INGENIERÍA QUÍMICA
1er curso

FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INGENIERÍA

PRÁCTICA 4

ESTUDIO DEL RESORTE

Departamento de Física Aplicada
Escuela Politécnica Superior de la Rábida.

IV. Estudio del resorte

1. Objetivos

- Medida de la constante elástica de dos resortes empleando:
  (a) métodos estáticos.
  (b) métodos dinámicos.

2. Fundamento teórico

Un *resorte* no es más que un muelle de forma helicoidal (de alambre u otro material análogo). Si el resorte se encuentra fijo por uno de sus extremos y aplicamos una fuerza longitudinal al resorte (es decir, a lo largo de la dirección del muelle), éste se deforma bien alargándose o bien comprimiéndose dependiendo del sentido de la fuerza aplicada. La **ley de Hooke** establece que la deformación del muelle es proporcional a la fuerza aplicada siempre que no se sobrepase el límite de elasticidad del resorte (es decir, siempre que las deformaciones sean relativamente pequeñas).

Consideremos un resorte no deformado en equilibrio. Apliquemos una fuerza $\mathbf{F}$ continuada sobre el resorte de forma que siga en equilibrio. Sea Δx la deformación que experimenta el resorte. En esta nueva situación de equilibrio, la suma de las fuerzas que actúan sobre el resorte debe ser nula. Además de la fuerza aplicada $\mathbf{F}$ sobre el resorte debe actuar otra fuerza igual y de sentido contrario. Dicha fuerza se denomina **fuerza elástica**, $\mathbf{F}_{\text{el}}$. Se tiene que

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{el}} = \mathbf{0} \qquad \Longrightarrow \qquad F - F_{\text{el}} = 0 \tag{1}$$

Dado que la fuerza deformadora (F) y la deformación son proporcionales, y según la condición de equilibrio:

$$F_{\text{el}} = -k\Delta x \tag{2}$$

que es otra forma de expresar la ley de Hooke. Dicha fuerza se denomina también *fuerza recuperadora*, ya que si dejara de actuar la fuerza externa F (el resorte ya no estaría en equilibrio) la fuerza elástica que actúa sobre el resorte tiende a que éste recupere su forma natural (no deformado).

La constante k que aparecen en la ley de Hooke (2) se denomina **constante elástica** del resorte, siendo su unidad en el SI $\mathrm{N \cdot m^{-1}}$. Dicha constante depende de la naturaleza del resorte. Evidentemente, cuanto mayor sea k, mayor será la fuerza que habría que realizar sobre el resorte para producir una deformación dada.

Consideremos un muelle en movimiento y sea x la posición instantánea del extremo del muelle respecto a la posición de equilibrio. Si el resorte se mueve únicamente bajo la acción de la fuerza elástica, se tiene que, según la segunda ley de Newton:

$$-k\,x = M\,a \qquad \Longrightarrow \qquad a = -\frac{k}{M}\,x \tag{3}$$

expresión que nos indica que el resorte describe un *movimiento armónico simple*. La frecuencia angular del MAS y el periodo correspondiente vienen dados entonces por:

$$\omega^2 = \frac{k}{M} \qquad \Longrightarrow \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \qquad \Longrightarrow \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \tag{4}$$

Consideremos un resorte de masa despreciable colgado verticalmente en equilibrio. Si colgamos una masa m del extremo libre, el resorte se deforma una cierta cantidad Δx siendo la fuerza deformadora la fuerza peso mg. En la nueva posición de equilibrio, se tendrá que:

$$mg - k\Delta x = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{\Delta x = \frac{g}{k}\,m} \tag{5}$$

Si estiramos ligeramente el muelle y soltamos, es directo comprobar que la masa m realiza un MAS. En efecto; si x representa la posición instantánea de x respecto a la posición de equilibrio, se tiene que

$$mg - k(x + \Delta x) = ma \tag{6}$$

donde hemos tenido en cuenta que el alargamiento neto (deformación) del muelle es $(x + \Delta x)$. Teniendo en cuenta, según (5) que $mg - k\Delta x = 0$, se verifica que la aceleración de m es:

$$a = -\frac{k}{m}\, x \tag{7}$$

con lo que, efectivamente, m realiza un MAS respecto a la posición de equilibrio, siendo el periodo de las oscilaciones:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{8}$$

La ecuación anterior es válida siempre que trabajemos en el límite de pequeñas oscilaciones. Por otra parte, en la deducción anterior **no hemos tenido en cuenta la masa del resorte**. Si se tiene en cuenta la masa del resorte (M), se puede comprobar que la expresión del periodo de las oscilaciones viene dado por:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m + AM}{k}}} \tag{9}$$

donde A es una nueva constante.

