MEMORIA FINAL

Proyecto de Investigación

Desarrollo Profesional a través de la Investigación Colaborativa

sobre Resolución de Problemas

Acogido a la convocatoria de ayudas a proyectos de investigación educativa 1999, regulada por Orden de la Consejería de Educación y Ciencia de 22 de marzo de 1999 (BOJA nº 48 de 24 de abril)

ÍNDICE

Pág.

I. JUSTIFICACIÓN E INTERÉS DEL PROYECTO..... 3

I.1. PRIMERA FUENTE: LA ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA..... 3

I.1.1. DCB (Diseño Curricular Base. Educación Primaria- MEC, 1989).... 4

I.1.2. Diseños Curriculares de la Reforma. Educación Primaria. Área de Lógica-Matemática (Junta de Andalucía, 1990)..... 10

I.1.3. Real Decreto 1006/1991 de 14 de junio por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria..... 11

I.1.4. Decreto 105/92 de 9 de junio de 1992 por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía... 15

I.2. SEGUNDA FUENTE: DEBATE CURRICULAR Y CONCEPCIÓN DE LA MATEMÁTICA, SU ENSEÑANAZA Y APRENDIZAJE..... 22

II. BASES TEÓRICO-PRÁCTICAS DE LA INVESTIGACIÓN..... 26

III. PROBLEMA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN..... 29

IV. PROCESO: METODOLOGÍA Y RESULTADOS..... 30

V. EVALUACIÓN Y CONCLUSIONES..... 36

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 39

VII. ANEXOS..... 43

I. JUSTIFICACIÓN E INTERÉS DEL PROYECTO

Como comentábamos en la solicitud, promover el desarrollo profesional de los maestros y tratar que nuestros alumnos aprendan mejor son razones suficientes para justificar un proyecto, a lo que, en este caso, hay que añadir la especificidad del tema: resolución de problemas, entendida como metodología que pone en práctica el maestro en su enseñanza y como marco interpretativo de la práctica profesional, en conexión con concepciones y creencias, así como actividad que debe dominar el alumnado.

Es fundamentalmente esta última frase la que nos llevó a la elección del tema del proyecto, basado en lo que se entiende como conocimiento escolar deseable. Por ello hemos de aludir en primer lugar a la LOGSE: *La Educación Primaria contribuirá a desarrollar en los niños las siguientes capacidades:...c) Aplicar a las situaciones de la vida cotidiana operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales* (art. 13). De esta forma, la ley sitúa en el plano general un objetivo inmerso en el aprendizaje matemático.

No obstante, el documento fundamental que define el conocimiento escolar es el **Real Decreto 1006/1991 de 14 de junio por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria**, pues, si bien ha sido objeto de plasmación y desarrollo por parte de la Consejería de Educación y Ciencia de la Comunidad Autónoma Andaluza, es un documento prescriptivo. Por ello, no repetiremos, cuando nos refiramos al **Decreto 105/92 de 9 de junio de 1992 por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía**, aspectos suficientemente claros o evidentes en el primero.

Anteriores a estos decretos hay que situar dos documentos no normativos de gran relevancia para esta Etapa. De un lado, el **DCB (Diseño curricular base. Educación Primaria -MEC, 1989)**, y, de otro, los **Diseños curriculares de la Reforma. Educación Primaria (Junta de Andalucía, 1990)**.

A través de estos documentos (I.1.) y de las referencias a la literatura de investigación en torno al debate curricular (I.2.), trataremos de poner de relieve las aportaciones existentes (y que compartimos) a la consideración de la Resolución de Problemas dentro del conocimiento escolar, así como nuestra visión al respecto. Se trata de aportaciones que, realzando el papel de la Resolución de Problemas, no le conceden la exclusividad como metodología adecuada.

I.1. PRIMERA FUENTE: LA ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

Los textos seleccionados corresponden a una concepción de la matemática escolar que destaca

a) la necesidad de resolver problemas cotidianos,
b) el papel de la resolución de problemas no estrictamente matemáticos como base de elaboración de conocimiento matemático,
c) la diferencia entre los problemas que necesita resolver un niño y un adulto,
d) la importancia del empleo del razonamiento empírico-inductivo,

e) la adecuación de determinadas formas de actividad matemática, como elaborar estrategias de resolución de problemas, para favorecer el desarrollo y adquisición de capacidades cognitivas,
f) la necesidad de fomentar actitudes como la tenacidad en la búsqueda de soluciones a los problemas, la flexibilidad para cambiar de punto de vista, el gusto hacia las matemáticas y la autoestima,
g) la necesidad de que el niño sea capaz de identificar en su vida situaciones problemáticas,
h) la importancia del desarrollo de estrategias personales,
i) la conveniencia de resolver problemas que posean soluciones distintas.

