

Universidad de Huelva
Escuela Técnica Superior de Ingeniería



**Universidad
de Huelva**

**Modelo de control borroso para la
regulación de la temperatura del agua en
piscinas climatizadas**

Proyecto Fin de Carrera

Ingeniería Técnica Industrial, Esp. Mecánica

ISABEL DELGADO DÍAZ

MERCEDES LOBATÓN ORTA

Directora:

Dra. Inmaculada Pulido Calvo

Huelva, 2012

Universidad de Huelva
Escuela Técnica Superior de Ingeniería



**Universidad
de Huelva**

**Modelo de control borroso para la
regulación de la temperatura del agua en
piscinas climatizadas**

Proyecto Fin de Carrera presentado por Isabel Delgado Díaz y Mercedes Lobatón Orta, en satisfacción de los requisitos necesarios para optar al grado de Ingeniero Técnico Industrial, especialidad en Mecánica. Dirigido por la Dra. Inmaculada Pulido Calvo, profesora titular del Área de Conocimiento de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Huelva.

Las alumnas,

La directora,

Fdo. Isabel Delgado Díaz y
Mercedes Lobatón Orta

Fdo. Inmaculada Pulido Calvo

A mi madre, Mercedes,

A mis amigas,

Gracias por vuestro apoyo ilimitado e incondicional que siempre me habéis dado.

“Si algo te es difícil de realizar, no supongas por ello que es imposible. Piensa que si algo es humanamente posible y propio, tú lo puedes lograr.”

Marco Aurelio

A mi familia y amigos por ser fuente de razón y apoyo en momentos difíciles.

En especial;
A mis padres, Carmelo e Isabel
A mi hermano, José Carlos

“Vive y actúa como si de tu esfuerzo dependiera que se realice lo que tu esperas o desearías poder esperar de los demás.”

Pedro Laín

RESUMEN

En este trabajo se ha planteado el diseño de un sistema de lógica borrosa para regular la temperatura del agua en piscinas climatizadas considerando como parámetros de control los caudales de agua procedentes de dos fuentes de suministro, un grifo para el agua fría y otro para el agua caliente.

Para dicho planteamiento se han simulado distintas memorias asociativas borrosas o conjuntos de reglas para así evaluar distintas alternativas de manejo del agua en este tipo de instalaciones. El modelo desarrollado se constituye como una herramienta de fácil diseño que una vez implementada podrá constituirse como una herramienta de apoyo fundamental en el mantenimiento de unas condiciones aceptables de temperatura para el agua de piscinas climatizadas.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	2
1.1. LÓGICA BORROSA.....	7
1.2. RESISTENCIA A LA LÓGICA BORROSA.....	9
1.3. HISTORIA Y APLICACIONES DE LA LÓGICA BORROSA.....	10
1.4. OBJETIVOS.....	12
2. MATERIAL Y MÉTODOS.....	15
2.1. SISTEMAS DE CONTROL BORROSO.....	15
2.1.1. CONJUNTOS BORROSOS.....	17
2.1.2. FUNCIONES DE INCLUSIÓN DE CONJUNTOS BORROSOS.....	18
2.1.3. PARTICIONES BORROSAS.....	20
2.1.4. INFERENCIA BORROSA.....	20
2.1.5. REGLAS BORROSAS.....	21
2.1.6. FUZZIFICACIÓN.....	22
2.1.7. DESFUZZIFICACIÓN.....	22
2.2. DISEÑO ESPECÍFICO DE UN CONTROLADOR BORROSO PARA LA REGULACIÓN DE LA TEMPERATURA DEL AGUA DE PISCINAS CLIMATIZADAS.....	23
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	30
3.1. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA A.....	30
3.2. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA B.....	39
3.3. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA C.....	47
3.4. COMPARACIÓN DE MEMORIAS ASOCIATIVAS BORROSAS PLANTEADAS.....	54
4. CONCLUSIONES.....	63
5. REFERENCIAS.....	66

1. INTRODUCCIÓN

1.1. LA LÓGICA BORROSA

1.2. RESISTENCIA A LA LÓGICA BORROSA

1.3. HISTORIA Y APLICACIONES DE LA LÓGICA BORROSA

1.4. OBJETIVOS

1. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se desarrolla una aplicación de control con lógica borrosa para regular la temperatura y el caudal de entrada en piscinas climatizadas de balnearios y *spas*. La diferencia principal entre un *spa* y un balneario o terma es que en los primeros el agua suele ser común, mientras que los segundos tienen propiedades minero-medicinales.

A la hora de llevar a cabo una instalación de estas características, en el que el agua es un factor primordial, se pretende, en la medida de lo posible, respetar dos de las preocupaciones más extendidas en la sociedad actual: el ahorro de energía y la utilización racional y responsable de los recursos hídricos.

La industria de los *spas* (*Sanitas Per Aquas*, “*La Salud por las Aguas*”) tiene siglos de antigüedad, ya que el agua como agente terapéutico se remonta a las antiguas civilizaciones, cuando el hombre se dio cuenta de que los animales heridos o enfermos buscaban el agua caliente de los manantiales. En la Grecia Antigua ya proliferaban los balnearios, que se denominaban *asclepias* (*Asclepio*, *dios de la medicina*) (*Figura 1.1.*). En la Época Romana había termas públicas en casi todas las grandes ciudades, que constituían extraordinarias construcciones arquitectónicas (*Figura 1.2.*). La cultura termal de los romanos se fue extendiendo, con su imperio, por toda Europa. En el Mundo Árabe también se otorgaba gran prestigio a la hidroterapia, dando mucha importancia a la higiene y los cuidados corporales (*Figura 1.3.*). Los médicos más prestigiosos de esta cultura desarrollaron ampliamente su aplicación en forma de baños, bebidas y aplicaciones locales.



Figura 1.1. Balneario griego.



Figura 1.2. Termas romanas.



Figura 1.3. Baño árabe.

Según la Asociación Internacional IPSA (*Instituto de Psicoterapia de Orientación Psicoanalítica y Antropología*) (www.balneariosurbanos.es) en 2006 el ranking mundial en cuanto a usuarios habituales de los centros hidrotermales se indica en la *Tabla 1.1*. En España el número de balnearios y *spas* continúa aumentando a pesar de la caída del mercado por el negativo contexto económico actual. España dispone de unas características especiales respecto a nuestra orografía, geografía y, sobre todo, climatología. Estos tres factores hacen de la Península Ibérica un lugar con características únicas dentro de Europa y, posiblemente, en todo el mundo ya que más de las tres cuartas partes de nuestro país están rodeadas por agua.

Tabla 1.1. Ranking mundial de usuarios de centros hidrotermales (año 2006).

País	Usuarios (millones)
EE.UU	32.2
Japón	15.8
Italia	10.7
Alemania	9.5
Inglaterra	5.3
España	5
Francia	4.8
Canadá	3.7
Australia	2.5
Tailandia	2.5

Fuente: Asociación Internacional IPSA

Se debe diferenciar entre balneario (o estación termal) y *spa*. Un balneario (o estación termal) es aquella instalación que dispone de aguas minero-medicinales declaradas de utilidad pública, servicio médico e instalaciones adecuadas para llevar a cabo los tratamientos que se prescriban. En cambio, los llamados balnearios urbanos y centros *spa* centran sus terapias sencillamente en la bondad del agua y en cómo ésta actúa, en su contacto principalmente, sobre el cuerpo. No significa que sus aguas no posean sustancias minerales saludables. Es sólo que en su mayoría el agua que utilizan, lógicamente, no las lleva en su composición natural.

Por tanto, uno de los objetivos fundamentales en el diseño de este tipo de instalaciones es hacer un análisis sobre la bondad del agua, intentando regular en todo momento temperaturas y caudales para satisfacer a cada una de las diferentes áreas de nuestro *spa*. De forma global, se puede decir que cada tipo de piscina requiere de unas características de temperatura y caudal específicas. Así, se pueden tener los siguientes tipos de elementos en una instalación *spa*:

- Ducha ciclónica: es una ducha clásica, con varios chorros de agua (normalmente 18) que alternan el agua caliente y fría.
- Piscina termal: donde el agua se encuentra a una temperatura media de 34° C.

- Piscina de tonificación: con temperaturas medias del agua de 12° a 14° C.
- Baño de vapor: sala de vapor con temperaturas medias de 42° C y humedad relativa del 99%.
- Terma: habitación con una temperatura media del aire de 45° C y una humedad relativa del 70%, dotada de una ducha de agua fría para realizar contrastes en su interior.

Es un factor importante que el usuario de un *spa* no debe notar la climatización, simplemente sentirse a gusto y disfrutar de las instalaciones. Uno de los principales elementos que hay que abordar respecto a este tema y de gran importancia es la gestión de la humedad. Al calentar agua, aumentamos la evaporación, por tanto, es preciso realizar un adecuado cálculo de la cantidad de agua cuando el *spa* esté a pleno funcionamiento, dato crucial para elegir el sistema adecuado. Otro punto a tener en cuenta es el volumen de aire dentro del recinto ya que hay que garantizar las recirculaciones de aire que permitan a las máquinas deshumificadoras hacer su trabajo.

Equilibrar la temperatura del agua, del ambiente y la humedad con un gasto contenido es una tarea compleja que debe abordarse con profesionalidad y rigor. Si se consigue, el éxito está garantizado. Para abordar la climatización de un *spa*, la mejor opción sería utilizar máquinas multifuncionales que se relacionen con todos los elementos y sean capaces de gestionar la humedad, recuperando la energía de vapor de agua, para devolverla al recinto según se necesite. Además, deberán renovar el aire evitando perder calor, todo esto con el mínimo gasto de energía posible.

Hay diferentes opciones para conseguir que no se note la climatización sino tan sólo el disfrute de los sentidos.

- Resistencias eléctricas: si nos centramos en el calentamiento de los vasos de baño, un elemento muy utilizado son las resistencias eléctricas. Se podría decir que gran parte de los *spas* en centros deportivos, hoteles y espacios urbanos, están calentados exclusivamente con este elemento. Sus atractivos principales son que ocupa poco espacio, su instalación es muy sencilla y es económico de adquirir. Por el contrario, es muy costoso de mantener y requiere de potentes acometidas eléctricas, a veces difíciles de conseguir. Su eficiencia es alta, ya que generan en calor, la misma cantidad de electricidad que consumen.
- Calderas: son otro elemento muy utilizado, capaces de generar grandes potencias y producir un calentamiento rápido. Es muy importante la elección de la caldera, eligiendo siempre la que tenga el mayor rendimiento dentro del presupuesto disponible. Un pequeño esfuerzo en la compra inicial puede proporcionar ahorros anuales de hasta el 30%. Las calderas de condensación son las más eficaces, con rendimientos de hasta el 108%.
- Bomba de calor: es la manera más eficaz, hoy por hoy, de generar agua caliente para un *spa*. La bomba de calor se basa en la compresión y descompresión de gases frigoríficos, genera de 3 a 5 veces más energía calorífica que la cantidad de energía eléctrica que consume, siendo con creces la manera más económica de calentar el agua. Dentro de su ciclo de funcionamiento, genera calor y frío al mismo tiempo y en función de las necesidades, utilizamos uno u otro. Utilizar esta tecnología podría reducir en gran medida los costes de explotación.
- Energía solar térmica: también se puede aprovechar para el calentamiento del agua de un *spa*, produciendo grandes ahorros a lo largo de todo el año. Es conveniente elegir paneles solares que tengan buen rendimiento durante todo el año. Los de tubos de vacío tipo *heat-*

pipe son muy apropiados para este fin. Lamentablemente, la falta de espacio en las zonas urbanas o los altos costes de implantación hacen que aún sean pocos los establecimientos que utilizan esta energía.

- Intercambiadores de calor: Son los encargados, en última instancia, de transferir todo el calor generado en las calderas, bombas de calor y energía solar, al agua de las piscinas. Puesto que se trabaja con agua caliente, productos químicos y a veces, sales disueltas, se debe elegir siempre titanio o acero inoxidable de gran calidad, actualmente hay también en el mercado intercambiadores recubiertos de teflón. Su vida útil dependerá en gran medida del correcto equilibrio de pH y los niveles del agua.
- Aislamiento térmico: posiblemente se trate de la máquina que más contribuya al calentamiento del agua, sin siquiera consumir energía. Cuando se calienta una piscina sin aislar, lo primero que hace el agua es calentar el hormigón adyacente y se puede ese calor por el suelo y las paredes. Todos los elementos que puedan contribuir a frenar esta pérdida constante de calor reducirán en gran medida los gastos de mantenimiento. Unos paneles de poliuretano colocados en todo el perímetro y el suelo servirían para producir ahorros notables. El otro elemento que cierra el círculo del aislamiento, es la manta térmica. Durante las horas en que el centro está cerrado, normalmente el 50% del tiempo, es necesario seguir manteniendo la temperatura del agua. Más de la mitad del calor que pierde una piscina se produce por la evaporación. El agua que se evapora es agua caliente que ya no está en la piscina, por lo tanto, cada gota que se evapora y enfría la piscina. Además, este proceso obliga a reponer agua que de nuevo es necesario calentar. Detener este constante gasto sería tan sencillo como tapar la superficie de la piscina con una manta térmica y parar el ciclo de la evaporación. En muchas ocasiones, debido al diseño de las zonas de baño es complicado tapar la totalidad de las piscinas pero se pueden utilizar piezas separadas o soluciones imaginativas, lo que es seguro, es que siempre será rentable.

Para esta regulación de caudales y temperaturas del agua en las piscinas de los *spas*, se ha propuesto utilizar en este trabajo un sistema de control borroso, metodología incluida dentro del campo de conocimiento denominado *Inteligencia Computacional* o *Soft-computing* (Zadeh, 1965). La adopción de esta modelación heurística obedece esencialmente a los resultados satisfactorios que se están obteniendo en la solución de problemas de temáticas diferenciadas (ASCE, 2000a,b; Marsili-Libelli, 2004; Gutiérrez-Estrada *et al.*, 2005; Pulido-Calvo y Portela, 2007a,b; Pulido-Calvo y Gutiérrez-Estrada, 2009).

Los modelos de lógica borrosa están diseñados para tratar de imitar cómo el cerebro humano tiende a clasificar información procedente de datos imprecisos tales como: la temperatura del agua está “fría”, “templada” o “caliente”. En los modelos de lógica borrosa, la información se procesa en términos de conjuntos borrosos, los cuales se caracterizan a través de la definición de una función de pertenencia asociada. La inferencia específica es procesada entonces mediante el conjunto borroso combinado con algunas reglas borrosas (es decir, *si* la temperatura del agua de la piscina es “alta” y el caudal “alto” entonces las aperturas de los chorros de agua caliente y de agua fría serán “apertura larga” y “apertura corta” en el caso de que se trate de un baño con características de temperaturas altas).

1.1. LA LÓGICA BORROSA

En 1965, el profesor de teoría de sistemas de la Universidad de California (Berkeley), Lotfi A. Zadeh publicó su famoso artículo *Fuzzy Sets, Information and Control*. En este trabajo presentó a la comunidad científica internacional la idea de conjunto borroso, o lo que se conoce como lógica borrosa. Desde entonces, el término lógica borrosa, o *fuzzy logic*, ha sido empleado desde dos puntos de vista diferentes: por un lado, la forma estricta del término hace referencia a un sistema lógico que generaliza la lógica digital clásica para admitir el razonamiento impreciso o bajo incertidumbre; por otro lado, en un sentido más amplio, la lógica borrosa engloba todas las teorías y tecnologías que emplean conjuntos borrosos. En cualquier caso, la lógica borrosa ha conseguido en menos de medio siglo revolucionar la tecnología e impulsar la inteligencia artificial mediante la conjunción de los fundamentos matemáticos, la lógica y el razonamiento. Según Zadeh: *“La lógica borrosa trata de copiar la forma en que los humanos toman decisiones. Lo curioso es que, aunque baraja información imprecisa esta lógica es en cierto modo muy precisa: se puede aparcar un coche en muy poco espacio sin darle al de atrás. Suena a paradoja pero es así”*.

La lógica borrosa es una lógica multi-evaluada que permite valores intermedios para poder definir evaluaciones convencionales, permitiendo tratar información imprecisa en términos de conjuntos borrosos o difusos. Esto permite hacer reflexiones aproximadas; ya que esta lógica que emula la manera en que el cerebro razona y piensa.

Podemos resumir las bases de la lógica borrosa de la siguiente manera:

- 1) La lógica borrosa no es intrínsecamente imprecisa, no viola el sentido común ni produce resultados inequívocos, siendo la lógica clásica simplemente un caso especial de la lógica borrosa.
- 2) La lógica borrosa es diferente al concepto de probabilidad. Con probabilidad, se intenta determinar algo sobre el resultado potencial de los acontecimientos claramente definidos que pueden ocurrir al azar. Con lógica borrosa se intenta determinar algo sobre la naturaleza del acontecimiento en sí mismo. La borrosidad se expresa a menudo como ambigüedad, no como imprecisión o incertidumbre, es una característica de la opinión así como del concepto.
- 3) Diseñar sistemas borrosos es fácil. Los sistemas borrosos reflejan, de una manera general, lo que la gente piensa realmente de un problema. Generalmente es rápido y fácil perfilar la forma aproximada de un sistema borroso. Más adelante, después de cierta prueba o experiencia, se pueden ajustar sus características exactas.
- 4) Los sistemas borrosos son estables y fácilmente ajustables y pueden ser validados. Es más rápido y más fácil crear sistemas borrosos y construir un sistema borroso que cree sistemas convencionales basados en el conocimiento.
- 5) Los sistemas borrosos no son Redes Neuronales. Un sistema borroso procura encontrar la intersección, la unión o el complemento de las variables borrosas del control. Mientras que esto es algo análogo a las redes neuronales y a la programación lineal, los sistemas borrosos se acercan a estos problemas de forma diferente.
- 6) Aunque la lógica borrosa se usa principalmente como herramienta para el control de procesos, también puede aplicarse para representar y analizar información de una serie de

datos.

- 7) La lógica borrosa es un proceso de representación y razonamiento. Es una herramienta de gran alcance y versátil para información imprecisa y ambigua. No puede solucionar todos los problemas, pero nos ayuda a modelar problemas difíciles que pueden no tener solución exacta con métodos tradicionales.

Tomando como base la imprecisión del razonamiento humano, pero bajo el planteamiento matemático, la lógica borrosa es capaz de generar la respuesta a una situación basándose en el conocimiento adquirido sobre ésta, que podrá ser inexacto e incompleto. Por ejemplo, mediante la lógica clásica se puede definir un conjunto de personas altas, pero esto obliga a establecer una frontera clara que separe este subconjunto del resto de elementos, como una altura de 1.80 m. Este razonamiento clásico dejaría fuera del conjunto de personas altas a las personas de 1.79 m de estatura. Es evidente que este razonamiento tan estricto de la lógica clásica choca frontalmente con el razonamiento humano, mucho más vago e impreciso.

La lógica borrosa permite establecer límites suaves para los conjuntos, haciendo que no todo tenga que ser blanco o negro, sino que es posible la existencia de niveles de grises. Siguiendo con el ejemplo, pero desde el punto de vista borroso, se podría decir que una persona que mida 1.90 m está claro que es alta, o la calidad de pertenencia al conjunto de personas altas es 1. Una que mida 1.50 m está claro que no lo es, es decir, tiene un grado de pertenencia 0 al conjunto. Con las alturas intermedias se podría decir que la calidad de su pertenencia al conjunto variaría entre 0 y 1, siendo mayor el grado de pertenencia cuanto más alta sea la persona a clasificar, por ejemplo 0.25 para personas de 1.60 m y 0.75 para las de 1.80 m. Así una persona de 1.79 m no estaría excluida dentro del conjunto de personas altas, aunque la calidad de su pertenencia al conjunto sería menor que la de otra persona de mayor estatura.

