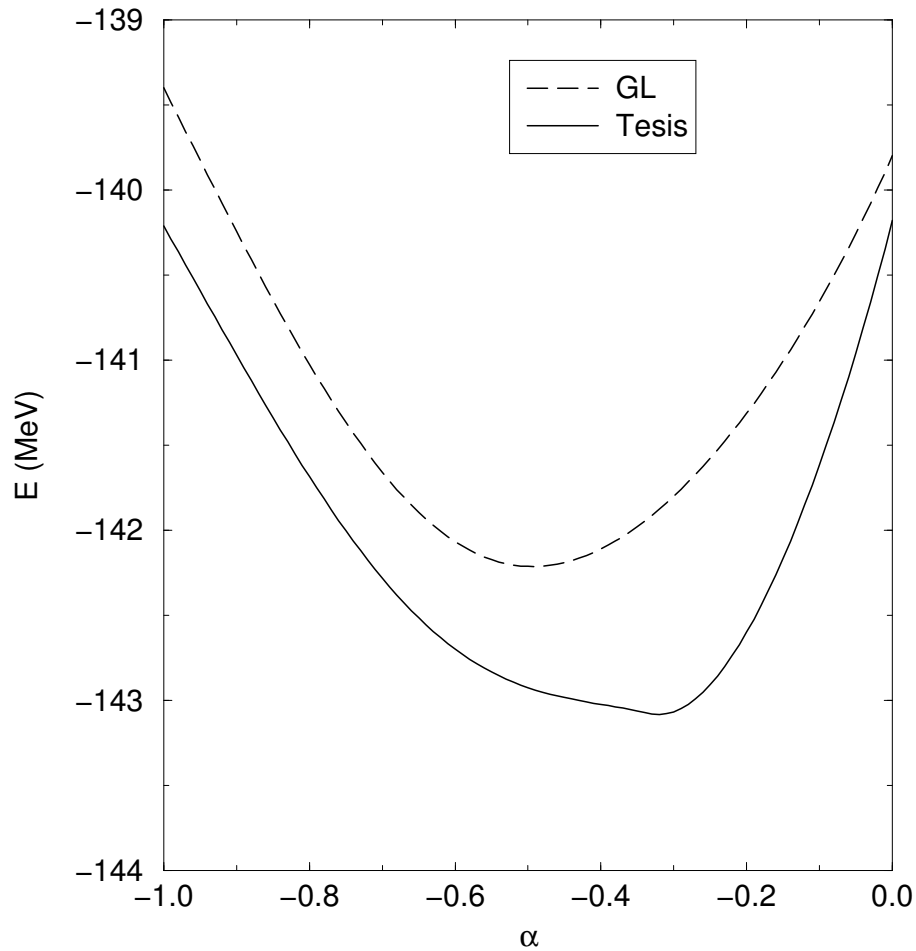
Si existe simetría axial, el hamiltoniano será diagonal en el índice p .

$$\left(\begin{array}{c} \\ H \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} X_{p\tau=-1}^i \\ X_{p\tau=0}^i \\ X_{p\tau=1}^i \end{array} \right) = E^i \left(\begin{array}{c} X_{p\tau=-1}^i \\ X_{p\tau=0}^i \\ X_{p\tau=1}^i \end{array} \right)$$