I.1.1. DCB (DISEÑO CURRICULAR BASE. EDUCACIÓN PRIMARIA -MEC, 1989)

Consideraciones generales

El DCB, en ÁREA 6. Matemáticas, en la Introducción, afirma:

> "*La perspectiva histórica muestra claramente que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en dicha evolución desempeña a menudo un papel de primer orden su interrelación con otros conocimientos y la necesidad de resolver determinados problemas prácticos*" (p. 377).

Explicita así una determinada concepción de la matemática. De hecho, se trata de la concepción que podríamos llamar dinámica o de resolución de problemas:

> "*La matemática se concibe como un conocimiento sometido a una revisión constante que depende del contexto social, cultural y científico, lo que hace que la veracidad de sus resultados y procedimientos sea relativa. Esa relación con el contexto impregna a la matemática de una serie de valores. Los elementos que conforman su núcleo son las estructuras conceptuales, que permiten un entramado de relaciones entre conceptos y tópicos, así como los procedimientos matemáticos específicos y las estrategias generales.*
> *El fin que persigue la creación del conocimiento matemático es el desarrollo de las capacidades intelectuales del ser humano, quedando la evolución de la matemática, por tanto, subyugada al progreso humano.*
> *Desde una perspectiva dinámica, la matemática se concibe como campo de creación continua, teniendo como principal impulsor la resolución de problemas. El conocimiento matemático se construye, bajo un punto de vista antropológico, por interacción social, para dar respuesta a los*

> *problemas sociales, culturales, económicos,..., empleando para su validación una combinación de procesos inductivos y deductivos siguiendo el esquema de Lakatos (conjeturas, pruebas y refutaciones).*" (Carrillo, 1996, p. 75-76)

A continuación, estableciendo ya conexiones entre la concepción de la matemática anteriormente explicitada y la concepción de la enseñanza de la matemática, dice el DCB:

> "*Esta consideración epistemológica tiene importantes repercusiones desde el punto de vista curricular. En efecto, sería cuanto menos contradictorio con el camino seguido en su propia génesis histórica, al igual que con el estado actual del conocimiento, presentar las matemáticas a los alumnos bajo un aspecto monolítico, cerrado y alejado de la realidad. En lo que concierne más concretamente a este último punto, debe tenerse en cuenta, por una parte, que determinados conocimientos matemáticos permiten modelizar y resolver problemas de otros campos y, por otra, que a menudo estos problemas no estrictamente matemáticos en su origen proporcionan la base intuitiva sobre la que se elaboran nuevos conocimientos matemáticos.*" (p. 378).

La asociación entre modelización y resolución de problemas es coherente con la afirmación de Blum y Niss (1991) en relación a los problemas escolares:

> "*El punto de partida es un problema aplicado o, como también lo llamamos, una situación problemática real. Esta situación tiene que ser simplificada, idealizada, estructurada, sometida a condiciones e hipótesis apropiadas, y tiene que ser precisada más por el resolutor de acuerdo con sus intereses. Eso conduce a un modelo real de la situación original que, por una parte, todavía contiene rasgos esenciales de la situación original, pero, por otra parte, está ya esquematizado de tal manera que (en la medida de lo posible) permite su abordaje con medios matemáticos*" (p. 38).

Por otro lado, la última frase puede aplicarse tanto a gran parte de los conocimientos matemáticos a lo largo de la historia como a la forma en que construyen los alumnos sus conocimientos, en concordancia con una teoría constructivista del aprendizaje, inmersa en la tendencia investigativa:

> "*Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.*

> *El aprendizaje comienza, normalmente, por la observación de regularidades que permiten aflorar una conjetura; pero a ésta ha de seguir una comprobación razonable y, en la medida de lo posible, una generalización adecuada.*" (Carrillo, 1996, p. 49).