La aplicación de la lógica borrosa para el control de sistemas tiene una serie de ventajas frente a los modelos clásicos que se deben conocer y analizar. Se pueden citar:

- Con los sistemas basados en la lógica borrosa se pueden evaluar mayor cantidad de variables, entre otras, variables lingüísticas, no numéricas, simulando el conocimiento humano, ya que el sistema de funcionamiento es similar al del comportamiento de éste.
- Se relacionan entradas y salidas, sin tener que entender todas las variables, permitiendo que el sistema pueda ser más confiable y estable que uno con un sistema de control convencional.
- Se puede simplificar la asignación de soluciones previas a problemas sin resolver.
- Es posible obtener prototipos, rápidamente, ya que no requiere conocer todas las variables acerca del sistema antes de empezar a trabajar, es decir, que no se necesita conocer el modelo matemático que rige su funcionamiento, siendo su desarrollo más económico que el de sistemas convencionales.
- También se simplifica la adquisición y representación del conocimiento y unas pocas reglas abarcan gran cantidad de información.
- Este tipo de sistemas da muy buenos resultados en procesos no lineales y de difícil modelización.

Desde sus inicios la lógica borrosa ha tenido que enfrentarse con constantes ataques por parte de sus detractores, y su nacimiento no fue todo lo prometedor que hoy cabría esperar viendo el éxito que ha alcanzado. Pese al rechazo que gran parte de la comunidad científica expresaba inicialmente a esta teoría, en muchos casos tan solo por su nombre o por hacer énfasis en el concepto de imprecisión, se fueron creando grupos de investigación sobre esta temática tanto en Europa como en Estados Unidos. La posterior incorporación de los países asiáticos al desarrollo borroso fue fundamental para dar el último impulso a la teoría de Zadeh. La capacidad de las empresas japonesas para aplicar la lógica borrosa a sus productos, unida a la estrecha colaboración de estas empresas con las Universidades japonesas, fomentaron la transferencia de los conocimientos sobre lógica borrosa al campo de la ingeniería y el control. Como el propio Zadeh dijo en una entrevista concedida a La Vanguardia en el año 2004 (Lluís Amiguet. 2004. Las máquinas tienen que hablar en humano. Entrevista a Lofti A. Zadeh, La Vanguardia)... *en Japón antes de discutir teóricamente mi lógica se pusieron a hacerla funcionar en la práctica, y se impuso*. Así, desde los años 80, Japón es el líder indiscutible del mercado de las aplicaciones borrosas y foco de innumerables avances de esta teoría.

1.2. RESISTENCIA A LA LÓGICA BORROSA

El hombre, en la búsqueda de la precisión, intentó ajustar el mundo real a modelos matemáticos rígidos y estáticos, como la lógica clásica binaria. Cuando Aristóteles y sus precursores idearon sus teorías de la lógica y de las matemáticas, propusieron la Ley del Centro Excluido que indica que cada asunto debe ser verdadero o falso; la hierba es verde o no verde; claramente no puede ser verde y no verde.

Lo que se busca, mediante el empleo de la teoría de los conjuntos borrosos es describir y formalizar la realidad, empleando modelos flexibles que interpreten las leyes que rigen el comportamiento humano. Para describir esa realidad incierta, tanto en el orden de lo social como en el de lo natural, es necesario valerse de predicados, que pueden ser nítidos o difusos.

El nuevo punto de vista propuesto por Zadeh choca con siglos de tradición cultural —la lógica binaria de Aristóteles, ser ó no ser—, por lo cual hubo resistencia por parte de los científicos, quienes se negaban a aceptar que se trataba de un intento por estudiar científicamente el campo de la vaguedad, permitiendo manipular conceptos del lenguaje cotidiano, lo cual era imposible anteriormente.

Según comenta Zadeh: *En Occidente la acogida fue menos positiva. En Asia aceptan que el mundo no es blanco o negro, verdad o mentira. En Occidente todo es A ó B*. Por este motivo es en Asia (Japón principalmente) donde más aplicaciones tecnológicas se realizan a partir de la lógica borrosa.

Aunque el concepto de lógica borrosa fue introducido en los EEUU, los científicos e investigadores americanos y europeos dudaron sobre sus principios durante bastantes años. Algunos matemáticos discutieron que la lógica borrosa fuera simplemente una probabilidad disimulada. Esta resistencia, sin embargo, contrastaba con los resultados exitosos de la aplicación tecnológica de la teoría.

En 1974, el británico Mamdani demuestra la aplicabilidad de la lógica borrosa en el campo del control. Desarrolla el primer sistema de control difuso práctico, la regulación de un motor de vapor. Las aplicaciones de la lógica borrosa en el control no pudieron ser implementadas con

anterioridad a estos años debido a la poca capacidad de cómputo de los procesadores de esa época.

Pero la lógica borrosa fue aceptada fácilmente en Japón, China y otros países asiáticos, que han estado desde la década de los 80 construyendo aplicaciones reales y productos que funcionan basados en esta lógica. Por ejemplo en 1986 Yamakawa publicaba el artículo *Fuzzy controller hardware system* y desarrollaba controladores difusos en circuitos integrados. En 1987, se inauguraba en Japón el metro de Sendai, uno de los más espectaculares sistemas de control borroso creados por el hombre. En Japón desde 1988 se viene dando un auge de la lógica borrosa, en especial por los trabajos de Michio Sugeno, que reúnen complejos desarrollos matemáticos con aplicaciones tecnológicas de gran importancia. También se utilizan elementos de la teoría de los conjuntos difusos para describir y resolver problemas de gestión, economía, medicina, biología, ciencias políticas y lingüística. Lo que se busca en estos casos es, en definitiva, describir la realidad a través de metodologías flexibles que interpreten más apropiadamente las leyes del comportamiento individual y social.

1.3. HISTORIA Y APLICACIONES DE LA LÓGICA BORROSA

Como ya se ha mencionado anteriormente, Lotfi A. Zadeh es considerado el padre de la lógica borrosa, aceptándose como fecha de su nacimiento 1965, el año de la publicación de su artículo *Fuzzy Sets* (Zadeh, 1965) en la revista *Information and Control*. Este artículo fue el resultado de una idea sobre la necesidad de crear un nuevo tipo de matemáticas que permitieran expresar el conocimiento humano en términos distintos a las distribuciones de probabilidad. Desde los inicios de la lógica borrosa no sólo se han producido una gran cantidad de trabajos teóricos y aplicados, sino que han visto la luz multitud de proyectos comerciales basados en dicha teoría, originando lo que ha dado en llamarse tecnología *fuzzy*.

Durante la primera década de vida de la lógica borrosa los nacientes grupos de investigación fueron incorporando al campo borroso las estructuras matemáticas típicas: relaciones, funciones, grafos, grupos, autómatas, gramáticas, lenguajes, algoritmos y programas. Así, Bellman y Zadeh trabajaron en sistemas de toma de decisión en entornos borrosos (Bellman y Zadeh, 1970). Goguen investigó sobre metodologías para la caracterización de estructuras matemáticas borrosas (Goguen, 1969). Desde España también hubo algunas aportaciones, como el estudio sobre la borrosificación algebraica y los sistemas topológicos realizados por los investigadores Sols y Meseguer (Meseguer y Sols, 1975).

En 1974, Assilian y Mamdani del Queen Mary College de Londres, establecieron el primer hito en cuanto a aplicación industrial del control borroso. Mediante un sistema basado en reglas lingüísticas consiguieron controlar un generador de vapor que no habían sido capaces de mantener bajo control mediante técnicas convencionales (Mamdani y Assilian, 1975). Posteriormente en 1976, las compañías Blue Circle Cement y SIRA desarrollaron en Dinamarca un controlador para un horno de cemento, el cual incorporaba el conocimiento de operadores experimentales para su funcionamiento (Mamdani, 1993). De esta forma la lógica borrosa comenzó a adentrarse en los ámbitos industriales. En 1977 Mamdani y King publicaron un trabajo en el que describían como emplear la lógica borrosa como método de control para sistemas industriales complejos (King y Mamdani, 1977).

A partir de los años 80 son las empresas japonesas las que comienzan a destacar en la utilización de la lógica borrosa. Así, Fuji Electric desarrolló una planta de tratamiento de aguas que empleaba un sistema de control borroso, lo que les permitió adquirir los conocimientos necesarios

para así desarrollar el primer controlador borroso de propósito general FRUITAX (*Fuzzy Rule Information Processing Tool of Advanced control*), lanzado al mercado en 1985, y que estaba constituido básicamente por un procesador de 16 bits junto con un sistema de inferencia borrosa basado en FORTRAN. Al año siguiente se produjo otro de los hitos más importantes en la historia de la lógica borrosa, nació el primer chip VLSI para la realización de inferencias borrosas desarrollado por Togai y Watanabe (Togai y Watanabe, 1986). Los chips VLSI incrementaron en gran medida las posibilidades de elección de sistemas basados en reglas para aplicaciones de tiempo real.

En 1987, Seiji Yasunobu y sus colaboradores de la empresa Hitachi pusieron a punto el sistema de control del metro de la ciudad de Senday (Yasunobu y Miyamoto, 1985). El enorme éxito que tuvieron estos proyectos provocó en Japón un gran impulso de las aplicaciones basadas en la lógica borrosa, favoreciendo que en 1988 el gobierno japonés pusiese en marcha un estudio minucioso sobre el establecimiento de proyectos de lógica borrosa entre las Universidades y la industria. Fruto de este estudio se implantaron dos programas de investigación a nivel nacional sobre lógica borrosa, uno de ellos liderado por el MITI (*Ministry of International Trade and Industry*), y el otro por la STA (*Science and Technology Agency*).

El éxito de la lógica borrosa no sólo se ha demostrado a niveles industriales (Gebhardt, 1993; Altrock *et al.*, 1994), sino también a nivel del mercado de consumo. En 1987, Matsushita Electric Industrial Co (conocida fuera de Japón como Panasonic) fue la primera empresa en emplear la lógica borrosa a un producto de consumo, concretamente en un sistema de ducha que controlaba la temperatura del agua. Esta misma compañía lanzó en 1990 una lavadora automática basada en lógica borrosa. A partir de entonces, una gran cantidad de compañías japonesas se apresuraron a lanzar productos que utilizaban de una u otra forma la lógica borrosa: hornos, cocinas, refrigeradores, etc.

Actualmente son muchos los aparatos de consumo que incluyen algún tipo de controlador borroso. Por ejemplo, tanto las cámaras fotográficas como las de video suelen emplear un controlador borroso para realizar el enfoque automático o el ajuste del tiempo de exposición (Yongman *et al.*, 1994; Chen *et al.*, 1995). En las cocinas de las casas también está presente la lógica borrosa, ya que muchos electrodomésticos la emplean en sus sistemas de control para ahorrar energía o agua (Hofbauer *et al.*, 1993), mejorando considerablemente su eficiencia.

La industria del automóvil es otro de los sectores donde se ha aplicado la lógica borrosa con mucho éxito (Altrock *et al.*, 1992). Se han aplicado controladores borrosos en sistemas de suspensión activa (Rao y Prahlad, 1997), en sistemas de frenado (Kim *et al.*, 1996) y en el control electrónico de motores (Vachtsevanos *et al.*, 1993). Con la acuciante necesidad de eliminar la dependencia del petróleo, casi todos los fabricantes tienen abiertas líneas de investigación sobre vehículos híbridos. En este campo tan tremendamente complejo también está triunfando la lógica borrosa como un excelente método de control (Schouten *et al.*, 2002).

En España la investigación sobre la lógica borrosa la impulso el profesor Enric Trillas, Catedrático de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial en la Universidad Politécnica de Madrid, quien ha sido galardonado con los tres premios más prestigiosos que se conceden en el ámbito de la lógica borrosa: el Pioneer Award de la *European Society For Fuzzy Logic and Technologies* (EUSFLAT), el *Fellow de la International Fuzzy System Association* (IFSA) y *Fuzzy Systems Pioneer Award* otorgado por la *IEEE Computational Intelligence Society*. Como autor y co-autor de más de doscientos artículos (Alsina y Trillas, 2007) y varios libros (Trillas, 1980; Trillas *et al.*, 1995), el profesor Trillas ha contribuido notablemente a convertir a España en uno de los núcleos de referencia en Europa en la actividad basada en la lógica borrosa. En España existen

muchos grupos de investigación que trabajan con lógica borrosa. En algunos casos la lógica borrosa es el centro y parte fundamental de su investigación, teniendo como objetivo seguir ampliando y mejorando dicha teoría; mientras que en otros casos, la lógica borrosa es empleada como herramienta para la resolución de problemas complejos (Herrera *et al.*, 2000; Cuesta *et al.*, 2003; Carmona *et al.*, 2004; Cordón *et al.* 2004; Andújar y Barragán, 2005)

Pese a los éxitos del control borroso y pese a estar presente en muchos de los productos tecnológicos que nos rodean, resulta curioso como en España, a pesar de ser un país de referencia en el campo de la investigación, existe un gran desconocimiento sobre la lógica borrosa fuera de este ámbito. Quizás sea debido a la connotación negativa que ha tenido el término borroso por desconocido, o a la inercia mantenida desde los conflictos iniciales de la teoría tanto en Europa como en Estados Unidos. El caso es que hasta hace relativamente poco tiempo las empresas no han empezado a publicitar la utilización de la lógica borrosa en sus productos, aunque, eso sí, utilizando la expresión inglesa *fuzzy logic*.

Actualmente la lógica borrosa está siendo muy utilizada para el control de aplicaciones y la modelación de problemas muy diversos. Se pueden destacar trabajos para la regulación del nivel del pH en la industria alimentaria (Chung *et al.*, 2010), para el control de sistemas de recirculación de agua en plantas de acuicultura (Gutiérrez-Estrada *et al.*, 2005; Soto-Zarazúa *et al.*, 2011) para el manejo de tanques reactores en procesos industriales (Salehi y Shahrokhi, 2009; Mei *et al.*, 2009; Banu y Uma, 2011), para el control automático de estaciones depuradoras de aguas residuales (Alferes e Irizar, 2010) para el diseño y la gestión óptima de redes hidráulicas a presión (Pulido-Calvo y Gutiérrez-Estrada, 2009; Ghatee y Hashemi, 2009), entre otras.

1.4. OBJETIVOS

Con este proyecto se pretende desarrollar un modelo de control para la regulación de la temperatura del agua en piscinas climatizadas, considerando como parámetros los caudales de agua procedentes de dos fuentes de suministro, un grifo para el agua fría y otro para el agua caliente.

Para la consecución de este objetivo global, se han planteado los siguientes objetivos específicos:

- a) Estudio, análisis y desarrollo de un modelo de control de lógica borrosa considerando como variables de estado o de entrada del sistema los caudales de agua fría y de agua caliente procedentes de las dos fuentes de suministro y como variables de control o de salida del sistema la temperatura del agua de la piscina climatizada.
- b) Simulación de diversos escenarios posibles de control para evaluar las distintas alternativas de manejo.

2. MATERIAL Y MÉTODOS

2.1. SISTEMAS DE CONTROL BORROSO

2.1.1. CONJUNTOS BORROSOS

2.1.2. FUNCIONES DE INCLUSIÓN DE CONJUNTOS BORROSOS

2.1.3. PARTICIONES BORROSAS

2.1.4. INFERENCIA BORROSA

2.1.5. REGLAS BORROSAS

2.1.6. FUZZIFICACIÓN

2.1.7. DESFUZZIFICACIÓN

2.2. DISEÑO ESPECÍFICO DE UN CONTROLADOR BORROSO PARA LA REGULACIÓN DE LA TEMPERATURA DEL AGUA DE PISCINAS CLIMATIZAD

2. MATERIAL Y MÉTODOS

2.1. SISTEMAS DE CONTROL BORROSO

Los sistemas expertos de control borroso basados en reglas, conocidos como controladores borrosos o FLC, o también como sistemas de inferencia borrosa o FIS, son sin duda la aplicación más extendida de la lógica borrosa. Como se muestra en la *Figura 2.1* para controlar un proceso o sistema se hace uso de un módulo controlador, que recibe como entradas una o varias variables de control, llamadas generalmente referencias \bar{R} , y una o varias variables de salida del propio proceso \bar{S} , produciendo como salida una o varias variables, que se conocen como actuadores \bar{A} . La estructura típica de un controlador basado en un sistema borroso puede verse en la *Figura 2.2*. Un primer bloque realiza un pre-procesado de las variables de entrada, que proporciona el vector de entradas al controlador borroso o FLC. El controlador borroso aplica la entrada que recibe a la base de reglas para obtener la salida.

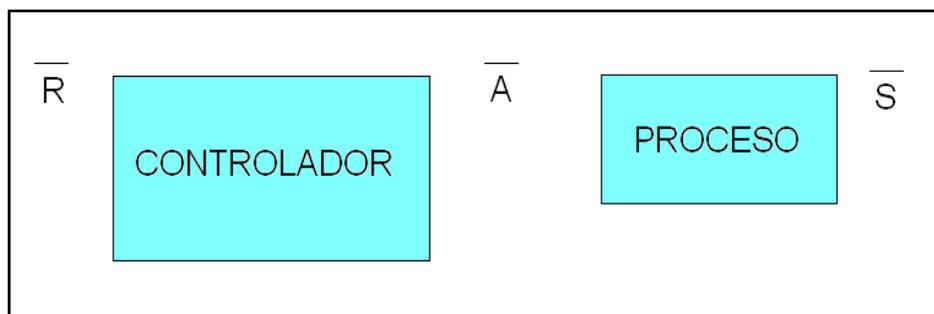


Figura 2.1. Control directo de un proceso o sistema.

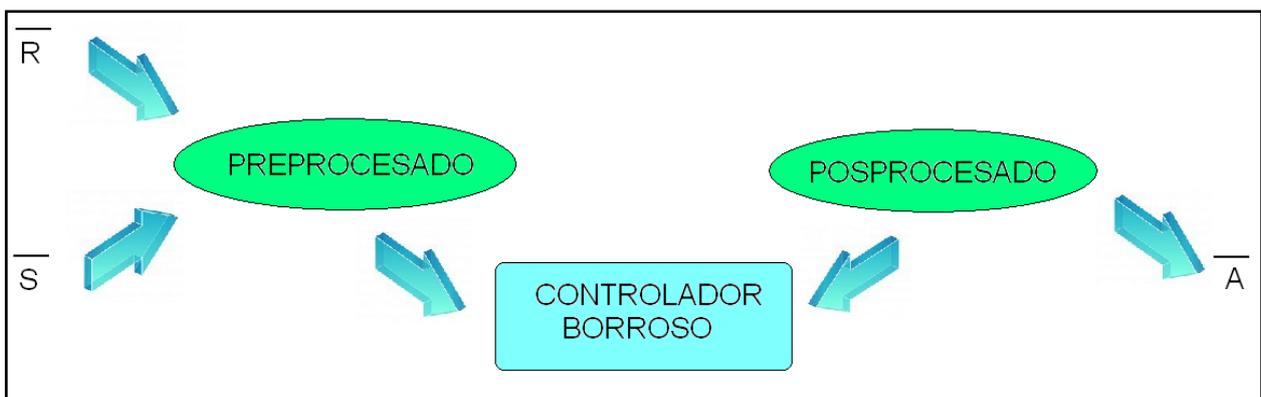


Figura 2.2. Estructura de un controlador.

La estructura interna de un controlador borroso o FLC se muestra en la *Figura 2.3*. Un primer elemento, llamado borrosificador, realiza la conversión de valores discretos a términos borrosos. Su salida es utilizada por el dispositivo de inferencia borrosa para aplicarla a cada una de las reglas de las bases de reglas, siguiendo el método de inferencia seleccionado. La salida de este bloque puede ser M conjuntos borrosos B^l , con $l=1,2,\dots,M$, o bien un único conjunto borroso B^l , que es la unión de los M conjuntos borrosos, o bien M escalares.

