



RESUMEN DE LA TESIS DOCTORAL

DATOS DEL/ DE LA DOCTORANDO/A:

Apellidos y nombre: MUÑOZ JIMÉNEZ, FERNANDO	NIF/ Pasaporte: [REDACTED]	Nacionalidad: [REDACTED]
Dirección a efectos de notificaciones: [REDACTED]		
Teléfono: [REDACTED]	EMAIL: [REDACTED]	
ORCID: 0000-0001-8152-8728		Compruebe/Obtenga su ORCID a través de la BUH
Según formato: 0000-0000-0000-0000		

DATOS DE LA TESIS DOCTORAL:

Título: P-CONTINUOUS VECTOR-VALUED FUNCTIONS	
Programa Oficial de Doctorado al que se adscribe: CIENCIA Y TECNOLOGÍA INDUSTRIAL Y AMBIENTAL	
Departamento: DEPARTAMENTO DE CIENCIAS INTEGRADAS (MATEMÁTICAS)	
Director/es:	ORCID:0000-0001-8419-8496
Dr.: CÁNDIDO PIÑEIRO GÓMEZ	ORCID: 0000-0002-9806-3127
Dra.: EVE OJA	ORCID:
Dr./Dra.:	
Resumen en castellano que será usado para la base de datos del Ministerio TESEO (máx. 4000 caracteres)	
<p>Esta tesis se centra en el estudio de funciones vectoriales p-continuas. Son funciones definidas en un espacio de Hausdorff compacto con valores en un espacio de Banach cuyo rango es p-compacto ($1 \leq p \leq \infty$). Un subconjunto K de un espacio de Banach X es relativamente p-compacto si existe una sucesión $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset C_b(X)$ ($x_n \in C_b(X)$ si $p = \infty$) tal que $K \subset \{\sum_n \alpha_n x_n : \sum_n \alpha_n ^{p'} \leq 1\}$, donde p' es el índice conjugado de p (i.e., $1/p + 1/p' = 1$, con $1/\infty = 0$). Desde este punto de vista, la noción de compacidad puede ser vista como el caso particular de ∞-compacidad. El conjunto de todas estas funciones se denota por $C_p(\Omega, X)$, donde Ω es un espacio de Hausdorff compacto y X es un espacio de Banach.</p> <p>La tesis ha sido organizada como sigue.</p> <p>En el Capítulo 1, presentamos el espacio de las funciones p-continuas con valores en X, $C_p(\Omega, X)$, y probamos que es isométricamente isomorfo a $C(\Omega) \otimes_{d_p} X$, donde d_p es la norma tensorial de Chevet-Saphar a derecha. También introducimos el espacio de las funciones vectoriales incondicionalmente p-continuas de un modo natural y lo caracterizamos también mediante un producto tensorial. Los productos tensoriales juegan un papel importante en este capítulo. Ambas caracterizaciones se basan, entre otros, en un importante resultado sobre operadores α-nucleares, que demostramos. Este capítulo se basa en [57].</p> <p>El Capítulo 2 recoge algunas propiedades topológicas de $C_p(\Omega, X)$. A saber, obtenemos resultados relativos a la densidad de funciones vectoriales simples en $B(\Sigma) \otimes_{d_p} X$ (donde $B(\Sigma)$ denota el espacio de las funciones escalares medibles Borel definidas en Ω), inclusiones complementadas de $C(\Omega)$ y X en $C_p(\Omega, X)$, y sucesiones en $C_p(\Omega, X)$. En este capítulo también estudiamos las convergencias débil y débil* de sucesiones en $C_p(\Omega, X)$.</p> <p>El Capítulo 3 se centra en un resultado clásico del Análisis: la representación integral de operadores definidos sobre funciones continuas. En particular, establecemos dos teoremas de representación integral: uno para operadores $S \in L(C(\Omega), L(X, Y))$ (que extiende el teorema clásico de representación de Bartle-Dunford-Schwartz), y otro para operadores $U \in L(C_p(\Omega, X), Y)$ (que extiende el teorema clásico de representación de Dinculeanu-Singer). Nosotros proporcionamos una demostración alternativa más simple de este último resultado usando el primero. También construimos la teoría de integración necesaria. Este capítulo se basa en [59].</p> <p>El Capítulo 4 trata del operador asociado $U^\#$ definido en el Capítulo 3. Todo operador $U \in L(Z \otimes_{\alpha} X, Y)$ tiene un operador asociado $U^\# \in L(Z, L(X, Y))$ definido de un modo natural. En este capítulo, estudiamos el problema de la existencia de un operador $U \in L(Z \otimes_{\alpha} X, Y)$ tal que $U^\# = S$ para un operador $S \in L(Z, L(X, Y))$ dado, resolviendo una antigua conjetura de Dinculeanu. Este capítulo se basa en [58].</p> <p>El Capítulo 5 está dedicado al estudio de los operadores absolutamente (r, q)-sumantes de $C_p(\Omega, X)$ en Y. Estudiamos la relación entre U, su operador asociado $U^\#$, y su medida representante (construida en el Capítulo 3). Ya que $C_{\infty}(\Omega, X) = C(\Omega, X)$, esto engloba no sólo el teorema clásico de Swart sobre operadores absolutamente sumantes de $C(\Omega, X)$ en Y sino también las extensiones que existen, proporcionando una mejora incluso al</p>	



teorema clásico de Swartz. Se muestran varios contraejemplos para indicar la precisión de nuestros resultados. Este capítulo se basa en [60].