Formalismo de Ginocchio-Leviatan (GL). I

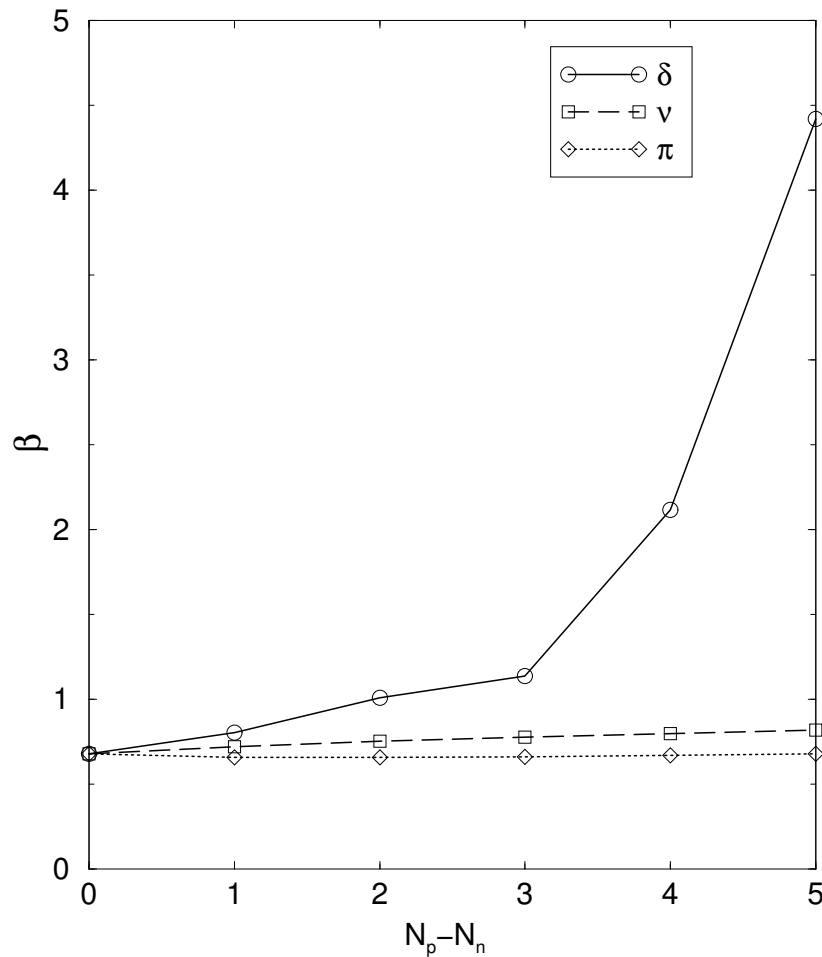
- Parámetros de deformación $\eta_{\ell m}^p$ independientes de τ .
- Valor de α fijado en $-\frac{1}{2}$.
- Función de onda variacional con isospín y simetría $SU_T(3)$ bien definida.

Comparación con el formalismo de (GL). II



Cálculo de la energía del estado fundamental en función de α .
 $N_p = 5$ y $N_n = 3$. Hamiltoniano $\hat{H} = -\sum_{T=0,1,2} \hat{P}^T : \hat{P}^T$ en MeV,
 con $\hat{P}^T = (s^\dagger \tilde{d} + (-1)^T d^\dagger \tilde{s})^{L=2,T}$.

Comparación con el formalismo de (GL). III



Parámetros de deformación β_τ para un sistema con $N_n = 4$, en función de la diferencia $N_p - N_n$. Hamiltoniano

$$\hat{H} = -\sum_{T=0,1,2} \hat{P}^T : \hat{P}^T \text{ en MeV, con } \hat{P}^T = (s^\dagger \tilde{d} + (-1)^T d^\dagger \tilde{s})^{L=2,T}.$$

¿Está bien definido el isospín de los estados intrínsecos?

- El estado fundamental tiene isospín bien definido en el caso de $\alpha = -1/2$ y parámetros de deformación independientes de la carga.
- Los estados excitados (TDA) sólo tienen bien definido el isospín cuando el estado fundamental tiene $T = 0$.

$$|\phi_{p,T=0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|p1\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}|p0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|p-1\rangle$$

$$|\phi_{p,T=1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|p1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|p-1\rangle$$

$$|\phi_{p,T=2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|p1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|p0\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}|p-1\rangle$$

- En el caso de un estado fundamental con $T \neq 0$ hay que ampliar la base TDA para que los estados excitados posean buen isospín.

$$|p, a\rangle = N_a \Gamma_{p1}^\dagger \Gamma_0 \hat{T}_- |\phi(\alpha)\rangle$$

$$|p, b\rangle = N_b \Gamma_{p0}^\dagger \Gamma_{-1} \hat{T}_- |\phi(\alpha)\rangle$$