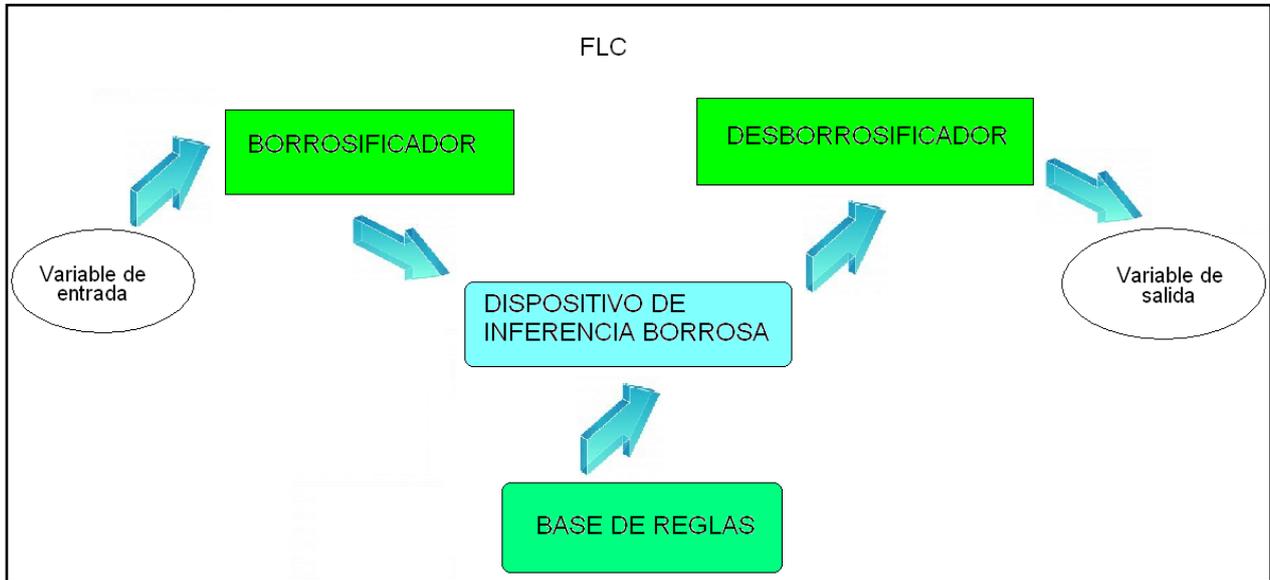


Figura 2.3. Estructura de un controlador borroso o FLC.

De forma global, los sistemas de control de cualquier proceso se representan por bloques (*Figura 2.4*). Cada bloque representa una ecuación matemática, que a su vez representa un modelo matemático de la etapa correspondiente.

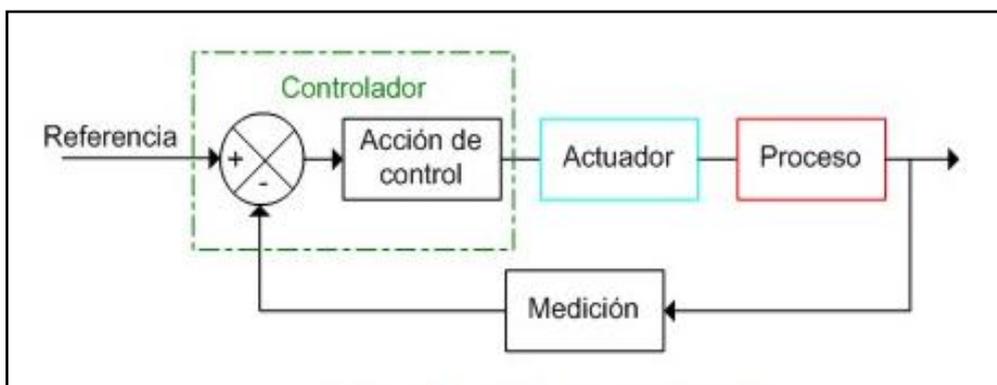


Figura 2.4. Estructura esquemática de un sistema de control.

La lógica borrosa es una metodología que proporciona una manera simple de obtener una conclusión a partir de información de entrada vaga, ambigua, imprecisa o incompleta. En general la lógica borrosa imita como una persona toma decisiones basada en información con las características mencionadas. Una de las ventajas de la lógica borrosa es la posibilidad de implementar sistemas basados en ella tanto en *hardware* como en *software* o en combinación de ambos.

La lógica borrosa es una técnica de la inteligencia computacional que permite trabajar con información con alto grado de imprecisión, en esto se diferencia de la lógica convencional que trabaja con información bien definida y precisa. Es una lógica no binaria que permite valores intermedios para poder definir evaluaciones entre sí/no, verdadero/falso, negro/blanco, caliente/frío, etc.

2.1.1. CONJUNTOS BORROSOS

En los conjuntos clásicos algo está incluido completamente en él o no lo está en absoluto. Esta situación puede describirse asignando un 1 a todos los elementos incluidos en el conjunto y un 0 a los no incluidos. A la función que asigna estos valores se le denomina función de inclusión o pertenencia. Los conjuntos borrosos permiten describir el grado de pertenencia o inclusión de un objeto (o el valor de una variable) al concepto dado por la etiqueta que le da nombre, asignando un valor real entre 0 y 1.

Sea U un conjunto de objetos, por ejemplo $U = R^n$ que se denominará universo de discurso. En términos matemáticos (Wang, 1994), un conjunto borroso F en U queda caracterizado por una función de inclusión μ_F que toma valores en el rango $[0,1]$, es decir, $\mu_F: U \rightarrow [0,1]$; donde $\mu_F(u)$ representa el grado en el que $u \in U$ y pertenece al conjunto borroso F . Ello representa la generalización del concepto clásico de conjunto, en el que la función de pertenencia toma solamente los valores 0 o 1; por el contrario, para uno borroso, la función puede tomar también valores intermedios.

Dado un cierto conjunto borroso F , se definen los siguientes términos. El conjunto soportado es el conjunto (clásico) de todos los valores de U para los que $\mu_F > 0$. Los puntos de cruce son aquellos valores para los que $\mu_F(u) = 0.5$. Se dice que un conjunto borroso es de tipo *singleton* si su conjunto soportado es de un sólo valor (*Figura 2.5*).

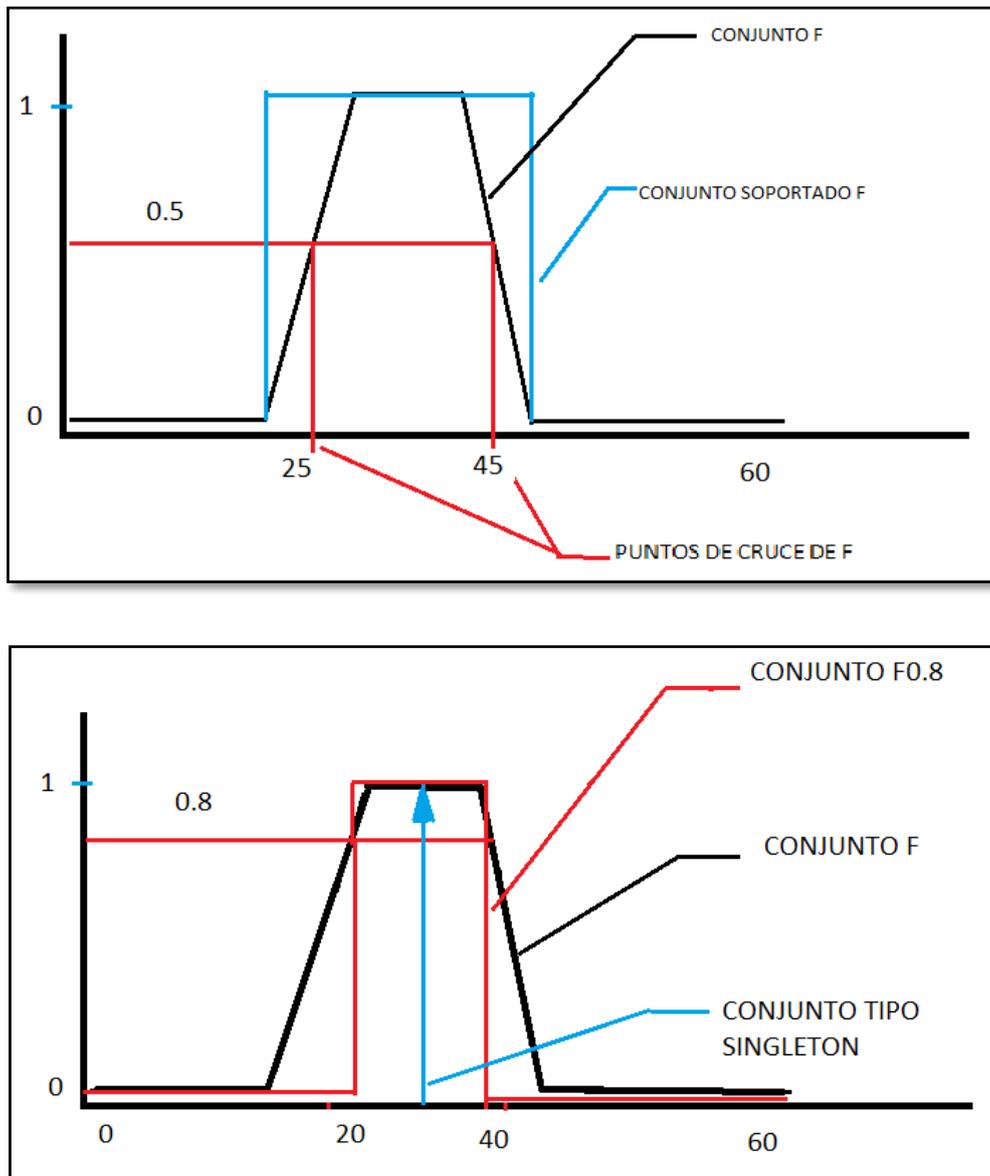


Figura 2.5. Términos relativos a los conjuntos borrosos.

2.1.2. FUNCIONES DE INCLUSIÓN DE CONJUNTOS BORROSOS

La función de inclusión o pertenencia de un conjunto borroso consiste en un conjunto de pares ordenados $F = \{(u, \mu_F(u)) / u \in U\}$ si la variable es discreta, o una función continua si no lo es. El valor de μ_F indica en grado en que el valor u de la variable U está incluida en el concepto representado por la etiqueta F . Para la definición de estas funciones de pertenencia se utilizan convencionalmente ciertas familias de formas estándar. Las más frecuentes son la función de tipo trapezoidal, *singleton*, T (triangular), S y π (Figura 2.6).

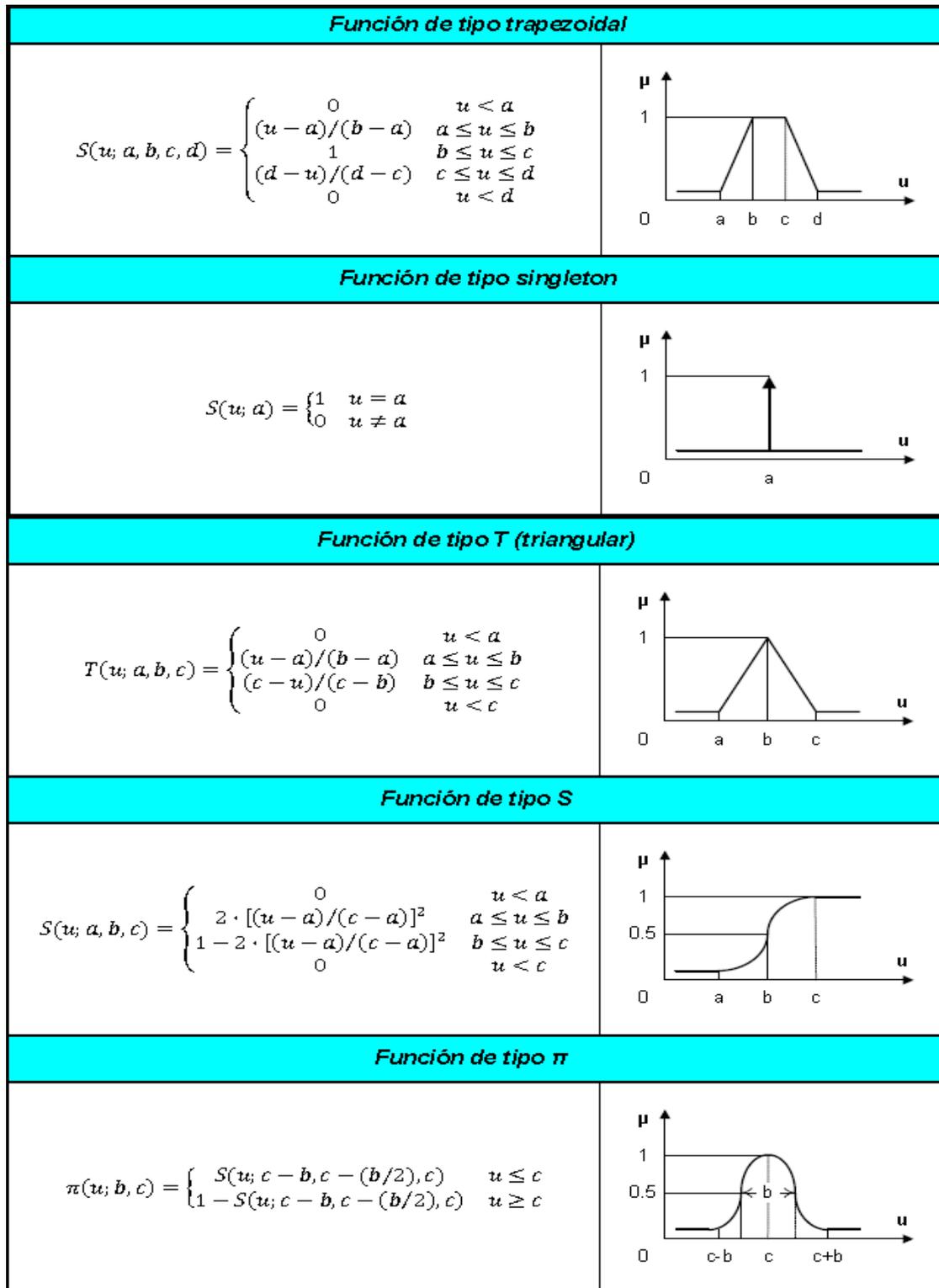


Figura 2.6. Funciones de pertenencia más frecuentes (Martín-del-Brío y Sanz-Molina, 2001)

2.1.3. PARTICIONES BORROSAS

Dada una variable definida en un rango concreto, es posible establecer en ella diversas particiones. En nuestro caso las variables serán el caudal de agua fría y el caudal de agua caliente que sirven de abastecimiento a la piscina y como salida la temperatura del agua que se obtendrá en la piscina. Se conoce por partición a un conjunto de los conjuntos borrosos que se han definido para la variable A . Una partición de A es uno de los subconjuntos que pueden formarse con los elementos de $T(A)$.

Se dice que una partición es completa si para todos los valores de U existe en la partición un conjunto con pertenencia no nula (es decir, los conjuntos definidos cubren todo U); así el grado en el que una partición es completa se define como el porcentaje de los elementos de U para los que existe en la partición un conjunto con pertenencia no nula frente al total de elementos de U . Se dice que dos conjuntos borrosos están solapados si su intersección es no nula. De este modo, el solapamiento de un conjunto borroso es la relación del número de elementos que comparte con otros conjuntos de la misma partición, respecto del número total de elementos que lo forman.

Para la realización de controladores basados en lógica borrosa se han de definir particiones de las variables del controlador. Normalmente se recomienda que estas particiones sean completas, con un solapamiento del 20% al 50%, y un número impar. Normalmente se emplean particiones de 3 a 7 conjuntos, pues la complejidad no es excesiva y permiten una precisión suficiente en la descripción de los valores de la variable. Además se recomienda definir conjuntos de tipo T(triangules) en torno a puntos singulares, como el cero. Los nombres de los conjuntos borrosos que forman una partición se suelen expresar en forma abreviada por sus iniciales. En nuestro caso la variable "temperatura del agua" se asocia a conjuntos de tipo triangular con cinco particiones: Muy Baja (MB), Baja (B), Normal (N), Alta (A), Muy Alta (MA). En el caso de los caudales de entrada de agua fría y caliente también se asocian a cinco particiones: Muy Baja (MB), Baja (B), Normal (N), Alta (A), Muy Alta (MA).

2.1.4. REGLAS BORROSAS

Las reglas borrosas combinan uno o más conjuntos borrosos de entrada, llamados antecedentes o premisas, a los cuales se les asocia un conjunto borroso de salida, llamado consecuente o consecuencia. Los conjuntos borrosos de entrada se relacionan a través de expresiones lógicas como y , o , etc. Estas reglas permiten expresar el conocimiento del que se dispone acerca de la relación existente entre entradas y salidas. Para expresar este conocimiento de forma completa se necesitan, generalmente, varias reglas que en su conjunto forman lo que se conoce como base de reglas.

Las bases de reglas se pueden representar bien como una tabla o como una memoria asociativa borrosa (MAB). Las $MABs$ son matrices que representan la consecuencia de cada regla definida para cada combinación de dos entradas y permiten realizar una clara representación gráfica de las relaciones existentes entre dos variables lingüísticas de entrada y la variable lingüística de salida. Para ello, requieren que se indiquen explícitamente todas las reglas que se pueden formar

con estas dos variables de entrada.

Formalmente, una base de reglas borrosas es un conjunto de reglas $R^{(l)}$ de la forma:

$$R^{(l)}: \text{si } x_1 \text{ es } F_1^l \text{ y } \dots \text{ y } x_n \text{ es } F_n^l, \text{ entonces } y \text{ es } G^l \quad (2.1)$$

Donde F_1^l, F_n^l y G^l son conjuntos borrosos y $x = (x_1, \dots, x_n)$ e y son variables lingüísticas. En la *Figura 2.7* se muestra la memoria asociativa borrosa inicial utilizada en este trabajo. A modo de ejemplo, las dos siguientes reglas pueden extraerse de la *MAB*:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es A y “caudal de agua fría” es MB entonces “Temperatura del agua de la piscina” es MA.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura del agua de la piscina” es B.

La regla R1 expresa que si el caudal de agua caliente es alto y el de agua fría es muy bajo, entonces la temperatura de la piscina es muy alta. La regla R2, por su parte, indica que si el caudal de agua caliente es bajo y el de agua fría es normal entonces la temperatura de la piscina es baja.

		Q agua fría				
		MB	B	N	A	MA
Q agua caliente	MB	N	A	B	MB	MB
	B	N	N	B	B	MB
	N	A	N	N	B	B
	A	MA	A	A	N	N
	MA	MA	MA	A	N	N

Figura 2.7. Memoria asociativa borrosa inicial para la “Temperatura del agua de la piscina”. A cada combinación de las variables de entrada “Caudal agua caliente” (Q agua caliente) y “Caudal de agua fría” (Q agua fría) se le asocia una consecuencia.

2.1.5. INFERENCIA BORROSA

Se denomina dispositivo de inferencia borrosa a aquellos sistemas que interpreten las reglas del tipo “si – entonces” con el fin de obtener los valores de salida a partir de los actuales valores de las variables lingüísticas de entrada al sistema. En este trabajo se ha considerado una implicación borrosa por la regla del mínimo, mediante la cual la ecuación (2.1) puede expresarse como:

$$\mu_{F \rightarrow G}(x, y) = \min[\mu_F(x), \mu_G(y)] \quad (2.2)$$

Donde el término $\mu_F(x)$ quedará definido como el mínimo de las funciones de inclusión o pertenencia para cada término:

$$\mu_F(x) = \mu_{F_1 \dots F_n}^l(x) = \min \{ \mu_{F_1}^l(x), \dots, \mu_{F_n}^l(x) \} \tag{2.3}$$

2.1.6. BORROSIFICADOR (FUZZIFIER)

El borrosificador establece una relación entre puntos de entrada no borrosos al sistema $x = (x_1, \dots, x_n)^T$, y sus correspondientes conjuntos borrosos A en U (las variables procedentes del exterior serán, en general, valores no borrosos, y habrá que borrosificarlas previamente). Se pueden utilizar diversas estrategias de borrosificación:

- a) Borrosificador *singleton*. Es el método más utilizado, principalmente en sistemas de control, y consiste en considerar los propios valores discretos como conjuntos borrosos. De otra forma para cada valor de entrada x se define como un conjunto A' que lo soporta, con una función de pertenencia $\mu_{A'}(x')$, de modo que $\mu_{A'}(x) = 1$, ($x' = x$), y $\mu_{A'}(x') = 0$, para todos los otros $x' \in U$ en los que $x' \neq x$.
- b) Borrosificador no *singleton*. En este método de borrosificación se utiliza una función exponencial del tipo siguiente:

$$\mu_{A'}(x') = a \exp \left[- \left(\frac{x' - x}{\sigma} \right)^2 \right] \tag{2.4}$$

Tratándose de una función de campana, centrada en el valor x de entrada, de anchura σ y amplitud a .