Continúa el DCB hablando de las implicaciones curriculares de la utilización de estrategias o procedimientos generales aplicables en distintos campos, así como de la necesidad de hacer patente la dualidad precisión/estimación como característica de las matemáticas, así como de la importancia del razonamiento inductivo, a cuyo respecto dice:

> "*Otra consecuencia importante se deriva del uso, en el proceso histórico de construcción de las matemáticas, del razonamiento empírico-inductivo en grado no menor que el razonamiento deductivo, desempeñando incluso a menudo un papel mucho más activo en la elaboración de nuevos conceptos que este último. Esta afirmación vale no sólo desde el punto de vista histórico, sino que describe cómo proceden los matemáticos en su trabajo. Los tanteos previos, los ejemplos y contraejemplos, la solución de un caso particular, la posibilidad de modificar las condiciones iniciales y ver qué sucede, etc., son las auténticas pistas para elaborar proposiciones y teorías. Esta fase intuitiva es la que convence íntimamente al matemático de que el proceso de construcción del conocimiento va por buen camino. La deducción formal suele aparecer casi siempre en una fase posterior. Esta constatación se opone frontalmente a la tendencia, fácilmente observable en algunas propuestas curriculares, a relegar los procedimientos intuitivos a un segundo plano, tendencia que priva a los alumnos del más poderoso instrumento de exploración y construcción del conocimiento matemático...*
> *...Desde una perspectiva pedagógica -y también epistemológica...-, es importante diferenciar el proceso de construcción del conocimiento matemático de las características de dicho conocimiento en un estado avanzado de elaboración. La formalización, la precisión y la ausencia de ambigüedad del conocimiento matemático no es el punto de partida, sino más bien el punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para conocerla, analizarla y transformarla...*
> *...Tanto en la génesis histórica como en su apropiación individual por los alumnos, la construcción del conocimiento matemático es inseparable de la actividad concreta sobre los objetos, de la intuición y de las aproximaciones inductivas impuestas por la realización de tareas y la resolución de problemas particulares.*" (pp. 378, 379).

El último párrafo de la cita anterior del DCB enfatiza además el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje, concordando con uno de los indicadores de la tendencia investigativa:

> "*Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen soluciones hechas.*" (Carrillo y Contreras, 1995, p. 88; Carrillo, 1996, p. 46).

La Resolución de Problemas

El DCB justifica en la Introducción la inclusión de las matemáticas en el curriculum de Primaria, destacando la elaboración de estrategias de resolución de problemas como actividad potenciadora del desarrollo cognitivo:

> "*La finalidad formativa del aprendizaje de las matemáticas ha sido el argumento tradicionalmente utilizado para justificar su inclusión en el currículo de la Educación Obligatoria. Aunque en la actualidad el peso de este argumento ha disminuido considerablemente -entre otras razones, porque se ha tomado conciencia de que su mayor o menor incidencia sobre la formación intelectual de los alumnos, al igual que sucede con los contenidos de las otras áreas curriculares, depende sobre todo de la manera como se enseñan y se aprenden-, sigue pareciendo razonable suponer que determinadas formas de actividad matemática (por ejemplo, seleccionar y aplicar algoritmos, elaborar estrategias de resolución de problemas, realizar inferencias, explorar e identificar relaciones entre objetos, situaciones o sucesos, buscar semejanzas y diferencias, etc.) favorecen el desarrollo y la adquisición de capacidades cognitivas muy generales contempladas en los Objetivos Generales de la Educación Obligatoria.*" (p. 382).

También resalta aspectos que tradicionalmente no han sido tenidos en cuenta:

> "*Pero la actividad matemática no sólo contribuye a la formación de los alumnos en el ámbito del pensamiento lógico-matemático, sino en otros aspectos muy diversos de la actividad intelectual como la creatividad, la intuición, la capacidad de análisis y de crítica, etc. También puede ayudar al desarrollo de hábitos y actitudes positivas frente al trabajo, favoreciendo la concentración ante las tareas, la tenacidad en la búsqueda de soluciones a un problema y la flexibilidad necesaria para poder cambiar de punto de vista en el enfoque de una situación. Asimismo, y en otro orden de cosas, una relación de familiaridad y gusto hacia las matemáticas puede contribuir de forma importante al desarrollo de la*

> *autoestima, en la medida en que el alumno llegará a considerarse capaz de enfrentarse de modo autónomo a numerosos y variados problemas.*" (ibid).