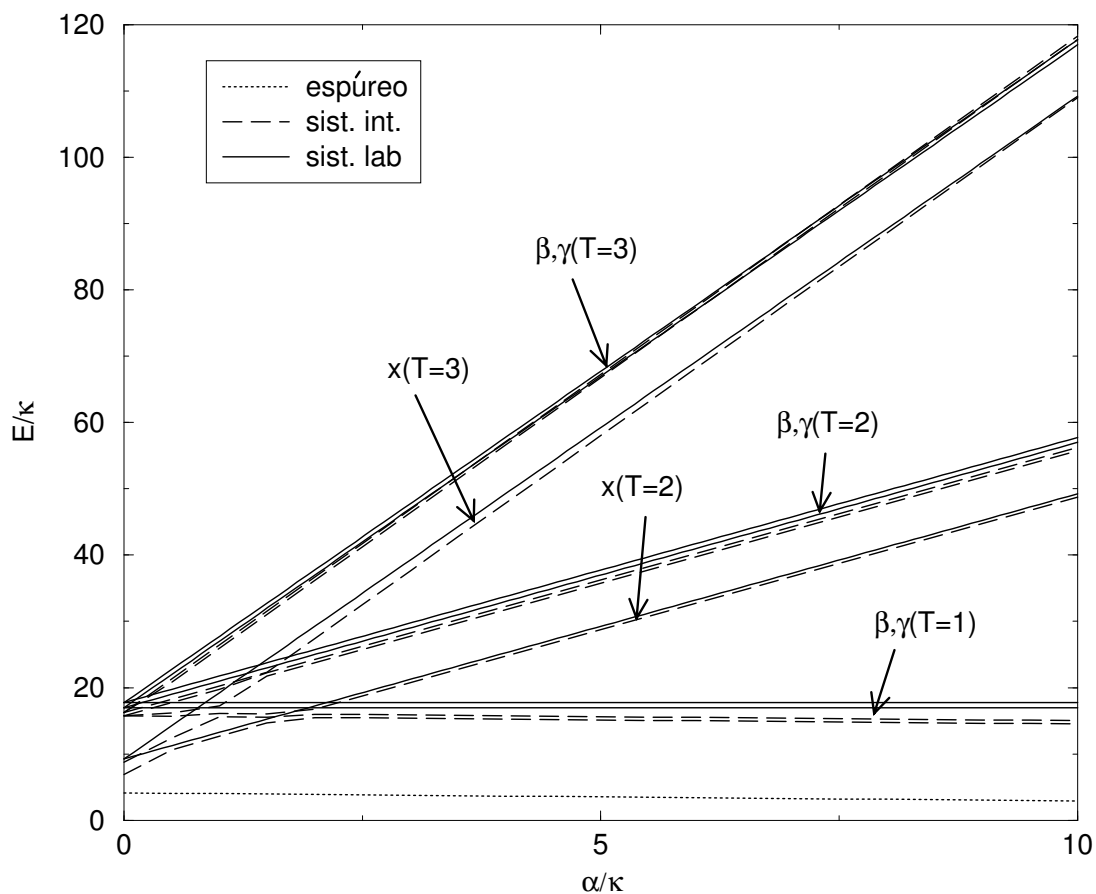
$$|p, c\rangle = N_c \Gamma_{p1}^\dagger \Gamma_{-1} \hat{T}_-^2 |\phi(\alpha)\rangle$$

- **Proyección en isospín. Fórmula de Peierls-Yoccoz.**

$$E_{proy}^T = \langle \hat{H} - \frac{\hat{T}^2}{2\mathcal{I}_T} \rangle + \frac{T(T+1)}{2\mathcal{I}_T},$$

$$\mathcal{I}_T^{-1} = \frac{\langle (\hat{H} - \langle H \rangle) \Delta \hat{T}^2 \rangle}{\langle \Delta \hat{T}^2 \rangle^2}, \quad \Delta \hat{T}^2 = (\hat{T} - \langle \hat{T} \rangle)^2$$

Cálculo esquemático con proyección en isospín



Comparación de las energías de excitación calculadas en el sistema intrínseco y laboratorio. El hamiltoniano que se emplea es $\hat{H} = \frac{\kappa}{3}(-\frac{1}{2}\hat{C}_2[SU_L(3)] + \frac{3}{8}\hat{L}^2) + \alpha\hat{T}^2$. $N_p = 5$ y $N_n = 4$.