2.1.7. DESBORROSIFICADOR (DEFUZZIFIER)

El desborrosificador es la función que transforma un conjunto borroso en V , normalmente salida de un dispositivo de inferencia borrosa, en un valor no borroso y perteneciente a V . Para esta tarea se utilizan diversos métodos:

- a) Desborrosificador por máximo, definido como:

$$y = \underset{y \in v}{arg \ sup} (\mu_{B'}(y)) \tag{2.5}$$

Es decir, y es el punto de V en que $\mu_{B'}(y)$ alcanza su valor máximo, donde $\mu_{B'}(y)$ está

definido según la ecuación.

$$\mu_{B'}(y) = \mu_{B^1}(y) + \dots + \mu_{B^M}(y) \quad (2.6)$$

b) Desborrosificador por media de centros, definido como:

$$y = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l (\mu_{B'}(\bar{y}^l))}{\sum_{l=1}^M (\mu_{B'}(\bar{y}^l))} \quad (2.7)$$

Donde representa el centro del conjunto borroso G^l y $\mu_{B'}(y)$ está definido según la ecuación:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} \left[\mu_{F_1^l x \dots F_n^l \rightarrow G^l}(x, y) \cdot \mu_{A'}(x) \right] \quad (2.8)$$

c) Desborrosificador por centro de área, definido como:

$$y = \frac{\sum_{l=1}^M M^l(\mu_{B'}(\bar{y}^l))}{\sum_{l=1}^M A^l(\mu_{B'}(\bar{y}^l))} = \frac{\sum_{l=1}^M \int_V \mu_{B'}(\bar{y}^l)^2}{\sum_{l=1}^M \int_V \mu_{B'}(\bar{y}^l) dy} \quad (2.9)$$

Donde M es el momento (en torno al eje y del universo de discurso de la salida V) de la función de inclusión del conjunto borroso G' . A es el área, y $\mu_B(y)$ está definida según la ecuación (2.5).

2.2. DISEÑO ESPECÍFICO DE UN CONTROLADOR BORROSO PARA LA REGULACIÓN DE LA TEMPERATURA DEL AGUA DE PISCINAS CLIMATIZADAS

Expuestos en el apartado anterior los conceptos básicos relacionados con la lógica borrosa, en este punto se aborda el estudio específico del sistema de control borroso que se ha planteado en este trabajo.

El propósito de este sistema borroso consiste en mantener el flujo de la temperatura del agua en unas condiciones aceptables para la piscina climatizada con dos controles, un grifo para el agua fría y otro para el agua caliente.

Se consideran como simplificaciones:

- a) El agua fría y el agua caliente se mezclan perfectamente en un punto.
- b) No hay transferencia de calor desde el punto en el que el agua fría y el agua caliente se

encuentran.

- c) El flujo total de agua que llega a la piscina se corresponde a la suma de los dos caudales de origen (agua fría y caliente) y su temperatura total es una media ponderada de ambas.
- d) Cualquier cambio producido por causas externas a la presión o temperatura del agua fría y/o caliente, debe manejarlo adecuadamente el controlador borroso para que:
 - Nunca se alcance una temperatura del agua de la piscina mayor de 50°C.
 - El flujo de agua de los grifos de agua caliente y fría no supere los 30 l/min.

Por tanto, teniendo como entradas el flujo de agua fría (Q agua fría) y el flujo de agua caliente (Q agua caliente), el controlador borroso (FLC) regulará la temperatura del agua en la piscina climatizada (T^a agua piscina) (Figura 2.8.). Con lo cual, en este caso, el vector de entradas al controlador borroso es $x = (Q$ agua fría, Q agua caliente) y la salida $y = T^a$ agua piscina.

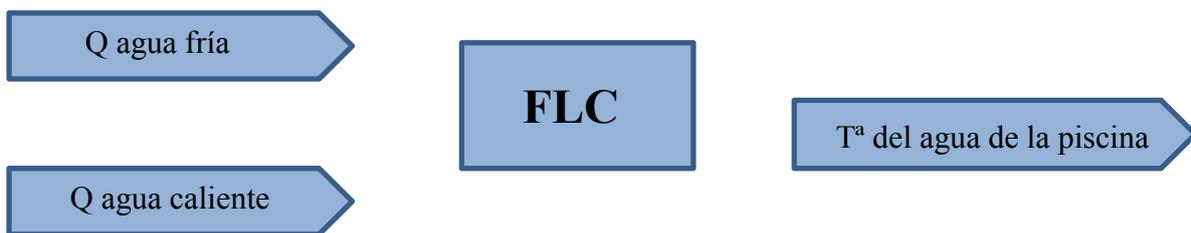


Figura 2.8. Esquema del proceso de regulación de la temperatura del agua de la piscina.

Otro aspecto fundamental en el diseño del controlador consiste en definir las particiones correspondientes a las variables lingüísticas de entrada y de salida. Se seleccionan particiones de cinco elementos con una función de tipo triangular centrada al punto central, como se puede apreciar en la Figura 2.9. Se utilizan las abreviaturas {MB, B, N, A y MA} para denotar {Muy bajo, Bajo, Normal, Alto y Muy Alto}.

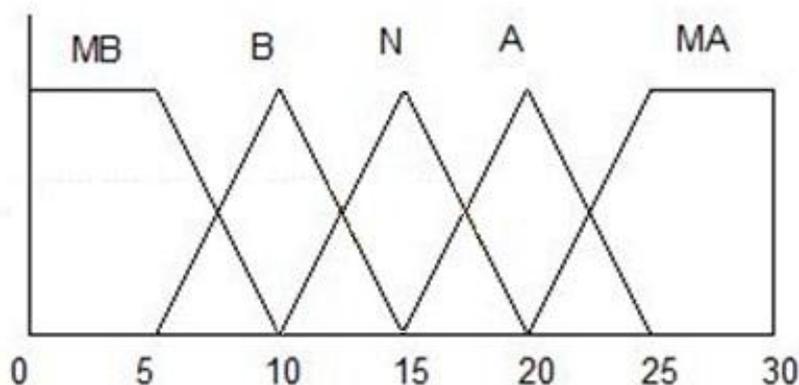


Figura 2.9. Funciones de pertenencia tipo triangular utilizadas para las variables de entrada Q agua fría y Q agua caliente.

También se deben seleccionar el tipo de reglas a utilizar en el controlador; en principio se puede elegir entre las de tipo Mamdani o las de tipo Sugeno. Pero como en este caso se dispone de un conocimiento intuitivo de las acciones del controlador a realizar sobre el sistema se eligen las reglas tipo Mamdani, ya que permiten expresar el conocimiento previo disponible sobre el sistema, expresando así el obtenido durante el proceso de optimización.

Una vez elegido el tipo de regla se debe definir cuáles serán estas, las cuales asociarán a cada una de las de las posibles combinaciones de las entradas un valor de salida. Como se ha descrito en el punto 2.1.4, es posible describir esta base de reglas con el uso de una memoria asociativa borrosa como las de las Figuras 2.7. y 2.10. Las reglas pueden presentarse también en el formato de la ecuación (2.1). A modo de ejemplo, las dos reglas siguientes pueden expresarse de la siguiente forma:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es A y “caudal de agua fría” es MB entonces “Temperatura de la piscina” es MA.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura de la piscina” es B.

Desarrollada la base de reglas borrosas, se han de seleccionar después los métodos de borrosificación, de inferencia y de desborrosificación. Para esta selección se han de considerar fundamentalmente los aspectos relativos a la eficiencia computacional y a la facilidad de adaptación expuestos en el punto 2.1.7. Así, en el caso frecuente de realizar un sistema simple basado en un microcontrolador de 8 bits y sin funciones de aprendizaje, la opción más adecuada será la del sistema descrito en la ecuación (2.10), es decir, un sistema de lógica borrosa con desborrosificador por media de centros (2.7), implicación borrosa por la regla del mínimo (2.2) y (2.3), y desborrosificador tipo *singleton*.

$$f(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left[\min(\mu_{F_1^l}(x_1), \dots, \mu_{F_n^l}(x_1)) \right]}{\sum_{l=1}^M \left[\min(\mu_{F_1^l}(x_1), \dots, \mu_{F_n^l}(x_1)) \right]} \quad (2.10)$$

		Q agua fría					
		MB	B	N	A	MA	
Q agua caliente	MB	N	A	B	MB	MB	
	B	N	N	B	B	MB	
	N	A	N	N	B	B	
	A	MA	A	A	N	N	
	MA	MA	MA	A	N	N	

Figura 2.10. Memoria asociativa borrosa(A).

Se pueden plantear memorias asociativas diferentes a la indicada en la *Figura 2.10* y conjugar las distintas reglas, de tal manera que se obtendrán unos valores de temperatura del agua de la piscina diferentes. Así se analizan las memorias asociativas borrosas mostradas en las *Figuras 2.11* y *2.12*.

		Q agua fría					
		MB	B	N	A	MA	
Q agua caliente	MB	N	B	B	B	N	
	B	B	B	B	N	N	
	N	B	B	N	N	A	
	A	N	N	A	A	MA	
	MA	N	A	A	MA	MA	

Figura 2.11. Memoria asociativa borrosa (B).

		Q agua fría				
		MB	B	N	A	MA
Q agua caliente	MB	N	B	B	MB	MB
	B	A	N	B	B	MB
	N	A	A	N	B	B
	A	MA	A	A	N	B
	MA	MA	MA	A	A	N

Figura 2.12 Memoria asociativa borrosa (C).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA BORROSA A

3.2. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA BORROSA B

3.3. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTOS UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA BORROSA C

3.4. COMPARACIÓN DE LAS MEMORIAS ASOCIATIVAS BORROSAS PLANTEADAS

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos se derivan del sistema de control borroso propuesto que tiene como finalidad mantener controlada la temperatura del agua de la piscina climatizada, considerando:

- Las variables de caudal de agua fría y caliente de los conjuntos borrosos de entrada oscila entre 0 y 30 l/min.
- La variable temperatura del agua de la piscina de los conjuntos borrosos de salida oscila entre 0 y 50 °C.

A continuación se exponen los resultados obtenidos utilizando las distintas memorias asociativas borrosas A, B y C indicadas en el apartado 2.2. Éstas son distintas ya que han sido realizadas por diferentes grupos de personas y cada una de ellas tiene un conjunto diferente de reglas.

3.1. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA BORROSA A

En la figura 3.1 se muestra la memoria asociativa borrosa utilizada para los casos de manejo y regulación planteados en este apartado:

		Q agua fría					
		MB	B	N	A	MA	
Q agua caliente	MB	N	A	B	MB	MB	
	B	N	N	B	B	MB	
	N	A	N	N	B	B	
	A	MA	A	A	N	N	
	MA	MA	MA	A	N	N	

Figura 3.1. Memoria asociativa borrosa(A).

Caso 1

Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura del aguade la piscina” es B.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es N y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (13; 14) l/min. La premisa de cada regla se calcula como muestra la *Figura 3.2*, utilizando la ecuación (2.3) como implicación borrosa por la regla del mínimo:

$$R1: \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.2, 0.6\} = 0.2$$

$$R2: \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.6, 0.8\} = 0.6$$

(2.11)

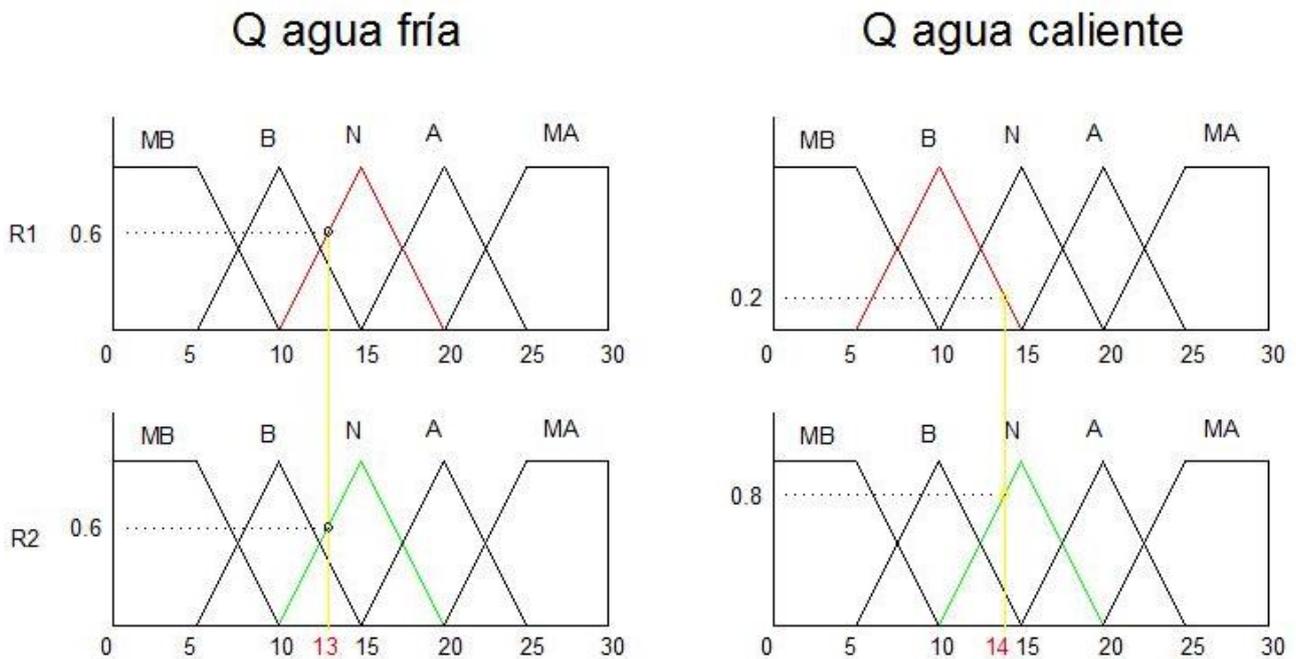


Figura 3.2. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

De este modo, el truncado de los conjuntos borrosos de salida a los valores obtenidos de la premisa se muestran en la *Figura 3.3*.

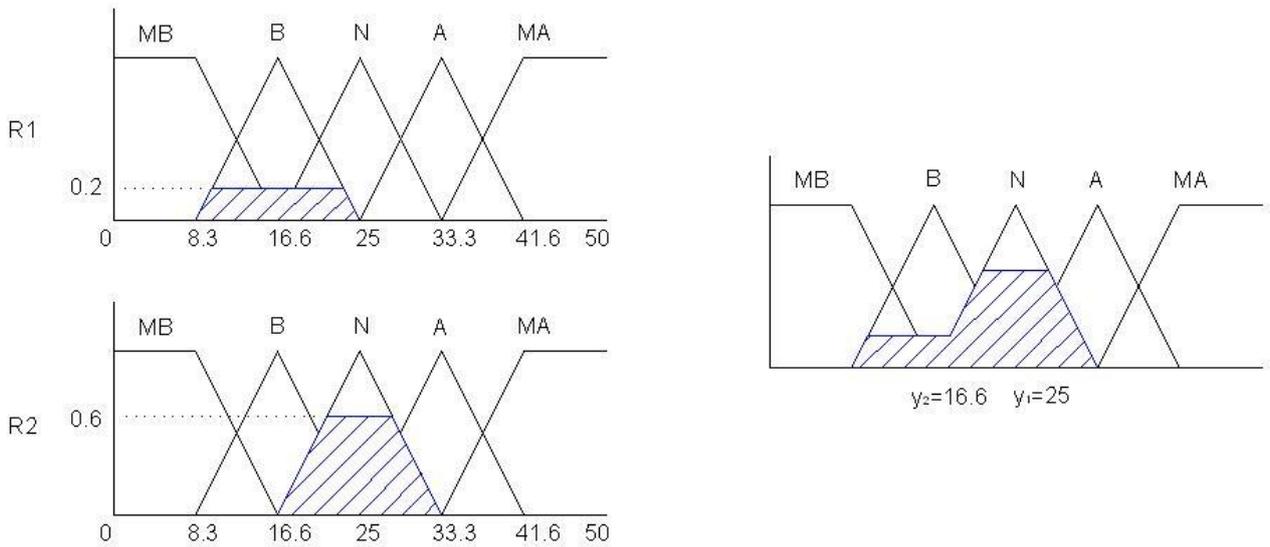


Figura 3.3. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (T^a agua piscina) por media de centros.

En la Figura 3.3 pueden verse los conjuntos de salida correspondientes a las reglas R1 y R2, $\mu_{B^1}(y)$ y $\mu_{B^2}(y)$ (B y N respectivamente). Se puede ver también la salida global del dispositivo de inferencia borrosa, el conjunto borroso $\mu_{B'}(y)$ obtenido al aplicar $\mu_{B'}(y) = \mu_{B^1}(y) + \dots + \mu_{B^M}(y)$ que es la unión de los conjuntos borrosos de cada regla.

Por último, queda por calcular el valor final de la salida siguiendo el procedimiento de la

media de centros $f(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left[\min(\mu_{F_1^l}(x_1), \dots, \mu_{F_n^l}(x_n)) \right]}{\sum_{l=1}^M \left[\min(\mu_{F_1^l}(x_1), \dots, \mu_{F_n^l}(x_n)) \right]}$ (siendo \bar{y}^l el centro del conjunto de salida G^l).

$$f(x) = \frac{0.2 \cdot 16.6 + 0.6 \cdot 25}{0.6 + 0.2} = 22.9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 2



Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es B entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es N y “caudal de agua fría” es B entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (13; 14) l/min. Las premisas de cada regla serán (Figura 3.4.) utilizando la ecuación (2.3) como implicación borrosa por la regla del mínimo:

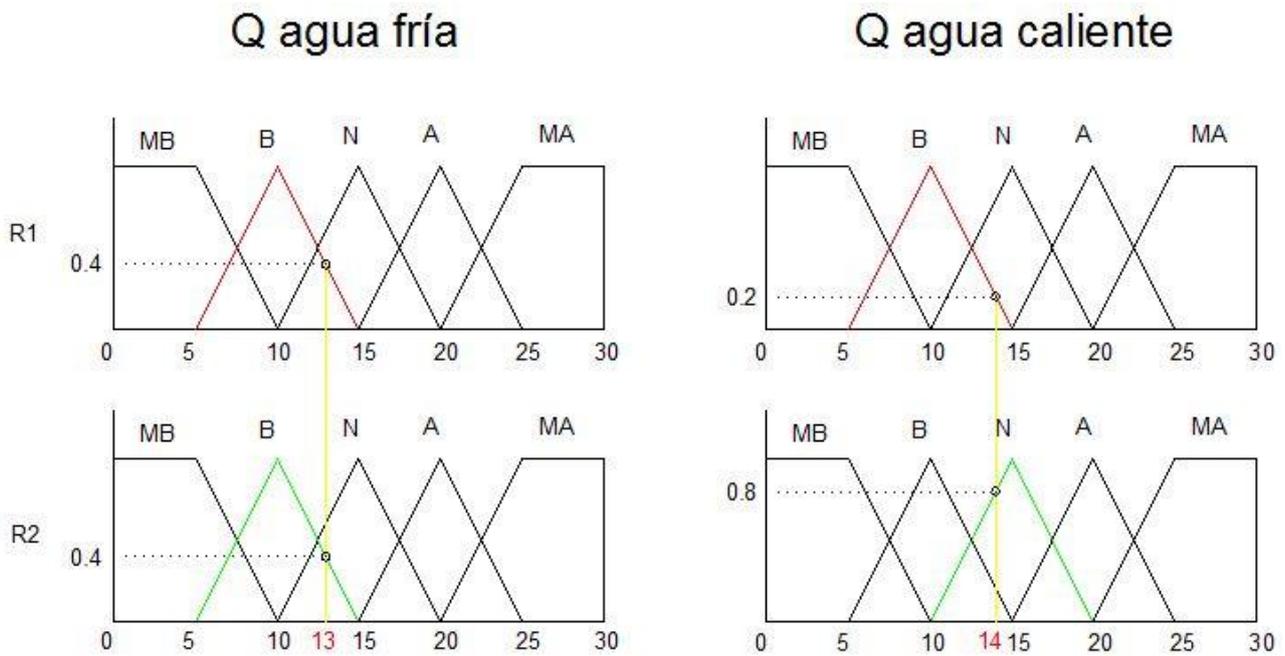


Figura 3.4. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.2, 0.4\} = 0.2$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.4, 0.8\} = 0.4$$

Siguiendo la misma metodología del caso 1, con estos valores mínimos de las reglas se truncan los conjuntos borrosos de salida, tal y como se muestra en la Figura 3.5.