De este modo, pone de relieve, de nuevo, la gran consideración del DCB por la resolución de problemas, al mismo tiempo que por el aprendizaje autónomo, el *aprender a aprender*, finalidad formativa de la asignatura característica de la tendencia investigativa:

En el apartado Las matemáticas en la Educación Primaria, el DCB aconseja:

> "*prestar especial atención al desarrollo de estrategias personales de resolución de problemas, potenciando la inclusión en las mismas de los conocimientos matemáticos que se vayan adquiriendo (representaciones gráficas y numéricas, registro de las alternativas exploradas, simplificación del problema,...).*" (p. 387),

donde es remarcable la consideración de las estrategias personales como marco en el que interpretar los conocimientos matemáticos.

Pasando al apartado de Objetivos Generales, tres son los objetivos que más explícitamente tratan de resolución de problemas:

> "*1. Identificar en su vida cotidiana situaciones y problemas susceptibles de ser analizados con la ayuda de códigos y sistemas de numeración, utilizando las propiedades y características de éstos para lograr una mejor comprensión de los mismos y encontrar soluciones pertinentes...*
>
> *...4. Identificar en su vida cotidiana situaciones y problemas para cuyo tratamiento se requieren operaciones elementales de cálculo (suma, resta, multiplicación y división), discriminando la pertinencia de las mismas y utilizando los algoritmos correspondientes...*
>
> *...6. Elaborar y utilizar estrategias personales de cálculo mental para la resolución de problemas sencillos a partir de su conocimiento de las propiedades de los sistemas de numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).*" (pp. 391, 392).

Además del uso de estrategias personales, se observa la importancia concedida a las situaciones cotidianas, en clara concordancia con el sentido de la matemática escolar para la tendencia investigativa:

> "*La matemática escolar, de diferente naturaleza que la matemática formal, tiene su punto de partida en la etnomatemática de los alumnos y recoge las*

> *necesidades sociopolíticas, culturales,... "Hacer matemáticas" con un carácter más formal proviene del análisis de lo concreto.*" (Carrillo, 1996, p. 48).

En Bloques de contenido, la importancia de la resolución de problemas se hace aún más explícita:

> "*[Merece especialmente ser recordada] la existencia en el edificio matemático de estrategias o procedimientos generales (por ejemplo, numerar, contar, ordenar, seriar, clasificar, representar, etc.) que permiten abordar una situación desde ópticas específicas diferentes y diferentes situaciones desde una misma óptica. La asunción de esta característica conduce a atribuir una importancia considerable al enfoque de resolución de problemas, desde el inicio mismo de la Educación Primaria, como una vía privilegiada para la adquisición y el dominio funcional de estas estrategias y procedimientos generales.*" (pp. 393, 394).

Esta consideración se concreta en cada bloque de contenido.

También dentro de Orientaciones didácticas y para la evaluación, el apartado Orientaciones específicas dedica todo un subapartado a la resolución de problemas, lo que definitivamente enfatiza el papel que el DCB pretende desempeñe la resolución de problemas en el aula, constituyéndose de esta suerte incluso en un caracterizador del propio DCB.

> "***Resolución de problemas***
>
> *44. La resolución de problemas dentro del currículo de Matemáticas es un contenido prioritario, porque es un medio de aprendizaje y refuerzo de contenidos, da sentido aplicativo al área y permite la interrelación entre los distintos bloques y las restantes áreas.*
>
> *45. La resolución activa de problemas es considerada como el método más conveniente de aprender Matemáticas; es la aplicación de las Matemática a diversas situaciones. Las situaciones-problema presentadas pueden ser más o menos complejas, pueden aparecer con datos completos o incompletos, pueden tener una solución o varias, estar presentados de forma gráfica o no, con datos numéricos o sin ellos,...*
> *Los problemas elegidos en la escuela deberán sacarse de situaciones que partan de la realidad de los alumnos, excluyendo enunciados que reproduzcan estereotipos sexistas (situaciones de la vida cotidiana del colegio, de la economía familiar, con juegos y juguetes, con deportes,...), que provoquen su interés y que mantengan su atención, y de situaciones*

imaginadas que sean sugerentes y atractivas para el niño. Es interesante proponer problemas abiertos con dificultades crecientes, de manera que sea posible hacer conjeturas, buscar analogías y referirlos a situaciones más generales para que pueda encontrar respuesta a las nuevas situaciones-problema que se le plantean.