Transición de IBM-3 a IBM-2

- **Hamiltoniano.**

$$\hat{H} = \sum_{\ell\tau} \epsilon_{\ell\tau} \hat{n}_{\ell\tau} - \frac{1}{5} \mathcal{N}[\hat{Q}^0 : \hat{Q}^0 + \frac{2}{3} \hat{Q}^1 : \hat{Q}^1]$$

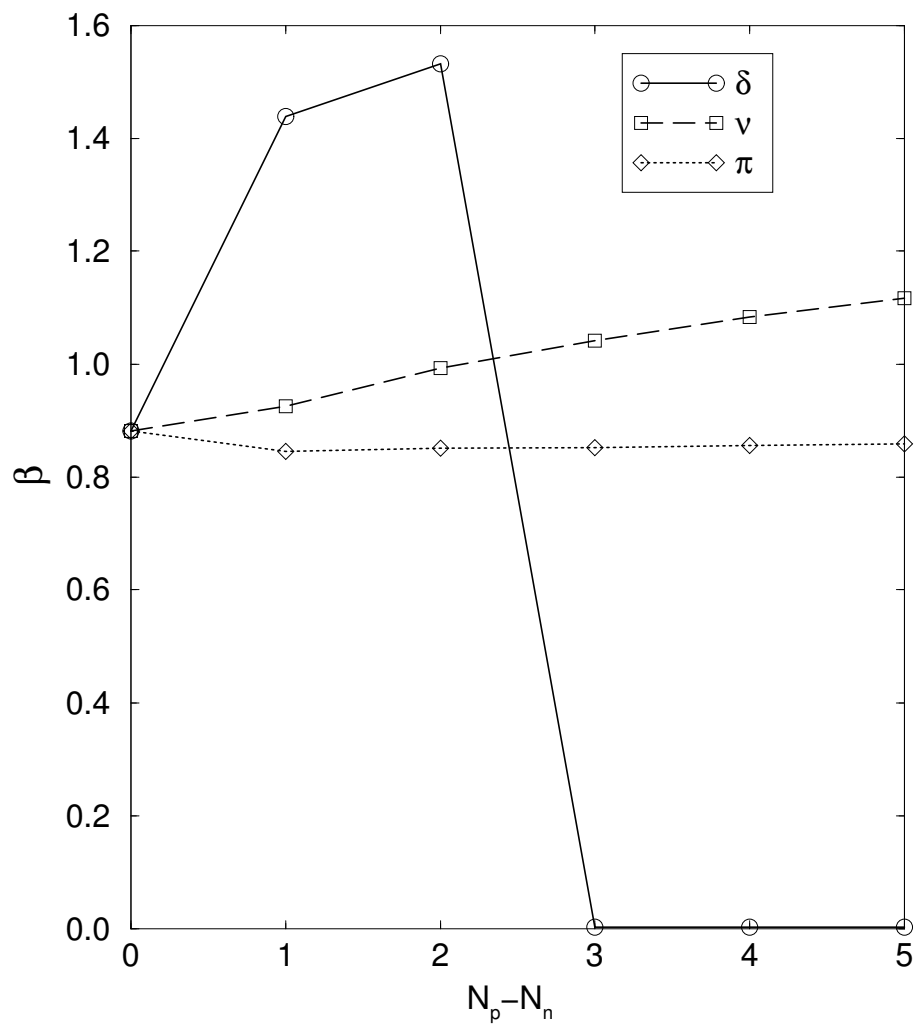
donde $\hat{Q}^T = [s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger \tilde{s} - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^\dagger \times \tilde{d})]^{L=2,T}$