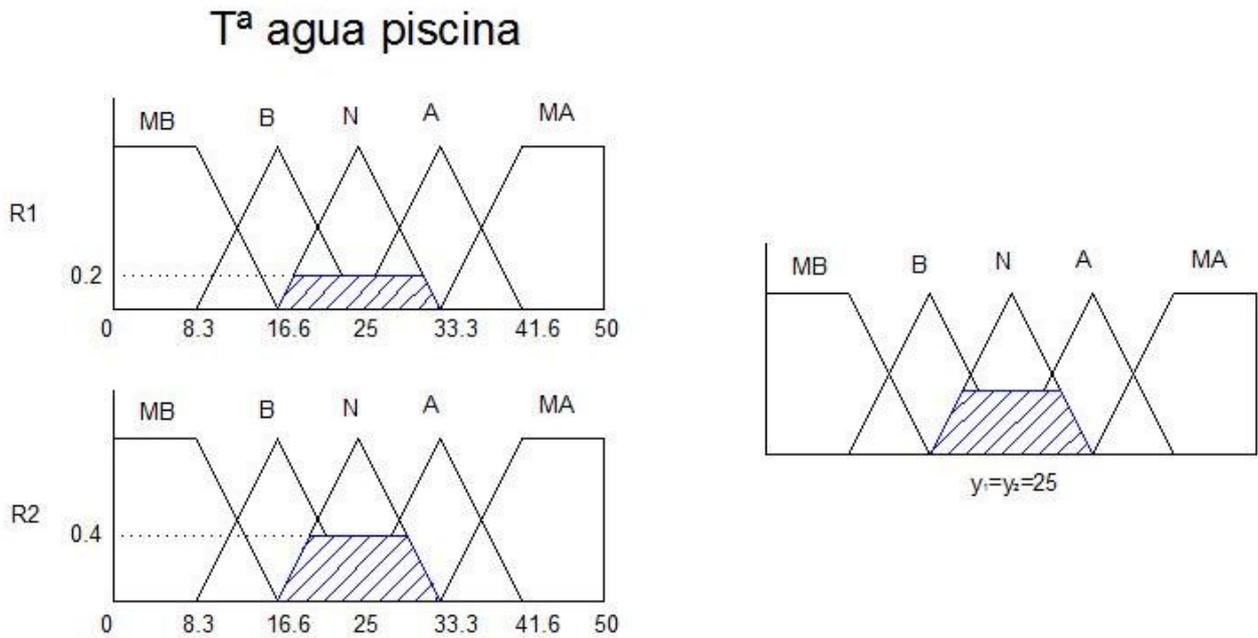


Figura 3.5. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (*T^a agua piscina*) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.2 \cdot 25 + 0.4 \cdot 25}{0.2 + 0.4} = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 3

Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es A y “caudal de agua fría” es MB entonces “Temperatura del agua de la piscina” es MA.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es MA y “caudal de agua fría” es MB entonces “Temperatura del agua de la piscina” es MA.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (9; 21) l/min. Las premisas de cada regla serán (Figura 3.6.) utilizando la ecuación (2.3) como implicación borrosa por la regla del mínimo:

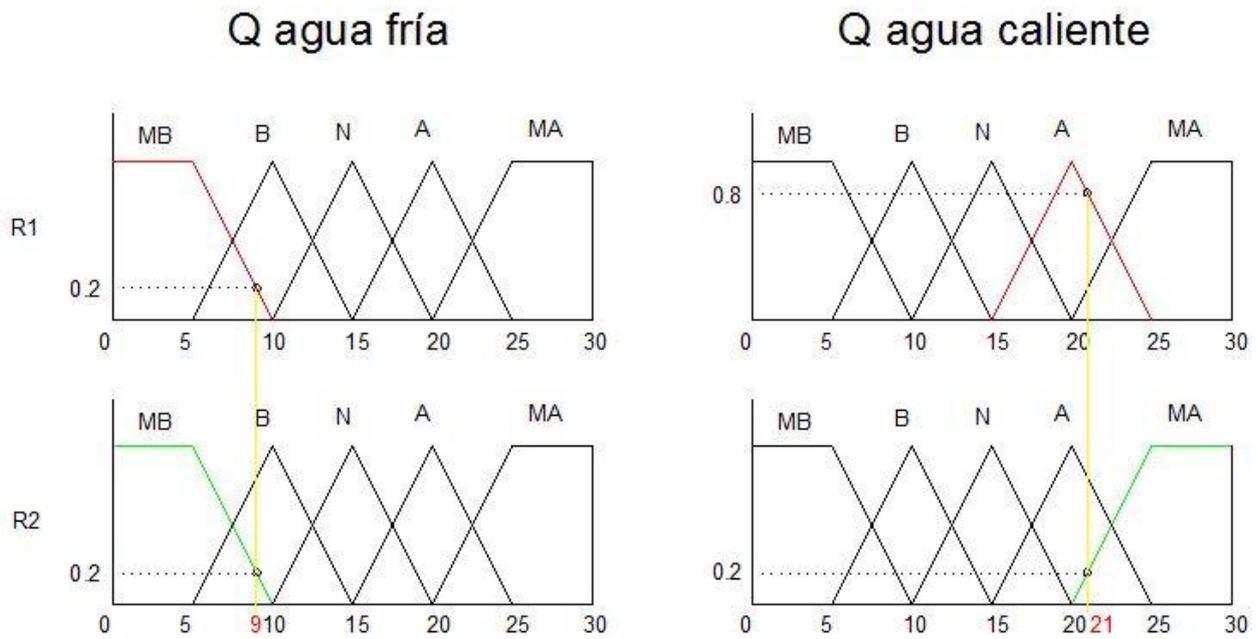


Figura 3.6. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.2, 0.8\} = 0.2$$

$$R2: \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.2, 0.2\} = 0.2$$

Siguiendo con la metodología, hallamos los conjuntos borrosos de salida, tal y como se indica en la Figura 3.5.

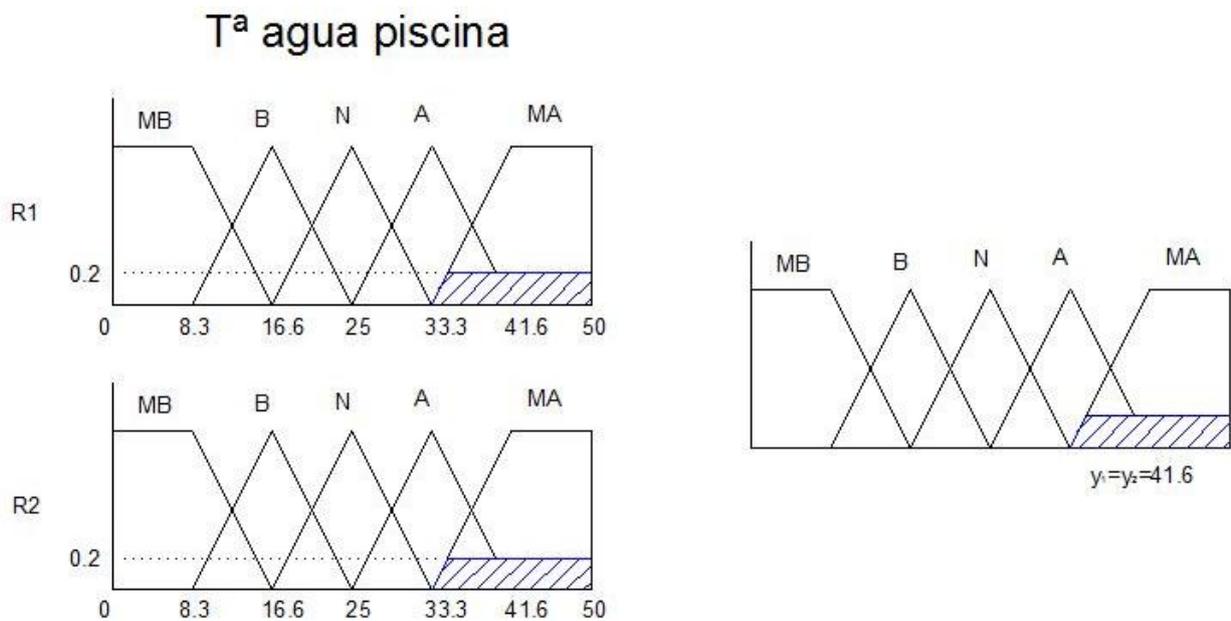


Figura 3.7. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (T^a agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.2 \cdot 41.6 + 0.2 \cdot 41.6}{0.2 + 0.2} = 41.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 4



Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es MB y “caudal de agua fría” es A entonces “Temperatura del agua de la piscina” es MA.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es MB y “caudal de agua fría” es MA entonces “Temperatura del agua de la piscina” es MA.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (21; 7) l/min. Las premisas de cada regla serán (Figura 3.8.) utilizando la ecuación (2.3) como implicación borrosa por la regla del mínimo:

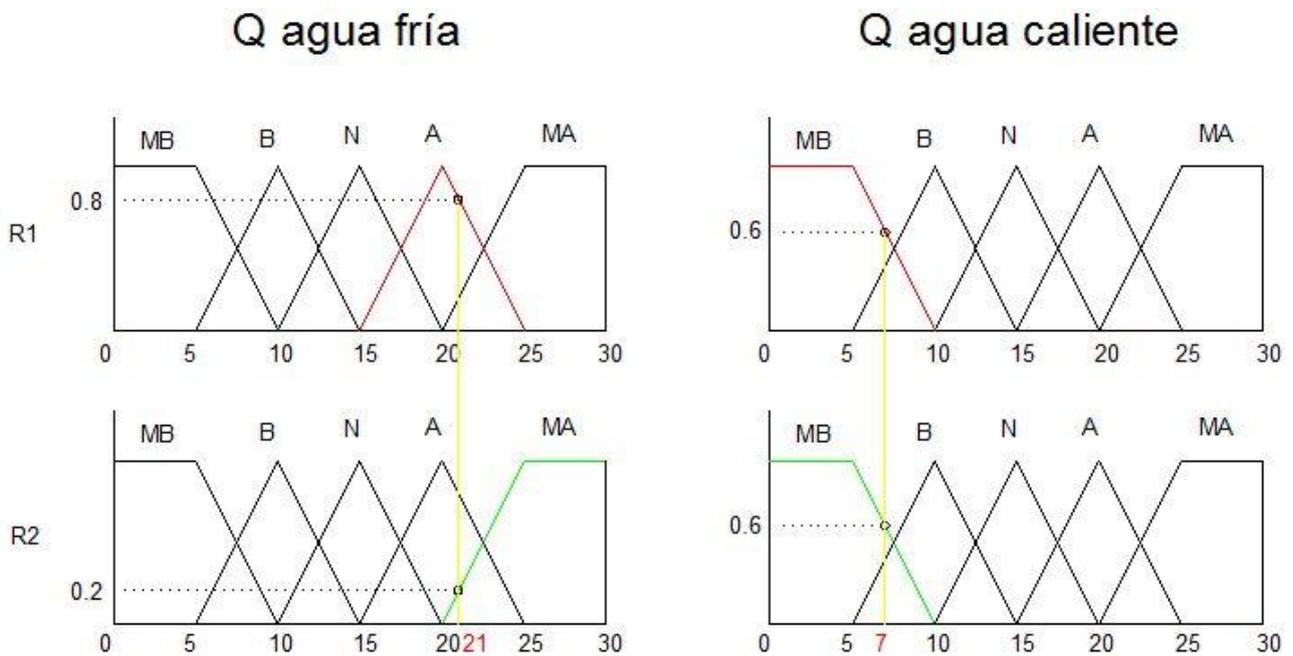


Figura 3.8. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.6, 0.8\} = 0.6$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.2, 0.6\} = 0.2$$

Siguiendo con la metodología, hallamos los conjuntos borrosos de salida, tal y como se indica en la *Figura 3.9*.

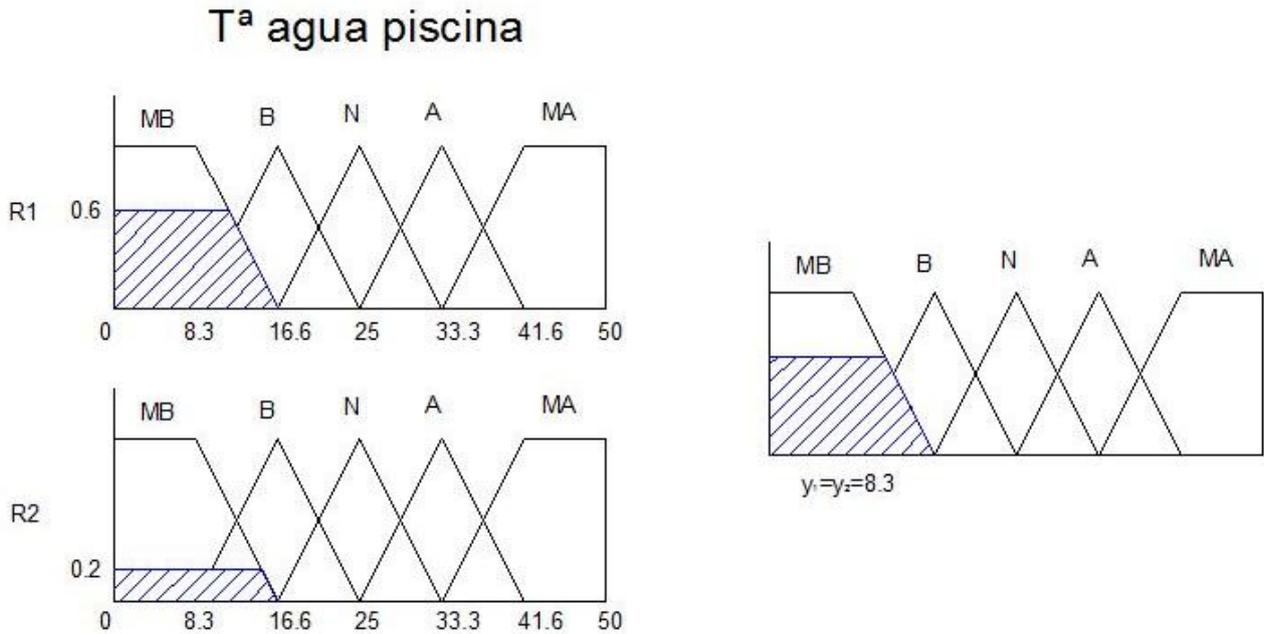


Figura 3.9. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (Tª agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.6 \cdot 8.3 + 0.2 \cdot 8.3}{0.6 + 0.2} = 8.3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Al utilizar las bases de reglas borrosas expuestas en la memoria asociativa borrosa A (Figura 3.1), y conjugando las diferentes reglas, se obtiene la relación de resultados de temperatura de la piscina presentados en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Resultados obtenidos utilizando la memoria asociativa borrosa A.

Caso	Caudales de entrada	Función	Resultado
Caso 1	Q frío= 13 l/min Q caliente= 14 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 16.6 + 0.6 \cdot 25}{0.2 + 0.6}$	22.9 °C
Caso 2	Q frío= 13 l/min Q caliente= 14 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 25 + 0.4 \cdot 25}{0.2 + 0.4}$	25 °C
Caso 3	Q frío= 9 l/min Q caliente= 21 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 41.6 + 0.2 \cdot 41.6}{0.2 + 0.2}$	41.6 °C
Caso 4	Q frío= 21 l/min Q caliente= 7 l/min	$f(x) = \frac{0.6 \cdot 8.3 + 0.2 \cdot 8.3}{0.6 + 0.2}$	8.3 °C

3.2. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA B

En la *Figura 3.10* se muestra la memoria asociativa borrosa B utilizada para los casos de manejo y regulación planteados en este apartado:

		Q agua fría					
			MB	B	N	A	MA
Q agua caliente	MB	N	B	B	B	N	
	B	B	B	B	N	N	
	N	B	B	N	N	A	
	A	N	N	A	A	MA	
	MA	N	A	A	MA	MA	

Figura 3.10. Memoria asociativa borrosa (B).