Resumen en **inglés** que será usado para la base de datos del Ministerio TESEO (máx. 4000 caracteres)

This thesis focuses on the study of p -continuous vector-valued functions. They are functions defined on a compact Hausdorff space with values in a Banach space whose range is p -compact ($1 \leq p \leq \infty$). A subset K of a Banach space X is relatively p -compact if there exists a sequence $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in {}_p C_0(X)$ ($(x_n) \in c_0(X)$ if $p = \infty$) such that $K \subset \{\sum_n \alpha_n x_n : \sum_n |\alpha_n|^{p'} \leq 1\}$, where p' is the conjugate index of p (i.e., $1/p + 1/p' = 1$, with $1/\infty = 0$). From this point of view, the notion of compactness can be seen as the particular case of ∞ -compactness. The set of all these functions is denoted by $C_p(\Omega, X)$, where Ω is a compact Hausdorff space and X is a Banach space.

The thesis has been organized as follows.

In Chapter 1, we present the space of p -continuous X -valued functions, $C_p(\Omega, X)$, and we prove that it is isometrically isomorphic to $C(\Omega) \otimes_{d_p} X$, where d_p is the right Chevet-Saphar tensor norm. We also introduce the space of unconditionally p -continuous vector-valued functions in a natural way and we characterize it by a tensor product too. Tensor products play an important role in this chapter. Both characterizations rely, among others, on an important result about α -nuclear operators, which is proved. This chapter is based on [57].

Chapter 2 collects some topological properties of $C_p(\Omega, X)$. Namely, we obtain some results related to density of simple vector-valued functions in $B(\Sigma) \otimes_{d_p} X$ (where $B(\Sigma)$ denotes the space of all bounded Borel-measurable scalar functions defined on Ω), complemented embeddings of $C(\Omega)$ and X in $C_p(\Omega, X)$, and sequences in $C_p(\Omega, X)$. In this chapter, we also study the weak and weak* convergences of sequences in $C_p(\Omega, X)$.

Chapter 3 focuses on a classical result of Analysis: integral representation of operators defined on continuous functions. In particular, we establish two integral representation theorems: one for operators $S \in L(C(\Omega), L(X, Y))$ (which extends the classical Bartle-Dunford-Schwartz representation theorem), and another for operators $U \in L(C_p(\Omega, X), Y)$ (which extends the classical Dinculeanu-Singer representation theorem). We provide an alternative simpler proof of the latter result using the first one. We also build the needed integration theory. This chapter is based on [59].

Chapter 4 deals with the associated operator $U^\#$ defined in Chapter 3. Every operator $U \in L(Z \otimes_{d_p} X, Y)$ has an associated operator $U^\# \in L(Z, L(X, Y))$ defined in a natural way. In this chapter, we study the problem of the existence of an operator $U \in L(Z \otimes_{d_p} X, Y)$ such that $U^\# = S$ for a given operator $S \in L(Z, L(X, Y))$, solving a long-standing conjecture by Dinculeanu. This chapter is based on [58].

Chapter 5 is devoted to the study of absolutely (r, q) -summing operators from $C_p(\Omega, X)$ to Y . We study the interplay between U , its associated operator $U^\#$, and its representing measure (built in Chapter 3). Since $C_\infty(\Omega, X) = C(\Omega, X)$, this encompasses not only the classical Swartz theorem about absolutely summing operators from $C(\Omega, X)$ to Y but also its existing extensions, providing an improvement even to the Swartz theorem. Counterexamples are exhibited to indicate sharpness of our results. This chapter is based on [60].

Palabras claves en **castellano** que deben coincidir con las enviadas a la base de datos TESEO (máx. 5 descriptores o palabras claves, separadas por coma)

funciones vectoriales p -continuas, productos tensoriales, representación integral, medidas vectoriales y con rango en un espacio de operadores, operadores absolutamente (r, q) - y absolutamente q -sumantes.

Palabras claves en **inglés** que deben coincidir con las enviadas a la base de datos TESEO (máx. 5 descriptores o palabras claves, separadas por coma)

p -continuous vector-valued functions, tensor products, integral representation, vector-valued and operator-valued measure, absolutely (r, q) - and absolutely q -summing operators.

¿TESIS POR COMPENDIO DE PUBLICACIONES?



(tachar lo que no proceda)

Algunas publicaciones, por respeto a los posibles conflictos de propiedad intelectual relativos a su difusión, serán sustituidas por referencia, resumen y DOI o enlace al artículo.

En Huelva, 2 de MAYO de 2017

Firma del interesado

Fdo. FERNANDO MUÑOZ JIMÉNEZ