- **Parámetros.**

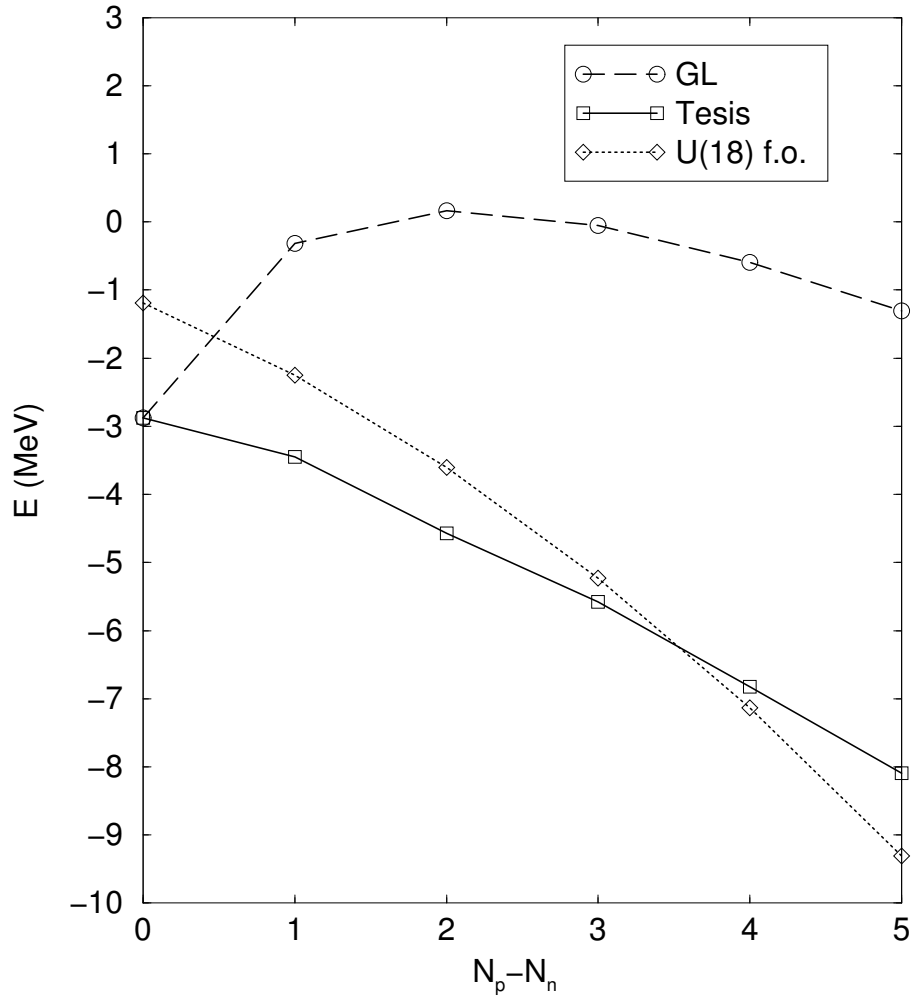
$$\epsilon_{s\pi} = \epsilon_{s\nu} = 0, \quad \epsilon_{d\pi} = \epsilon_{d\nu} = 1.5,$$

$$\epsilon_{s\delta} = 2.3 |N_p - N_n|, \quad \epsilon_{d\delta} = 1.5 + 2.3 |N_p - N_n|$$

Parámetros de deformación



Energía del estado fundamental



Energía del estado fundamental en función de $N_p - N_n$, para el estado de GL, el estado $|\phi\rangle_{U(18)} = (\Gamma_c^\dagger)^{N_p+N_n} |0\rangle$ (con $\Gamma_c^\dagger = \sum_{\ell m \tau} \xi_{\ell m \tau} \gamma_{\ell m, 1 \tau}^\dagger$) y el propuesto en esta memoria.

Estructura algebraica de IBM-4. I

- **Bosones isoscalares e isovectoriales**

- Bosones isovectoriales: $(T, S) = (1, 0)$ π, δ, ν .
- Bosones isoscalares: combinación antisimétrica protón-neutrón, $(T, S) = (0, 1)$ σ .