Caso 1 

Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es N y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura del agua de la piscina” es B.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (17; 12) l/min. Las premisas de cada regla serán (*Figura 3.11.*) utilizando la ecuación (2.3) como implicación borrosa por la regla del mínimo:

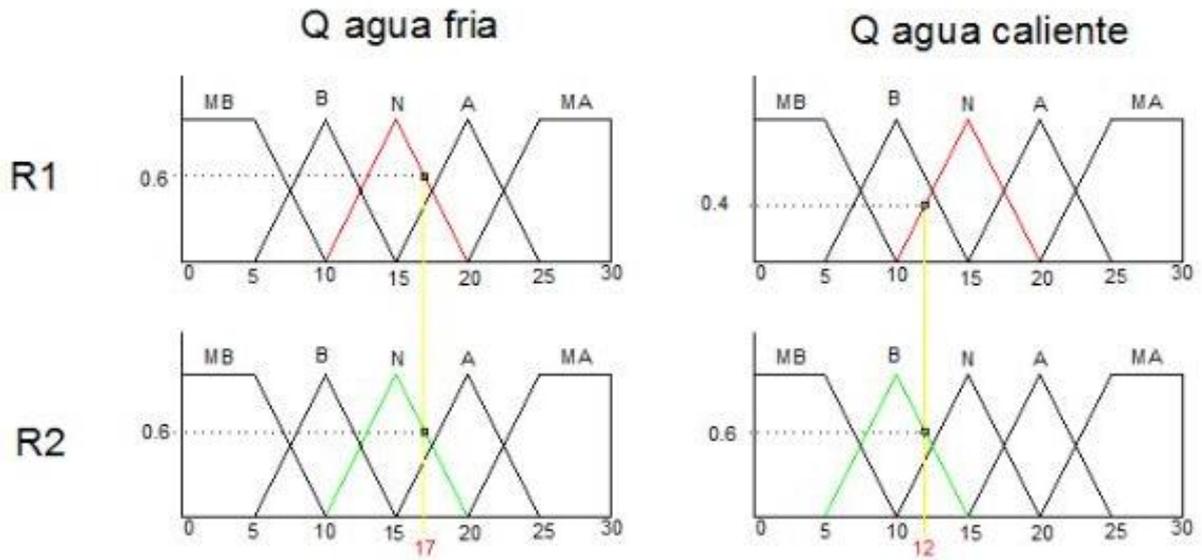


Figura 3.11. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto el mínimo de las funciones de inclusión valdrá para cada regla:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.6, 0.4\} = 0.4$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.6, 0.6\} = 0.6$$

Siguiendo con la metodología del caso 1 de la memoria asociativa A, el truncado de los conjuntos borrosos de salida a los valores obtenidos de la premisa se muestran en la Figura 3.12:

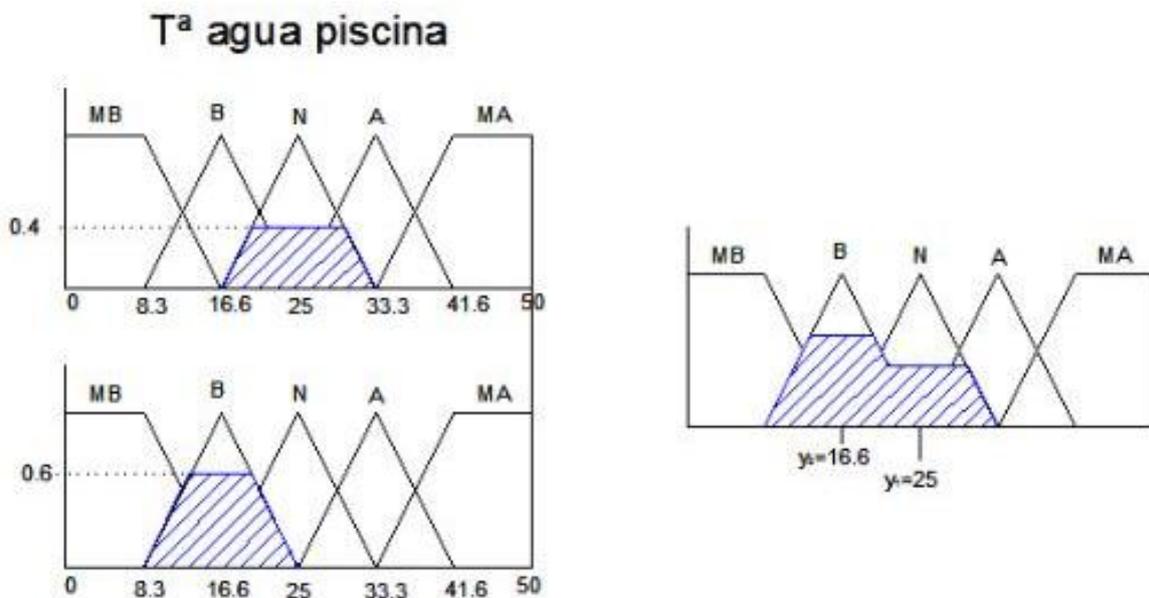


Figura 3.12. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (T^a agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.4 \cdot 25 + 0.6 \cdot 16.6}{0.4 + 0.6} = 19.96 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 2



Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es A entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es N y “caudal de agua fría” es A entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (17; 12) l/min. Las premisas de cada regla serán (Figura 3.13.) utilizando la ecuación (2.3) como implicación borrosa por la regla del mínimo:

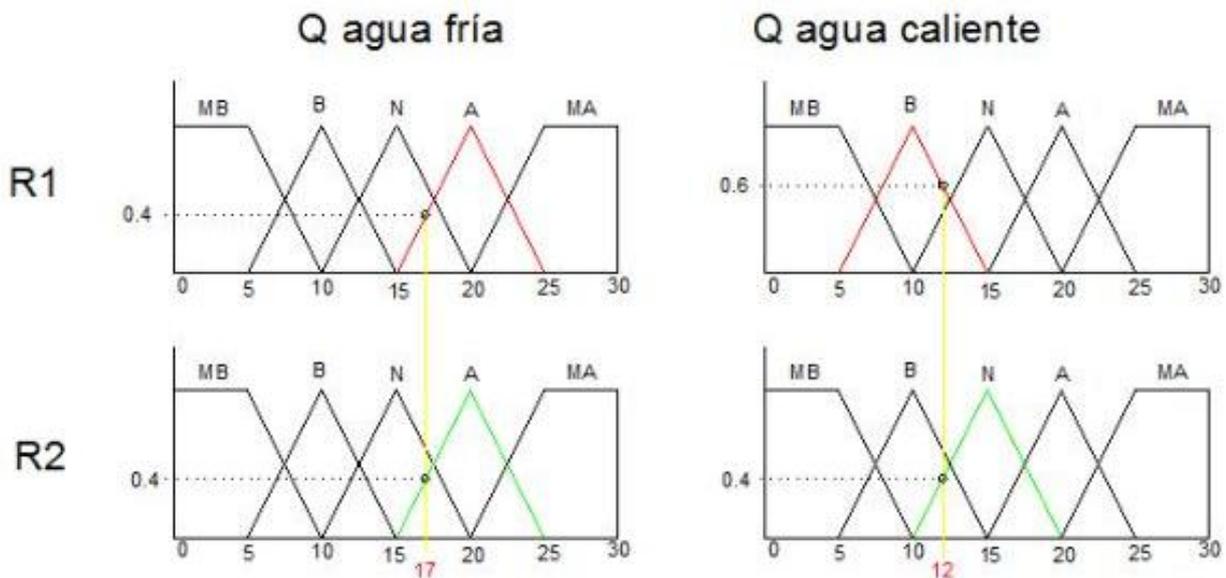


Figura 3.13. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.4, 0.6\} = 0.4$$

$$R2: \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.4, 0.4\} = 0.4$$

Con los valores mínimos se truncan los conjuntos borrosos de salida como se muestra en la *Figura 3.14*:

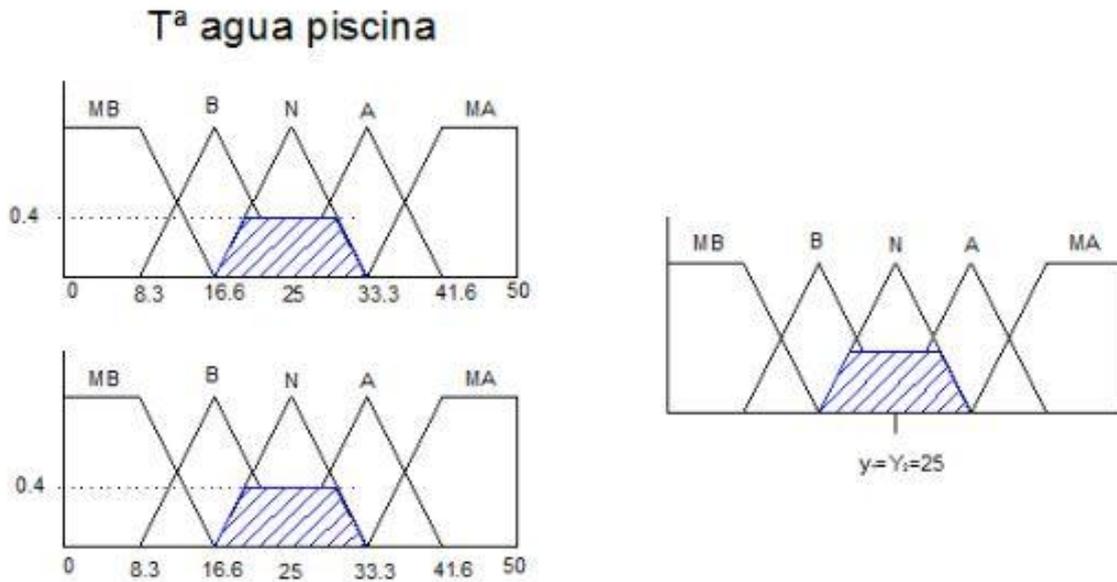


Figura 3.14. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (Tª agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.4 \cdot 25 + 0.4 \cdot 25}{0.4 + 0.4} = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 3

Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es A y “caudal de agua fría” es B entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es MA y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura del agua de la piscina” es A.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (12; 22) l/min. Las premisas de cada regla serán (*Figura 3.15.*):

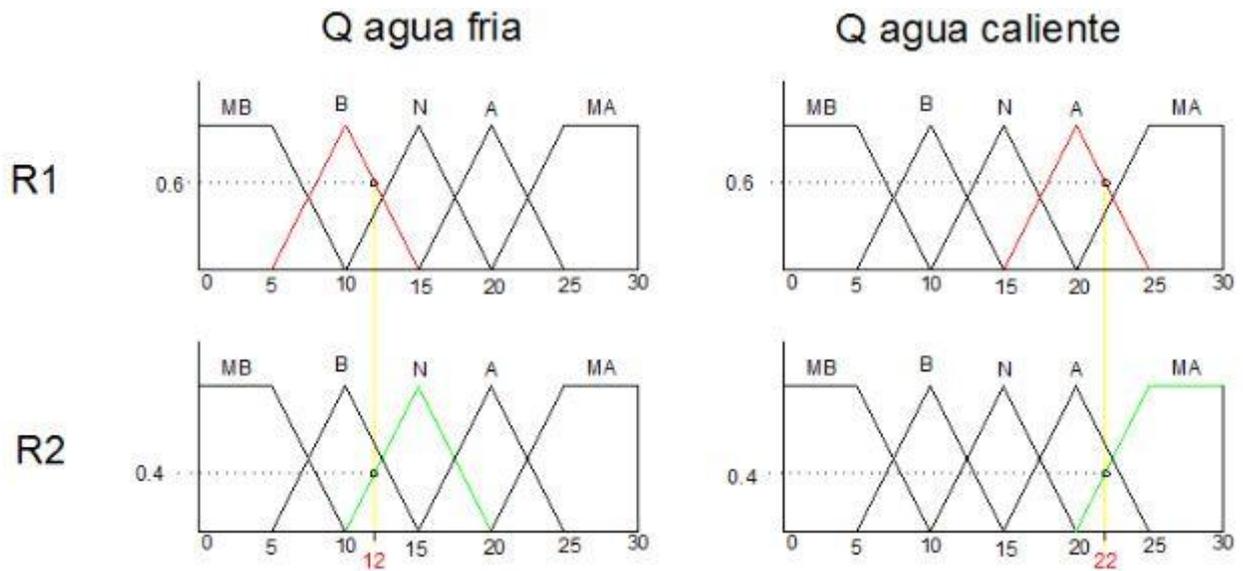


Figura 3.15. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de salida.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.6, 0.6\} = 0.6$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.4, 0.4\} = 0.4$$

Con los valores mínimos se truncan los conjuntos borrosos de salida como se muestra en la Figura 3.16:

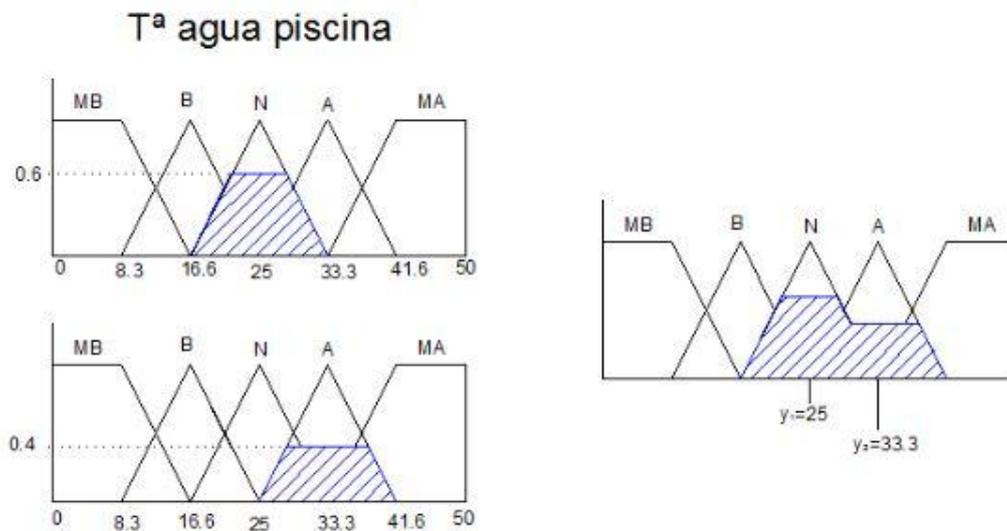


Figura 3.16. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (T^a agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.6 \cdot 25 + 0.4 \cdot 33.3}{0.6 + 0.4} = 28.32 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 4



Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es A entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es MB y “caudal de agua fría” es MA entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (21; 7) l/min. Las premisas de cada regla serán (Figura 3.17.):

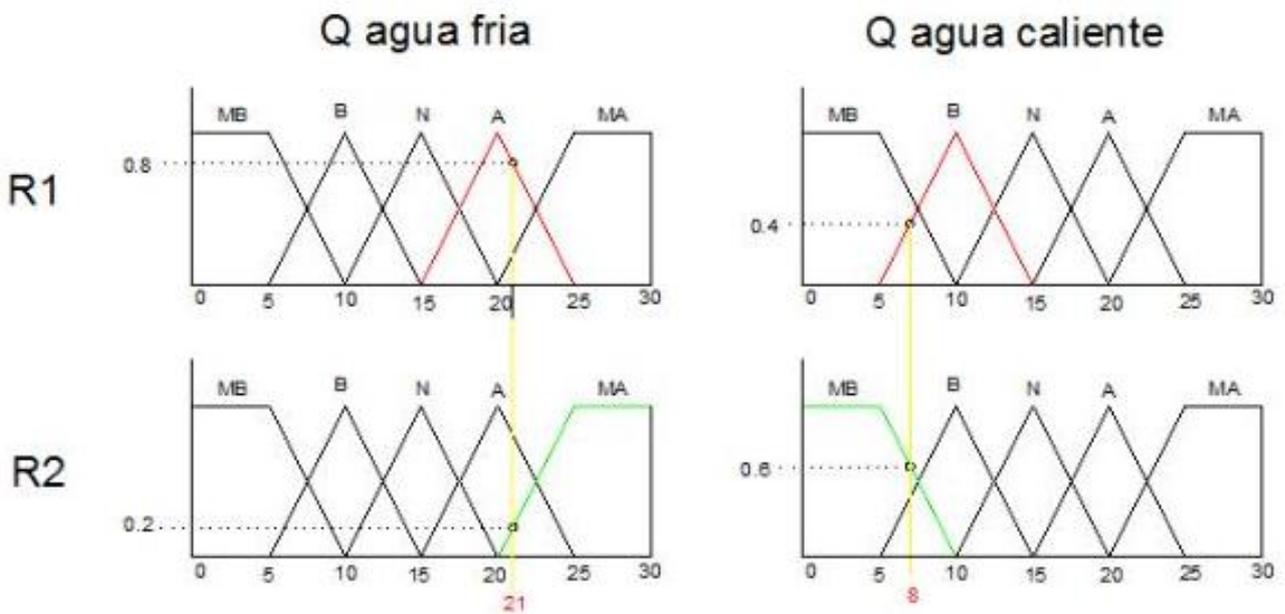


Figura 3.17. Cálculo de las premisas R1 y R2.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.8, 0.4\} = 0.4$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.2, 0.6\} = 0.2$$

Con los valores mínimos se truncan los conjuntos borrosos de salida:

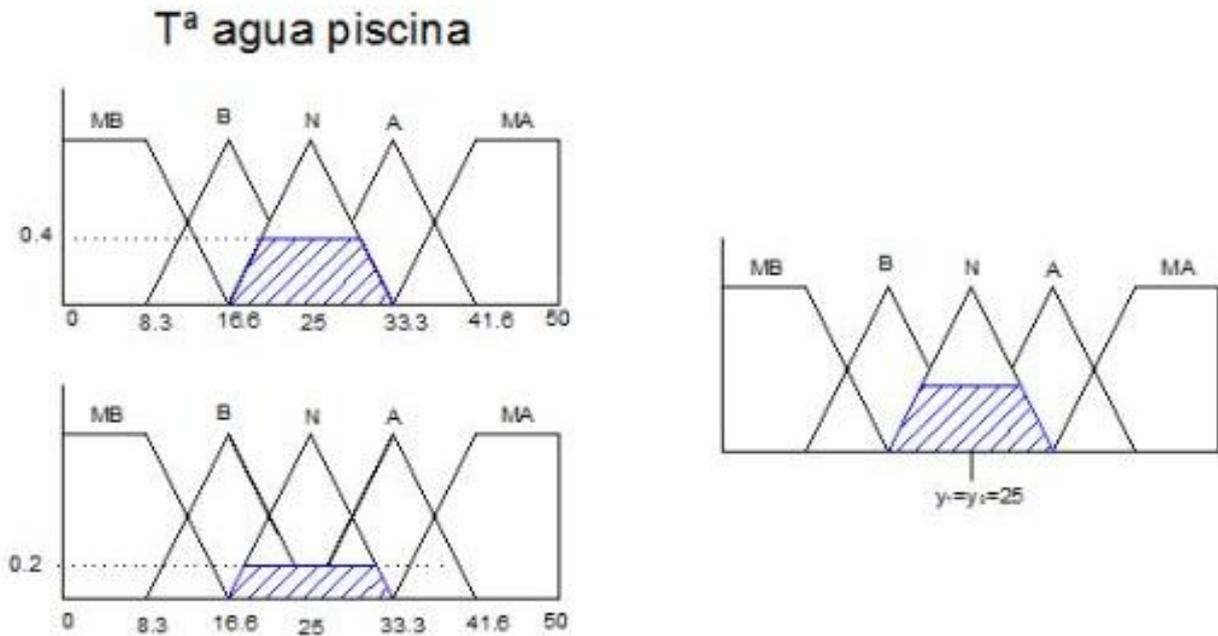


Figura 3.18. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (Tª agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.4 \cdot 25 + 0.2 \cdot 25}{0.2 + 0.4} = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Al utilizar las bases de reglas borrosas expuestas en la memoria asociativa borrosa B (*Figura 3.10*), y conjugando las diferentes reglas, obtenemos la relación de resultados de temperatura de la piscina presentados en la *Tabla 3.2*.

Tabla 3.2. Resultados obtenidos utilizando la memoria asociativa borrosa B.

Caso	Caudales de entrada	Función	Resultado
Caso 1	Q frío= 17 l/min Q caliente= 12 l/min	$f(x) = \frac{0.4 \cdot 25 + 0.6 \cdot 16.6}{0.4 + 0.6}$	19.96 °C
Caso 2	Q frío= 17 l/min Q caliente= 12 l/min	$f(x) = \frac{0.4 \cdot 25 + 0.4 \cdot 25}{0.4 + 0.4}$	25 °C
Caso 3	Q frío= 12 l/min Q caliente= 22 l/min	$f(x) = \frac{0.6 \cdot 25 + 0.4 \cdot 33.3}{0.6 + 0.4}$	28.32 °C
Caso 4	Q frío= 21 l/min Q caliente= 7 l/min	$f(x) = \frac{0.4 \cdot 25 + 0.2 \cdot 25}{0.2 + 0.4}$	25 °C

3.3. EJEMPLOS DE FUNCIONAMIENTO UTILIZANDO LA MEMORIA ASOCIATIVA BORROSA C

En la *Figura 3.19* se muestra la memoria asociativa borrosa C utilizada para los casos de manejo y regulación planteados en este apartado:

		Q agua fría					
			MB	B	N	A	MA
Q agua caliente	MB		N	B	B	MB	MB
	B	A	N	B	B	MB	MB
	N	A	A	N	B	B	B
	A	MA	A	A	N	B	B
	MA	MA	MA	A	A	A	N

Figura 3.19. Memoria asociativa borrosa (C).