46. La dificultad que ha supuesto para los alumnos la resolución de problemas radica, en general, en unos planteamientos metodológicos inadecuados y especialmente en la falta de motivación.
En los planteamientos metodológicos se ha de tener en cuenta que el alumno debe perfeccionar y desarrollar sus propias estrategias, a la vez que adquiere otras generales y específicas que le permiten enfrentarse a las nuevas situaciones con probabilidad de éxito. En este sentido se brindará a los niños la oportunidad de familiarizarse con procesos que facilitan la exploración y resolución de problemas como: comprensión y expresión de la situación matemática (verbalización, dramatización, discusión en equipo), extracción de datos y análisis de los mismos, representación en forma gráfica del problema o situación, formulación de conjeturas y verificación de su validez o no, exploración mediante ensayo y error, formulaciones nuevas del problema, comprobación de resultados y comunicación de los mismos. Se hace necesario, asimismo, desarrollar la capacidad de persistir en la exploración de un problema.

47. La motivación se puede conseguir con problemas bien seleccionados por el maestro, con enunciados sencillos, tomados todos ellos en diferentes situaciones y contextos que faciliten la adquisición de contenidos. No habrá que olvidar que tienen que estar formulados en términos familiares, y que habrá que buscar diversos apoyos manipulativos y gráficos. En cuanto a la formulación, el maestro deberá cuidar que pueda comprenderse fácilmente, no solamente el vocabulario matemático sino también las expresiones usuales, aparentemente sencillas, pero a veces difíciles de entender por el alumno.
Como conclusión, si al niño no se le permite abordar problemas de un nivel adecuado a sus conocimientos y su esfuerzo no se ve compensado por el éxito, sus capacidades de resolución de problemas no se desarrollan de forma satisfactoria." (pp. 421, 422)

I.1.2. DISEÑOS CURRICULARES DE LA REFORMA. EDUCACIÓN PRIMARIA. ÁREA DE LÓGICA-MATEMÁTICA (JUNTA DE ANDALUCÍA, 1990)

Las recomendaciones del DCB se han visto plasmadas en **Diseños curriculares de la Reforma. Educación Primaria. Área de Lógica-Matemática (Junta de Andalucía, 1990)**, de donde sólo extraeremos algunas puntualizaciones por no caer en la reiteración.

En el apartado Objetivos Generales del Área puede leerse:

> "*5º Desarrollar la capacidad y la disposición de identificar, plantear y resolver problemas de índole lógico-matemática.*
> *...Esto supone admitir la posibilidad de reorganizaciones distintas y por lo tanto también de soluciones distintas para una misma situación problemática. Esto se llegará a admitir tras la contrastación y la valoración de las conclusiones obtenidas por otros compañeros ante un mismo problema.*" (p. 204).

Enfatiza, por tanto, la posibilidad de existencia de distintas soluciones a un mismo problema, lo que entronca con el fomento de una actitud abierta, algo tan necesario en estos días de desigualdades e incomprensión por parte de algunos núcleos sociales.

De forma esquemática también podemos ver la atención prestada a la resolución de problemas en el apartado Contenidos, dentro del subapartado de Procedimientos:

> "***Procedimientos***
>
> *- Prever, estimar aproximadamente, comprobar y simplificar procesos y resultados.*
>
> *- Modelizar y generalizar procesos y tipificar resultados.*
>
> *- Selección y utilización de las estrategias mentales adecuadas.*
>
> *- Aplicación de las estructuras conceptuales a situaciones reales: identificar el problema, elaborar conjeturas, prever procesos y resultados, estimarlos aproximadamente, comprobarlos, interpretarlos y tratar de justificarlos.*" (p. 208bis),

donde detalla algunas estrategias generales.

I.1.3. REAL DECRETO 1006/1991 DE 14 DE JUNIO POR EL QUE SE ESTABLECEN LAS ENSEÑANZAS MÍNIMAS CORRESPONDIENTES A LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Aparte del espíritu de estos diseños (I.1.2.), contamos con la coincidencia en el tema que nos ocupa de lo que anteriormente llamamos documento fundamental que define el conocimiento escolar, el **Real Decreto 1006/1991 de 14 de junio por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria**. Como es sabido, se trata de un texto de gran riqueza que, filtrado por los técnicos en la materia, trató de recoger (y en buena medida lo consiguió) el fruto de la experimentación que le precedió

(parcialmente plasmada, en lo que a intenciones se refiere, en los diseños que se acaban de comentar).