- **Operadores de creación y de destrucción.**

$$\gamma_{\ell m, T\tau, S\sigma}^\dagger, \gamma_{\ell m, T\tau, S\sigma} \rightarrow \begin{cases} \ell = 0, 2, -\ell \leq m \leq \ell \\ (T, S) = (1, 0), (0, 1) \\ -T \leq \tau \leq T \\ -S \leq \sigma \leq S \end{cases}$$

$$[\gamma_{\ell m, T\tau, S\sigma}, \gamma_{\ell' m', T'\tau', S'\sigma'}^\dagger] = \delta_{\ell, \ell'} \delta_{m, m'} \delta_{T, T'} \delta_{\tau, \tau'} \delta_{S, S'} \delta_{\sigma, \sigma'},$$

$$[\gamma_{\ell m, T\tau, S\sigma}, \gamma_{\ell' m', T'\tau', S'\sigma'}] = [\gamma_{\ell m, T\tau, S\sigma}^\dagger, \gamma_{\ell' m', T'\tau', S'\sigma'}^\dagger] = 0$$

- **El álgebra dinámica de IBM-4 es U(36).**

Generadores de U(36): $\gamma_{\ell m, T\tau, S\sigma}^\dagger \gamma_{\ell' m', T'\tau', S'\sigma'}$.

Estructura algebraica de IBM-4. II

- Cadenas de subgrupos de especial interés.

$$\begin{array}{cccccc}
 U(36) & \supset & U_L(6) & \otimes & U_{ST}(6) & \supset \dots \supset O_T(3) \otimes O_J(3) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 [N] & & [N_1, \dots, N_6] & & [N_1, \dots, N_6] & & T & & J
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 U_{ST}(6) & \supset & SU_T(3) & \otimes & SU_S(3) & \supset O_T(3) \otimes O_S(3) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 [N_1, \dots, N_6] & & (\lambda_T, \mu_T) & & (\lambda_S, \mu_S) & & T & & S
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 U_{ST}(6) & \supset & SU_{TS}(4) & \supset & O_T(3) & \otimes & O_S(3) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 [N_1, \dots, N_6] & & (\lambda, \mu, \nu) & & T & & S
 \end{array}$$

- Estados.

$$\begin{aligned}
 & |[N_1, \dots, N_6](\lambda_T, \mu_T)(\lambda_S, \mu_S)TM_T; \phi LS; J\rangle \\
 & |[N_1, \dots, N_6](\lambda, \mu, \nu)TM_T; \phi LS; J\rangle
 \end{aligned}$$

Formalismo de estado intrínseco en IBM-4. I

- **Bosones deformados.**

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Bosones esféricos} & \longleftrightarrow & \text{Bosones deformados} \\
 \gamma_{lm,T\tau,S\sigma}, \gamma_{lm,T\tau,S\sigma}^\dagger & & \Omega_{p,T\tau,S\sigma}, \Omega_{p,T\tau,S\sigma}^\dagger
 \end{array}$$

$$\Omega_{p,T\tau,S\sigma}^\dagger = \sum_{\ell m} \lambda_{\ell m}^{pT\tau S\sigma} \gamma_{\ell m,T\tau,S\sigma}^\dagger, \quad \gamma_{\ell m,T\tau,S\sigma}^\dagger = \sum_p \lambda_{\ell m}^{pT\tau S\sigma*} \Omega_{p,T\tau,S\sigma}^\dagger$$

$$\sum_{\ell m} \lambda_{\ell m}^{p'T\tau S\sigma*} \lambda_{\ell m}^{pT\tau S\sigma} = \delta_{pp'}, \quad \sum_p \lambda_{\ell m}^{pT\tau S\sigma} \lambda_{\ell' m'}^{pT\tau S\sigma} = \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}$$

Con $p = 0, 1, \dots, \sum_{\ell} (2\ell + 1) - 1$

Formalismo de estado intrínseco en IBM-4. II

- **Función de onda variacional.**

- Núcleos par-par.

$$|\phi(\delta, \alpha_T, \alpha_S)\rangle_{pp} = \Delta^{\dagger N_n}(\delta, \alpha_T, \alpha_S) \Omega_{T=1\tau=1}^{\dagger N_p - N_n} |0\rangle$$

$$\begin{aligned} \Delta^{\dagger}(\delta, \alpha_T, \alpha_S) &= (\Omega_{T=1\tau=1}^{\dagger} \Omega_{T=1\tau=-1}^{\dagger} + \alpha_T \Omega_{T=1\tau=0}^{\dagger} \Omega_{T=1\tau=0}^{\dagger}) \\ &+ \delta (\Omega_{S=1\sigma=1}^{\dagger} \Omega_{S=1\sigma=-1}^{\dagger} + \alpha_S \Omega_{S=1\sigma=0}^{\dagger} \Omega_{S=1\sigma=0}^{\dagger}) \end{aligned}$$