Caso 1



Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es B entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura del agua de la piscina” es B.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (12; 13.5) l/min. Las premisas de cada regla serán (*Figura 3.20.*):

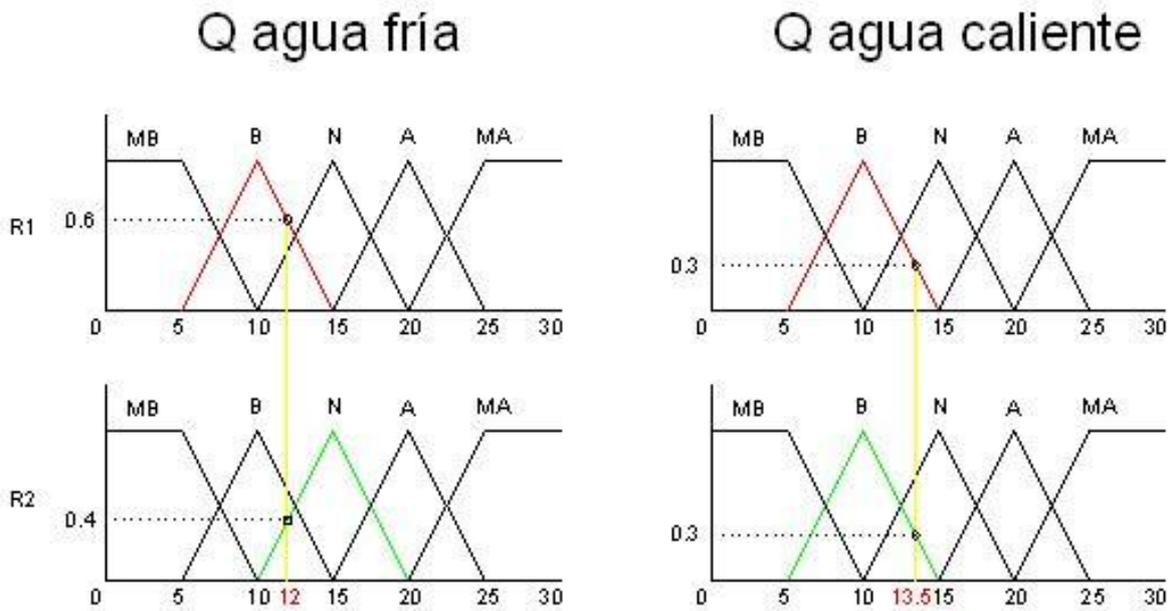


Figura 3.20. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.3, 0.4\} = 0.3$$

$$R2: \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.3, 0.6\} = 0.3$$

Con los valores mínimos se truncan los conjuntos borrosos de salida mostrándose en la Figura 3.21:

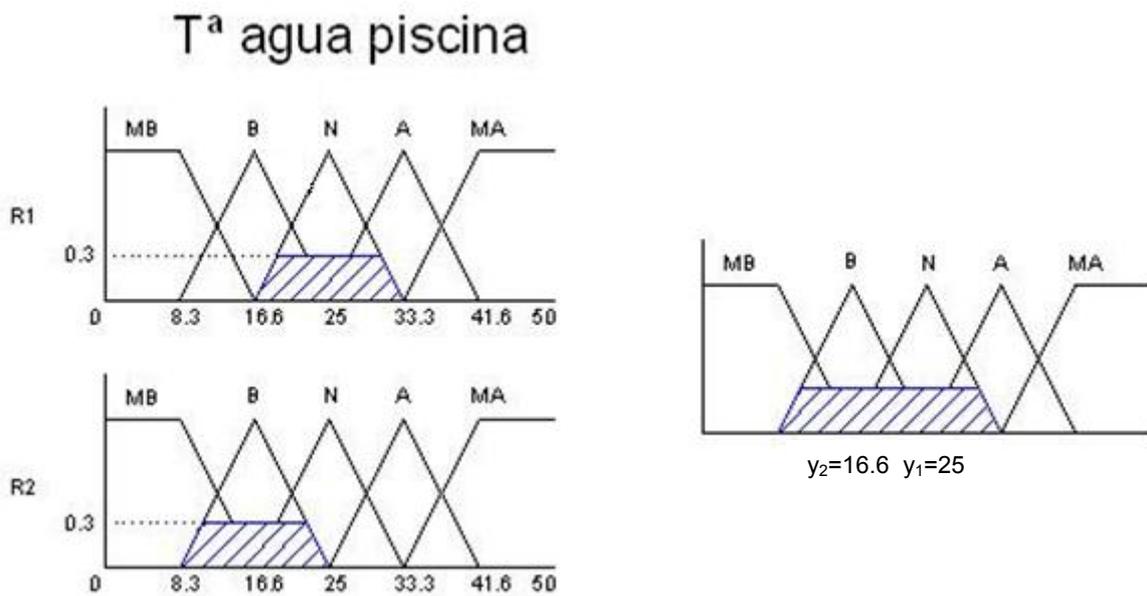


Figura 3.21. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (T^a agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.3 \cdot 25 + 0.3 \cdot 16.6}{0.3 + 0.3} = 20.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 2



Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es MB y “caudal de agua fría” es A entonces “Temperatura del agua de la piscina” es MB.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es A entonces “Temperatura del agua de la piscina” es B.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (17.5; 9.5) l/min. Las premisas de cada regla serán (Figura 3.22.):

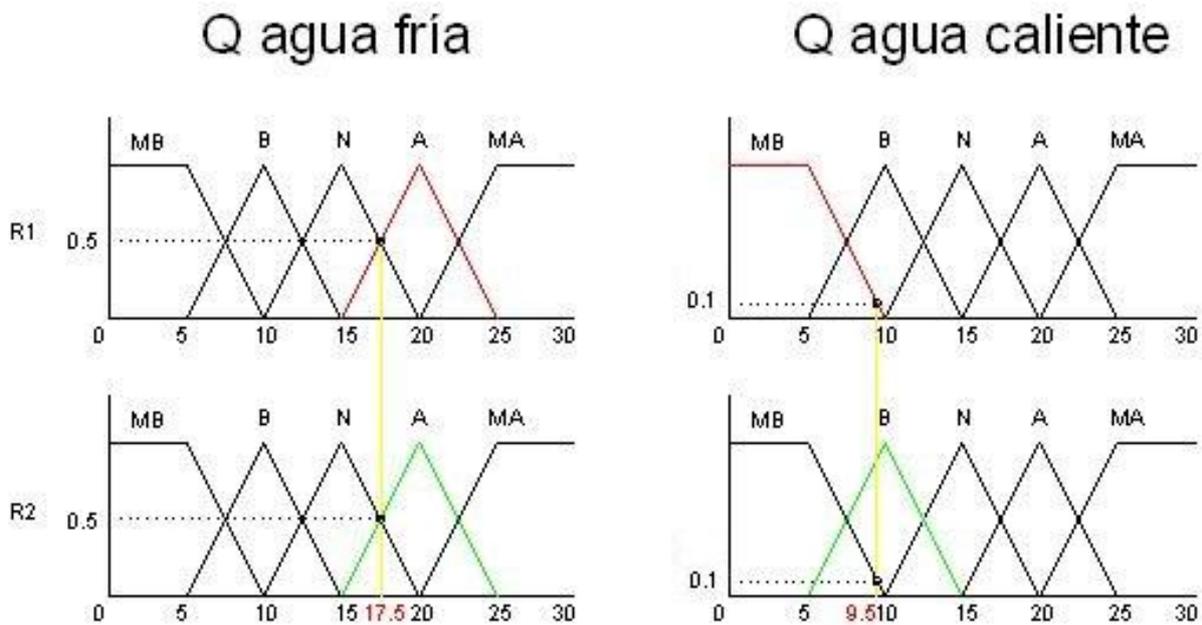


Figura 3.22. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.1, 0.5\} = 0.1$$

$$R2: \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.1, 0.5\} = 0.1$$

Con los valores mínimos se truncan los conjuntos borrosos de salida:

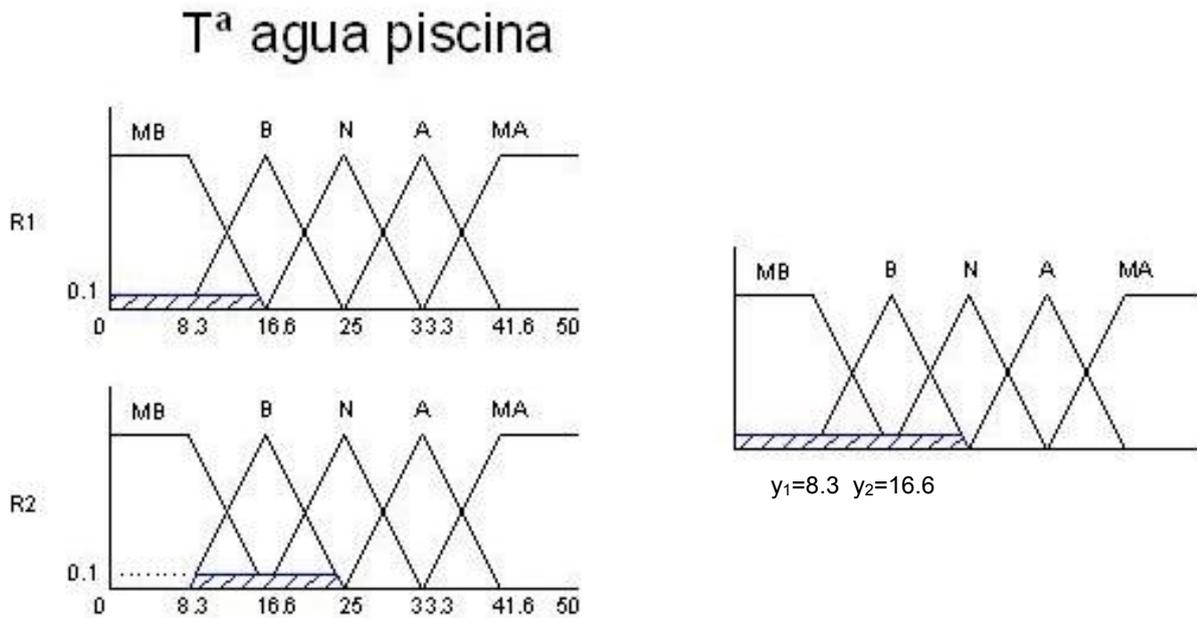


Figura 3.23. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (Tª agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.1 \cdot 8.3 + 0.1 \cdot 16.6}{0.1 + 0.1} = 6.89 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 3

Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es A y “caudal de agua fría” es B entonces “Temperatura del agua de la piscina” es A.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es MA y “caudal de agua fría” es B entonces “Temperatura del agua de la piscina” es MA.

Y dadas las entradas x (Q agua fría, Q agua caliente) = (12.5, 21) l/min. Las premisas de cada regla serán (Figura 3.24.):

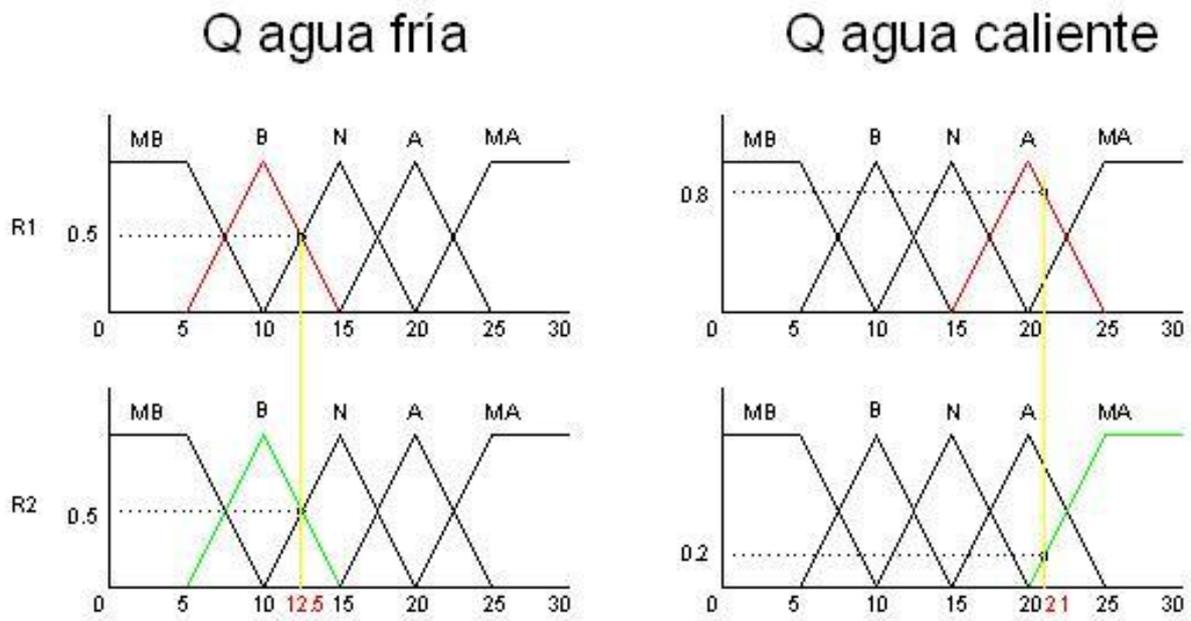


Figura 3.24. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.5, 0.8\} = 0.5$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.2, 0.5\} = 0.2$$

Con los valores mínimos se truncan los conjuntos borrosos de salida como se muestra en la Figura 3.25:

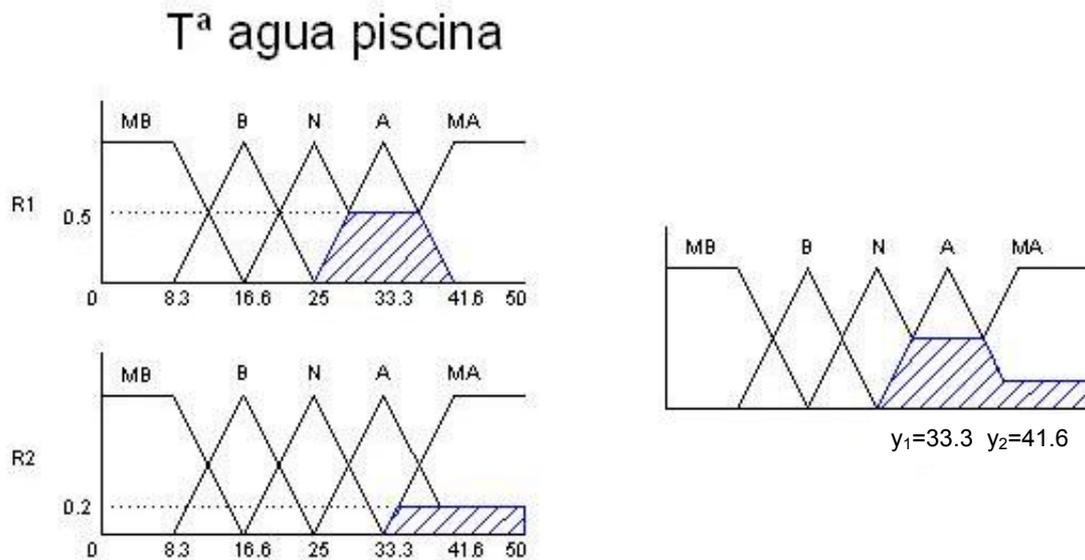


Figura 3.25. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (T^a agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.5 \cdot 33.3 + 0.2 \cdot 41.6}{0.2 + 0.5} = 35.67 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Caso 4

Considerando las reglas:

- R1: Si “caudal de agua caliente” es A y “caudal de agua fría” es A entonces “Temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2: Si “caudal de agua caliente” es MA y “caudal de agua fría” es N entonces “Temperatura del agua de la piscina” es A.

Y dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (15.5; 20) l/min. Las premisas de cada regla serán (Figura 3.26.):

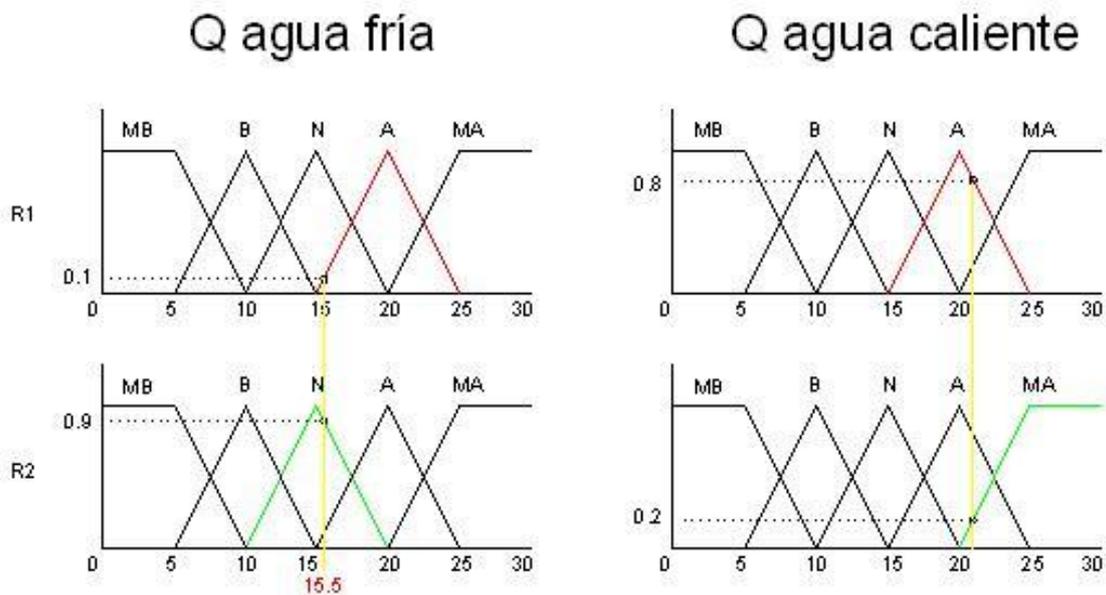


Figura 3.26. Cálculo de las premisas R1 y R2 en los conjuntos borrosos de entrada.

Por tanto, el mínimo de las funciones de inclusión toma el valor para cada regla de:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.1, 0.8\} = 0.1$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.2, 0.9\} = 0.2$$

Con los valores mínimos se truncan los conjuntos borrosos de salida mostrándose en la *Figura 3.27*:

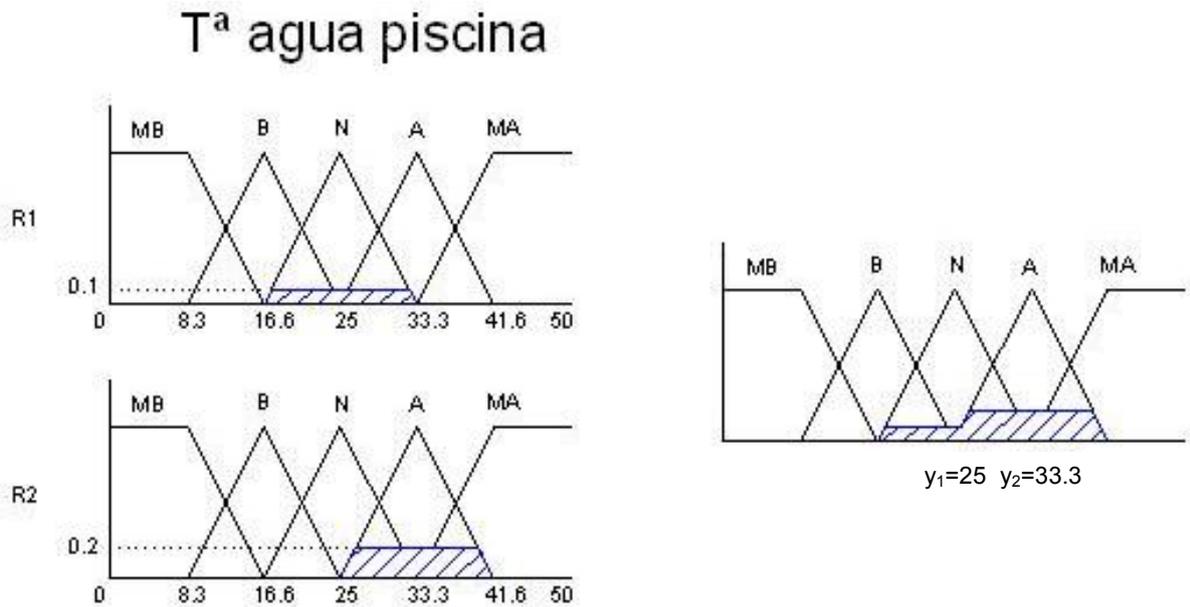


Figura 3.27. Conjuntos borrosos de salida, truncados a los valores de las premisas de las reglas R1 y R2 y cálculo de la consecuencia (Tª agua piscina) por media de centros.

El valor final de salida es de:

$$f(x) = \frac{0.1 \cdot 25 + 0.2 \cdot 33.3}{0.1 + 0.2} = 30.53 \text{ } ^\circ\text{C}$$

La relación de resultados de temperatura de la piscina para la memoria asociativa C se muestra en la *Tabla 3.3*.

Tabla 3.3. Resultados obtenidos utilizando la memoria asociativa borrosa C.