La expresión (5) permite determinar la constante de un resorte por **procemientos estáticos**, mientras que la expresiones (8) o (9) (una u otra dependiendo de que se pueda despreciar la masa del resorte frente a m) nos permiten determinar k por **procedimientos dinámicos**.

3. Procedimiento experimental

Determinaremos la constante elástica de dos muelles, siendo uno de ellos más rígido que el otro. Empezaremos siempre a hacer medidas primero con el más rígido (MUELLE 1) y posteriormente con el otro (MUELLE 2).

3.1 Metodo estatico

1. Cuelga verticalmente el MUELLE 1 y mueve el posicionador hasta marcar la posición en el equilibrio.
2. Cuelga sucesivamente pesas en el extremo libre del resorte (portapesas + pesas). Estando equilibrado el resorte (condiciones estáticas), mueve el segundo posicionador hasta marcar la nueva posición de equilibrio.
3. Anota el valor de m utilizado y mide **con la mayor precisión posible** el valor de la deformación Δx (distancia entre los dos posicionadores) para cada valor de m. Realiza un total de 10 medidas para 10 valores distintos de m. **Observa la precisión de la regla con la que efectúas las medidas**.

   MUELLE 1

m (g)										
Δx (mm)										

4. Repite la operación para el MUELLE 2.

   MUELLE 2

m (g)										
Δx (mm)										

5. Representa gráficamente los valores de la deformación Δx frente a los valores de m y realiza un análisis completo por mínimos cuadrados para cada uno de los muelles.

6. A partir del valor de la pendiente obtenido en el apartado anterior, y teniendo en cuenta la expresión (5), determina el valor de la constante elástica de cada resorte. Considera $g = 9.81$ m/s^2.

3.2 Metodo dinamico

1. Cuelga verticalmente el resorte más rígido y coloca en su extremo el portapesas + una pesa.

2. Desplaza la fotocélula a lo largo de la barra vertical hasta que, aproximadamente, la horquilla se encuentre a la misma altura que el posicionador del resorte.

3. A partir de la nueva posición de equilibrio, alarga **ligeramente** el resorte (para que podamos trabajar en condiciones de pequeñas deformaciones) y permite que oscile.

4. Determina el periodo de las oscilaciones utilizando la fotocélula de doble lectura. Antes de proceder a la lectura, permite que el resorte realice 2-3 oscilaciones para que se estabilice. **Recuerda que el periodo de las oscilaciones corresponde a la suma de los valores que se registran en el contador**. Para cada valor de m realiza dos medidas del periodo y toma como valor de T el correspondiente valor medio.

5. Añade sucesivamente masas en el portapesas. Anota en la tabla correspondiente los valores de m utilizados y mide, en cada caso, el valor del periodo para un total de 8 valores de m. **Anota el valor de la masa M del muelle**.

   MUELLE 1 $M =$

m (g)								
T_1 (ms)								
T_2 (ms)								
T (ms)								

6. Repite la operación para el MUELLE 2.

   MUELLE 2 $M =$

m (g)								
T_1 (ms)								
T_2 (ms)								
T (ms)								

7. Representa para cada muelle el valor de T^2 frente a m. Observa que, a la vista de la expresión (teórica) dada en (9), la dependencia de T^2 frente a m debe ser de tipo lineal. ¿Es esto lo que ves a partir de tus gráficas?

8. Realiza un análisis completo por mínimos cuadrados para cada muelle. Determina (a partir del valor de la pendiente obtenido en el apartado anterior) el valor experimental de la constante elástica de cada muelle así como el valor de la constante A que aparece en la expresión teórica (9).

Cuestiones

1. Compara los valores de las constantes elásticas de cada muelle. ¿Qué muelle tiene mayor constante elástica, el MUELLE 1 (más rígido) o el MUELLE 2 (menos rígido)? ¿Son tus resultados lógicos?

2. ¿Son consistentes los valores de las constantes elásticas obtenidos por los dos procedimientos? Comenta cuál de los dos procedimientos te parece el más preciso para el cálculo de la constante elástica y discute por qué.

3. A la vista de tus resultados, crees que la malla del muelle es despreciable?

4. Demuestra que la fuerza elástica es una fuerza conservativa (es decir, comprueba que su rotacional es nulo) y demuestra que la energía potencial asociada a esta fuerza conservativa viene dada por $U = (1/2)k\,x^2$.