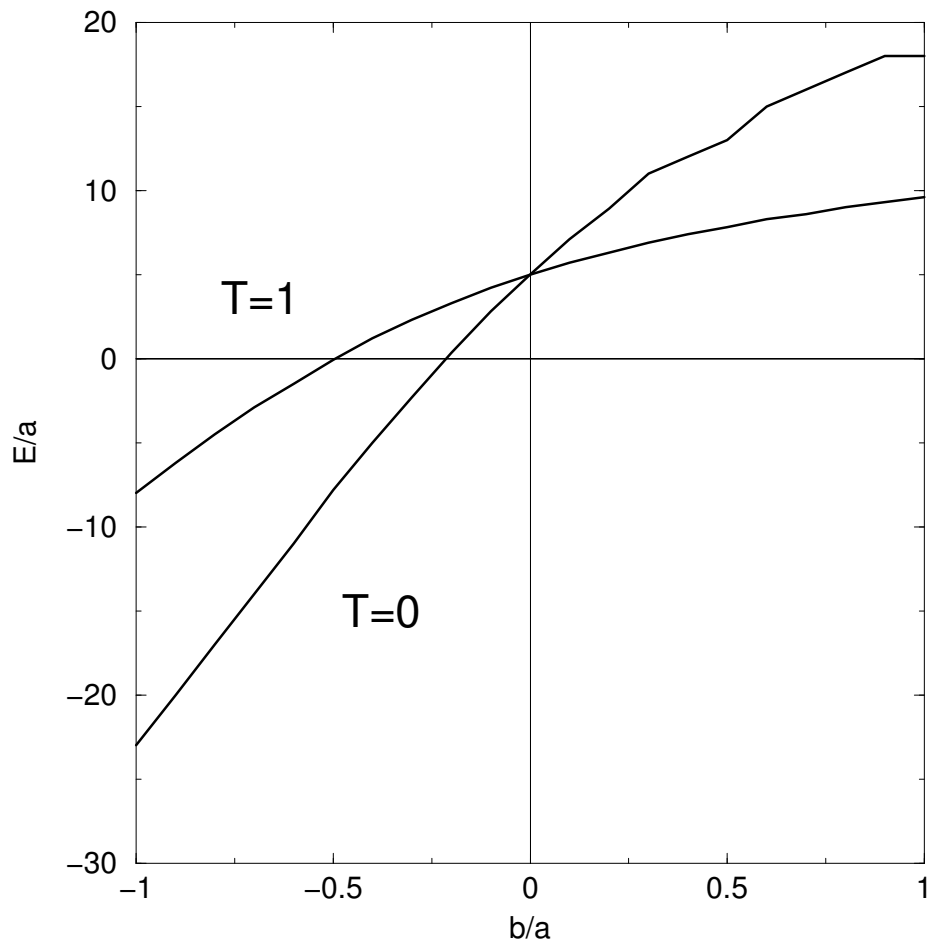
- Núcleos impar-impar con $N = Z$.

$$|\phi(\delta, \alpha_T, \alpha_S)\rangle_{ii-1} = \Delta^{\dagger N_n - \frac{1}{2}}(\delta, \alpha_T, \alpha_S) \Omega_{T=1\tau=1}^{\dagger} |0\rangle$$

$$|\phi(\delta, \alpha_T, \alpha_S)\rangle_{ii-2} = \Delta^{\dagger N_n - \frac{1}{2}}(\delta, \alpha_T, \alpha_S) \Omega_{S=1\sigma}^{\dagger} |0\rangle$$