Caso	Caudales de entrada	Función	Resultado
Caso 1	Q frío= 12 l/min Q caliente= 13.5 l/min	$f(x) = \frac{0.3 \cdot 25 + 0.3 \cdot 16.6}{0.3 + 0.3}$	20.8 °C
Caso 2	Q frío= 12 l/min Q caliente= 9.5 l/min	$f(x) = \frac{0.1 \cdot 8.3 + 0.1 \cdot 16.6}{0.1 + 0.1}$	6.89 °C
Caso 3	Q frío= 12.5 l/min Q caliente= 21 l/min	$f(x) = \frac{0.5 \cdot 33.3 + 0.2 \cdot 41.6}{0.2 + 0.5}$	35.67 °C
Caso 4	Q frío= 15.5 l/min Q caliente= 20 l/min	$f(x) = \frac{0.1 \cdot 25 + 0.2 \cdot 33.3}{0.1 + 0.2}$	30.53 °C

3.4. COMPARACIÓN DE LAS MEMORIAS ASOCIATIVAS PLANTEADAS

Se han evaluado tres memorias asociativas borrosas diferentes. Cada uno de los valores obtenidos en dichas memorias va a depender de tres factores principales: (a) las diferentes memorias asociativas, han sido obtenidas de manera aleatoria según la percepción de temperatura de la persona que elabore la tabla; (b) la conjugación de reglas en cada memoria asociativa borrosa; y (c) el valor que se le otorgue a los caudales de agua fría y de agua caliente de entrada.

Para la realización de una comparativa de resultados entre las memorias asociativas borrosas planteadas, efectuamos los cálculos para cada memoria asociativa con las mismas reglas para cada memoria asociativa utilizando las mismas premisas de las variables de entrada de las Reglas R1 y R2, y lógicamente los mismos valores de las variables de entrada, es decir:

PRIMERA COMPARATIVA

- R1: Si “caudal de agua caliente” es A y “caudal de agua fría” es MA entonces.....
- R2: Si “caudal de agua caliente” es N y “caudal de agua fría” es MA entonces.....
- Dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (22; 17) l/min.

PRIMER CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa A (*Figura 3.1*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “Temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2:..... la “Temperatura del agua de la piscina” es B.

Realizados los cálculos se concluye que para la R1 en el caudal de agua fría obtenemos una pertenencia de 0.4, y el mismo resultado para el caudal de agua caliente. Para la R2, obtenemos una pertenencia en el caudal de agua fría de 0.4 y en el caudal de agua caliente de 0.6. Por lo tanto la relación para obtener los mínimos de las distintas reglas sería:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.4, 0.4\} = 0.4$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.4, 0.6\} = 0.4$$

Puesto que las premisas de las reglas son las mismas para las distintas memorias asociativas borrosas y los caudales también, los mínimos también lo son, y no tenemos que calcularlos de nuevo para los siguientes casos utilizando las otras memorias asociativas borrosas.

SEGUNDO CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa B (*Figura 3.10*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “Temperatura del agua de la piscina” es A.
- R2:..... la “Temperatura del agua de la piscina” es MA.

TERCER CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa C (*Figura 3.19*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “Temperatura del agua de la piscina” es B.
- R2:..... la “Temperatura del agua de la piscina” es B.

En la *Tabla 3.4* se muestra la relación de resultados de las distintas memorias asociativas borrosas, con los mismos caudales y las mismas premisas de reglas.

Tabla 3.4 Comparativa de las distintas memorias asociativas borrosas considerando como caudales de agua fría y caliente los valores de 22 y 17 l/min, respectivamente.

Memoria asociativa	Caudales de entrada	Función	Resultado
A	Q frío= 22 l/min Q caliente= 17 l/min	$f(x) = \frac{0.4 \cdot 25 + 0.4 \cdot 16.6}{0.4 + 0.4}$	20.8 °C
B	Q frío= 22 l/min Q caliente= 17 l/min	$f(x) = \frac{0.4 \cdot 41.6 + 0.4 \cdot 33.3}{0.4 + 0.4}$	37.45 °C
C	Q frío= 22 l/min Q caliente= 17 l/min	$f(x) = \frac{0.4 \cdot 16.6 + 0.4 \cdot 16.6}{0.4 + 0.4}$	16.6 °C

SEGUNDA COMPARATIVA

- R1 Si “caudal de agua caliente” es MA y “caudal de agua fría” es MB entonces.....
- R2: Si “caudal de agua caliente” es MA y “caudal de agua fría” es B entonces.....
- Dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (9; 27) l/min.

PRIMER CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa A (*Figura 3.1*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “temperatura del agua de la piscina” es MA.
- R2:..... la “temperatura del agua de la piscina” es MA.

Realizados los cálculos se concluye que para la R1 en el caudal de agua fría obtenemos una pertenencia de 0.2, y de 1 para el caudal de agua caliente. Para la R2, obtenemos una pertenencia en el caudal de agua fría de 0.8 y de 1 en el caudal de agua caliente. Por lo tanto la relación para obtener los mínimos de las distintas reglas sería:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{0.2,1\} = 0.2$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{0.8,1\} = 0.8$$

Al igual que en la primera comparativa, ya que las premisas de las reglas son las mismas para las distintas memorias asociativas borrosas y los caudales también, los mínimos también lo son, y no tenemos que calcularlos de nuevo para los siguientes casos utilizando las otras memorias asociativas borrosas.

SEGUNDO CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa B (*Figura 3.10*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2:..... la “temperatura del agua de la piscina” es A.

TERCER CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa C (*Figura 3.19*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “temperatura del agua de la piscina” es MA.
- R2:..... la “temperatura del agua de la piscina” es MA.

En la *Tabla 3.5* se muestra la relación de resultados de las distintas memorias asociativas borrosas, con los mismos caudales y las mismas premisas de reglas.

Tabla 3.5 Comparativa de las distintas memorias asociativas borrosas considerando como caudales de agua fría y caliente los valores de 9 y 27 l/min, respectivamente.

Memoria asociativa	Caudales de entrada	Función	Resultado
A	Q frío= 9 l/min Q caliente= 27 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 41.6 + 0.8 \cdot 41.6}{0.8 + 0.2}$	41.6 °C
B	Q frío= 9 l/min Q caliente= 27 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 25 + 0.8 \cdot 33.3}{0.8 + 0.2}$	31.64 °C
C	Q frío= 9 l/min Q caliente= 27 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 41.6 + 0.8 \cdot 41.6}{0.8 + 0.2}$	41.6 °C

TERCERA COMPARATIVA

- R1: Si “caudal de agua caliente” es B y “caudal de agua fría” es MA entonces.....
- R2: Si “caudal de agua caliente” es MB y “caudal de agua fría” es MA entonces.....
- Dadas las entradas x (Q agua fría; Q agua caliente) = (28; 6) l/min.

PRIMER CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa A (*Figura 3.1*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “temperatura del agua de la piscina” es MB.
- R2:..... la “temperatura del agua de la piscina” es MB.

Realizados los cálculos se concluye que para la R1 en el caudal de agua fría obtenemos una pertenencia de 1, y de 0.2 para el caudal de agua caliente. Para la R2, obtenemos una pertenencia en el caudal de agua fría de 1 y de 0.8 en el caudal de agua caliente. Por lo tanto la relación para obtener los mínimos de las distintas reglas sería:

$$R1: \quad \alpha_1 = \mu_{A^1}(x) = \min\{1,0.2\} = 0.2$$

$$R2: \quad \alpha_2 = \mu_{A^2}(x) = \min\{1,0.8\} = 0.8$$

Al igual que en las anteriores comparativas, ya que las premisas de las reglas son las mismas para las distintas memorias asociativas borrosas y los caudales también, los mínimos también lo son, y no tenemos que calcularlos de nuevo para los siguientes casos utilizando las otras memorias asociativas borrosas.

SEGUNDO CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa B (*Figura 3.10*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “temperatura del agua de la piscina” es N.
- R2:..... la “temperatura del agua de la piscina” es N.

TERCER CASO:

Utilizando la Memoria Asociativa Borrosa C (*Figura 3.19*), se tendrían como consecuentes para las reglas 1 y 2:

- R1:..... la “temperatura del agua de la piscina” es MB.
- R2:..... la “temperatura del agua de la piscina” es MB.

En la *Tabla 3.6* se muestra la relación de resultados de las distintas memorias asociativas borrosas, con los mismos caudales y las mismas premisas de reglas.

Tabla 3.6 Comparativa de las distintas memorias asociativas borrosas considerando como caudales de agua fría y caliente los valores de 28 y 6 l/min, respectivamente.

Memoria asociativa	Caudales de entrada	Función	Resultado
A	Q frío= 28 l/min Q caliente= 6 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 8.3 + 0.8 \cdot 8.3}{0.8 + 0.2}$	8.3 °C
B	Q frío= 28 l/min Q caliente= 6 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 25 + 0.8 \cdot 25}{0.8 + 0.2}$	25 °C
C	Q frío= 28 l/min Q caliente= 6 l/min	$f(x) = \frac{0.2 \cdot 8.3 + 0.8 \cdot 8.3}{0.8 + 0.2}$	8.3 °C

4. CONCLUSIONES

4. CONCLUSIONES

El sistema de control borroso desarrollado para la regulación de las temperaturas del agua en piscinas climatizadas, utilizando como parámetros el caudal de agua fría y caudal de agua caliente procedentes de dos grifos o fuentes de suministro, se constituye como una herramienta de apoyo fundamental en el mantenimiento de unas condiciones aceptables para el agua de este tipo de instalaciones.

En cuanto a los ejemplos comparativos evaluados para las distintas memorias asociativas borrosas simuladas, a las cuales se les asocian unos mismos valores específicos de entrada de caudales de agua fría y de agua caliente, se obtienen resultados similares para los conjuntos de reglas de las memorias asociativas A y C. No sucede lo mismo para la memoria asociativa borrosa B, ya que los resultados presentan diferencias significativas e incluso las simulaciones son contradictorias. Esto se debe a que la percepción y comprensión del problema en estudio por parte del individuo que ha diseñado la memoria asociativa borrosa B han sido totalmente diferentes a los individuos que elaboraron las memorias asociativas A y C.

En toda modelación heurística, como es el caso del controlador borroso planteado en este trabajo, es primordial su evaluación utilizando registros de datos experimentales en una instalación real o modelo. Así se podría determinar la memoria asociativa borrosa simulada o conjuntos simulados de reglas que más se aproximan a los patrones de manejo que realmente son realizados por los técnicos responsables de este tipo de instalaciones.

En una instalación real, otra alternativa sería plantear la memoria asociativa borrosa a partir de la realización de encuestas dirigidas a los técnicos encargados del manejo del agua en las piscinas climatizadas de este tipo de instalaciones.

En trabajos futuros podría plantearse una optimización del sistema borroso considerando distintas geometrías de los conjuntos borrosos. También la evaluación y fiabilidad del sistema de control borroso podría ser analizada con la incorporación de otras variables de entrada o de control, como parámetros físico-químicos del agua.

5. REFERENCIAS

5. REFERENCIAS

- [Alferes e Irizar, 2010] Alferes, J., Irizar, I., 2010. *Combination of extremum-seeking algorithms with effective hydraulic handling of equalization tanks to control anaerobic digesters. Water Science & Technology*, 61(11), 2825-2834.
- [Alsina y Trillas, 2007] Alsina, C., Trillas, E., 2007. *On uniformly close fuzzy preorders. Fuzzy Sets and Systems*, 53(3), 343–346.
- [Altrock *et al.*, 1992] Altrock, C., Krause, B., Zimmermann, H.J., 1992. *Advanced fuzzy logic control of a model car in extreme situations. Fuzzy Sets and Systems*, 48(1), 41–52.
- [Altrock *et al.*, 1994] Altrock, C., Krause, B., Limper, K., Schäfers, W., 1994. *Optimization of a waste incineration plant using fuzzy logic. In Second European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, Aachen, Alemania.*
- [Andújar y Barragán, 2005] Andújar, J.M., Barragán, A.J., 2005. *A methodology to design stable nonlinear fuzzy control systems. Fuzzy Sets and Systems*, 154(2), 157–181.
- [ASCE, 2000a] ASCE Task Committee on Application of Artificial Neural Networks in Hydrology, 2000a. *Artificial neural networks in hydrology. I: Preliminary concepts. Journal of Hydrology Engineering*, 5(2), 115-123.
- [ASCE, 2000b] ASCE Task Committee on Application of Artificial Neural Networks in Hydrology, 2000b. *Artificial neural networks in hydrology. II: Hydrologic applications. Journal of Hydrology Engineering*, 5(2), 124-137.
- [Banu y Uma, 2011] Banu, U., Uma, G., 2011. *ANFIS based sensor fault detection for continuous stirred tank reactor. Applied Soft Computing*, 11, 2618–2624.
- [Bellman y Zadeh, 1970] Bellman, R.E., Zadeh, L.A., 1970. *Decision-making in a fuzzy environment. Management Science*, 17(4), B141–B164.
- [Carmona *et al.*, 2004] Carmona, P., Castro, J.L., Zurita, J.M., 2004. *Strategies to identify fuzzy rules directly from certainty degrees: A comparison and a proposal. IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 12(5), 631–640.
- [Chen *et al.*, 1995] Chen, O., Lu, Y., Chang, H., 1995. *Fuzzy reasoning processor for camera image autofocus. En: Lance T. Wu, editor, Visual Communications and Image Processing'95*, 2501, 347–354. SPIE.

- [Chung *et al.*, 2010] Chung, C., Chen, H, Ting, C., 2010. *Grey prediction fuzzy control for pH processes in the food industry. Journal of Food Engineering*, 96, 575–582.
- [Cordón *et al.*, 2004] Cordon, O., Gomide, F., Herrera, F., Hoffmann, F., Magdalena, L., 2004. *Ten years of genetic fuzzy systems: Current framework and new trends. Fuzzy Sets and Systems*, 141(1), 5–31.
- [Cuesta *et al.*, 2003] Cuesta, F., Ollero, A., Arrue, B., Braunstingl, R., 2003. *Intelligent control of nonholonomic mobile robots with fuzzy perception. Fuzzy Sets and Systems*, 134(1), 47–64.
- [Gebhardt, 1993] Gebhardt, J., 1993. *Application of fuzzy logic to the control of a wind energy converter. En: First European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies*, 339–348.
- [Ghatee y Hashemi, 2009] Ghatee, M., Hashemi, S.M., 2009. *Optimal network design and storage management in petroleum distribution network under uncertainty. Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22, 796–807.
- [Goguen, 1969] Goguen, J.A., 1969. *The logic of inexact concepts. Synthese*, 19(3-4), 325–373.
- [Gutiérrez-Estrada *et al.*, 2005] Gutiérrez-Estrada, J.C., De-Pedro-Sanz, E., López-Luque, R., Pulido-Calvo, I., 2005. *SEDPA, an expert system for disease diagnosis in eel rearing systems. Aquacultural Engineering*, 33, 110-125.
- [Herrera *et al.*, 2000] Herrera, F., Herrera-Viedma, E., Martínez, M., 2000. *A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making. Fuzzy Sets and Systems*, 114(1), 43–58.
- [Hofbauer *et al.*, 1993] Hofbauer, P., Arend, H.O., Pfannstiel, D., 1993. *New heating systems controls based on the use of fuzzy logic. En: First European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies*, 1036–1042.
- [Kim *et al.*, 1996] Kim, H., Dickerson, J., Kosko, B., 1996. *Fuzzy throttle and brake control for platoons of smart cars. Fuzzy Sets and Systems*, 84(3), 209–234.
- [King y Mamdani, 1977] King, P. J., Mamdani, E. H., 1977. *The application of fuzzy control systems to industrial processes. Automática*, 13(3), 235–242.
- [Mamdani, 1993] Mamdani, E.H., 1993. *Twenty years of fuzzy control: experiences gained and lessons learned. Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 1, 339–344.

- [Mamdani y Assilian, 1975] Mamdani, E.H., Assilian, S., 1975. *An experimental in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. International Journal of Man-Machine Studies*, 7(1),1–13.
- [Martín-del-Brío y Sanz-Molina, 2001] Martín-del-Brío, B., Sanz-Molina, A., 2001. *Redes neuronales y sistemas borrosos*. Ed. Ra-Ma (2ª edición), Madrid.
- [Mei *et al.*, 2009] Mei, L., Chengbo, J., Huihe, S., 2009. *An improved fuzzy predictive control algorithm and its application to an industrial CSTR process. Chinese Journal of Chemical Engineering*, 17(1), 100-107.
- [Meseguer y Sols, 1975] Meseguer, J., Sols, I., 1975. *Automata in semimodule categories. En: Proceedings of the First International Symposium on Category Theory Applied to Computation and Control, Springer-Verlag, Londres, UK*, 193–198
- [Pulido-Calvo y Gutiérrez-Estrada, 2009] Pulido-Calvo, I., Gutiérrez-Estrada, J.C., 2009. *Improved irrigation water demand forecasting using a soft-computing hybrid model. Biosystems Engineering*, 102(2), 202-218.
- [Pulido-Calvo y Portela, 2007a] Pulido-Calvo, I., Portela, M.M., 2007a. *Application of neural approaches to one-step daily flow forecasting in Portuguese watersheds. Journal of Hydrology*, 332(1-2), 1-15.
- [Pulido-Calvo y Portela, 2007b] Pulido-Calvo, I., Portela, M.M., 2007b. *Aproximaciones neuronales univariantes para la predicción de caudales diarios en cuencas portuguesas. Ingeniería del Agua*, 14(2), 97-111.
- [Rao y Prahlad, 1997] Rao, V., Prahlad, M.V.C., 1997. *A tunable fuzzy logic controller for vehicle-active suspension systems. Fuzzy Sets and Systems*, 85(1), 11–21.
- [Salehi y Shahrokhi, 2009] Salehi, S., Shahrokhi, M., 2009. *Adaptive fuzzy backstepping approach for temperature control of continuous stirred tank reactors. Fuzzy Sets and Systems* 160, 1804–1818.
- [Schouten *et al.*, 2002] Schouten, N.J., Salman, M.A., Kheir, N.A., 2002. *Fuzzy logic control for parallel hybrid vehicles. IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(3), 460–468.
- [Soto-Zarazúa *et al.*, 2011] Soto-Zarazúa, G.M., Peniche-Vera, R., Rico-García, E., Toledano-Ayala, M., Ocampo-Velázquez, R., Herrera-Ruiz, G., 2011. *An automated recirculation aquaculture system based on fuzzy logic control for aquaculture production of tilapia (Oreochromis niloticus). Aquaculture International*, 19, 797–808

- [Togai y Watanabe, 1986] Togai, M., Watanabe, H., 1986. *Expert system on a chip: an engine for real-time approximate reasoning*. En: *Proceedings of the ACM SIGART international symposium on Methodologies for intelligent systems*, ACM Press, Nueva York, USA, 147–154.
- [Trillas, 1980] Trillas, E., 1980. *Conjuntos borrosos*. Ed. Vicens–Vives, Barcelona.
- [Trillas *et al.*, 1995] Trillas, E., Alsina, C., Terricabras, J.M., 1995. *Introducción a la lógica borrosa*. Ed. Ariel, Barcelona.
- [Vachtsevanos *et al.*, 1993] Vachtsevanos, G.J., Farinwata, S.S., Pirovolou., D.K., 1993. *Fuzzy logic control of an automotive engine*. *IEEE Control Systems Magazine*, 13(3), 62–68.
- [Wang, 1994] Wang, L.X., 1994. *Adaptative Fuzzy Sistem and Control*. Ed. Prentice Hall, New Jersey, USA.
- [Zadeh, 1965] Zadeh, L., 1965. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338–353.
- [Yasunobu y Miyamoto, 1985] Yasunobu, S., Miyamoto, D.K., 1985. *Automatic train operation by predictive fuzzy control*. En: *Industrial Applications of Fuzzy Control* (Sugeno ed.), Amsterdam, Países Bajos, 1–18.
- [Yongman *et al.*, 1994] Yongman, L, Seong-Ik, J., Keewook, C., Dongyun L., Wonchan, L., Choong-Woong, L., 1994. *Fuzzy-control processor for automatic focusing*. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 40(2), 138–144.