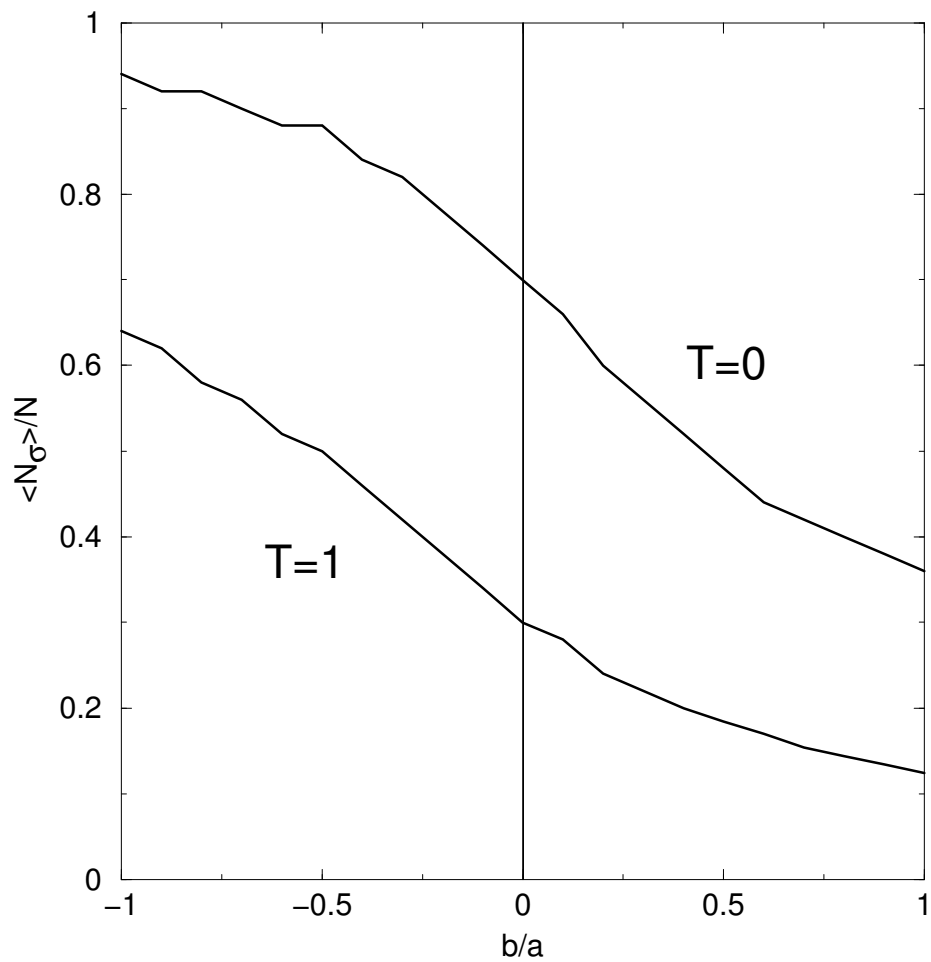
- **La energía del estado fundamental y las ecuaciones de Hartree-Bose son funcionalmente idénticas a las de IBM-3.**

Energías de los estados con $T = 1$ y $T = 0$.



$$\hat{H} = a\hat{C}[SU_{TS}(4)] + b\hat{C}[SU_S(3)], n_p = n_n = 5. \alpha_S = \alpha_T = -\frac{1}{2}.$$

Fracción de bosones σ en los estados con $T = 1$ y $T = 0$.



$$\hat{H} = a\hat{C}[SU_{TS}(4)] + b\hat{C}[SU_S(3)], n_p = n_n = 5. \alpha_S = \alpha_T = -\frac{1}{2}.$$

Resumen y conclusiones.

- Extensión del formalismo de estado intrínseco de IBM-1.
- Estudio de la subestructura algebraica $U_L(6) \otimes SU_T(3)$ de IBM-3.
- Cálculos esquemáticos en la capa $f_{7/2}$ empleando IBM-3.
- Extensión del formalismo de estado intrínseco de IBM-3 para considerar formas nucleares más generales.
- Formalismo de estado intrínseco de IBM-4.

Resumen y conclusiones.

- Extensión del formalismo de estado intrínseco de IBM-1.
- Estudio de la subestructura algebraica $U_L(6) \otimes SU_T(3)$ de IBM-3.
- Extensión del formalismo de estado intrínseco de IBM-3 para considerar formas nucleares más generales.