Pasando a aspectos directamente relacionados con la resolución de problemas, aunque no exclusivamente matemáticos, en el Artículo 2 señala como objetivos:

> "*c) Utilizar en la resolución de problemas sencillos los procedimientos oportunos para obtener la información pertinente y representarla mediante códigos, teniendo en cuenta las condiciones necesarias para su solución.*
>
> *d) Identificar y plantear interrogantes y problemas a partir de la experiencia diaria, utilizando tanto los conocimientos y los recursos materiales disponibles como la colaboración de otras personas para resolverlos de forma creativa.*".

Es de resaltar la consideración de la búsqueda de información, el planteamiento de problemas (no sólo su identificación y resolución) y su abordaje creativo, tres aspectos que bien podrían estimarse como vertebradores del proceso de resolución de problemas. Se trata, pues, de que el alumno adquiera la suficiente autonomía para buscar problemas o situaciones problemáticas, posea un conocimiento procedimental adecuado para indagar en busca de información, y tenga una elevada autoestima para dejarse llevar por su espíritu creativo.

En concordancia con la justificación ya mencionada de la inclusión de las Matemáticas en el curriculum, este Real Decreto abunda en ella, y en la Introducción del Anexo I (Educación Primaria. Matemáticas) dice:

> "*Ciertamente, las matemáticas han de contribuir a objetivos educativos generales vinculados al desarrollo de capacidades cognitivas. Sin embargo, y en conexión con ello, hay que destacar también el valor funcional que poseen como conjunto de procedimientos para resolver problemas en muy diferentes campos, para poner de relieve aspectos y relaciones de la realidad no directamente observables, y para permitir anticipar y predecir hechos, situaciones o resultados antes de que se produzcan o se observen empíricamente. Ambos aspectos, el funcional y el formativo, son indisociables y complementarios, no antagónicos.*"

Este párrafo explicita el papel universal de la resolución de problemas para fomentar los aspectos funcionales de la matemática.

Entrando en los *Principios que presiden la selección y organización de los contenidos*, destaca, al igual que lo hiciera el DCB, una concepción dinámica y constructiva del conocimiento matemático, con sus evidentes repercusiones en la enseñanza. Asimismo, y

también en concordancia con la modelización que permite la resolución de problemas que propugna el DCB, este Real Decreto dice:

> "*Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje de las matemáticas con la experiencia de alumnos y alumnas, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de resolución de problemas y de contraste de puntos de vista en esta resolución. En relación con ello, hay que presentar las matemáticas como un conocimiento que sirve para almacenar una información de otro modo inasimilable, para proponer modelos que permiten comprender procesos complejos del mundo natural y social, y para resolver problemas de muy distinta naturaleza, y que todo ello es posible gracias a la posibilidad de abstracción, simbolización y formalización propia de las matemáticas.*".

De este modo, relaciona claramente el conocimiento matemático con otras áreas de conocimiento, al mismo tiempo que destaca facultades propias del conocimiento matemático, todo ello inmerso en contextos de resolución de problemas. Y añade:

> "*Junto con ello, los alumnos y alumnas tendrán que adquirir una actitud positiva hacia las matemáticas, siendo capaces de valorar y comprender la utilidad del conocimiento matemático, así como de experimentar satisfacción por su uso, por el modo en que permite ordenar la información, comprender la realidad y resolver determinados problemas.*".

De esta forma, pone el dedo en la llaga caracterizadora del aprendizaje tradicional de las matemáticas: el desaliento, la frustración e incluso la aversión hacia las matemáticas. No debería intentar el profesor formar futuros matemáticos, sino *pequeños* matemáticos, o mejor, personas que valoren el conocimiento y, en particular, la aportación que al mismo efectúa la matemática.

Dentro del apartado Objetivos Generales, en el bloque de Números, es de destacar el procedimiento

> "*2. Explicación oral del proceso seguido en la realización de cálculos y en la resolución de problemas numéricos u operatorios.*".

Este procedimiento explicita el papel de la verbalización de los procesos de pensamiento, lo cual permite, además de una constatación clara de los mismos, una mejora en los aspectos lingüísticos, y la actitud:

> "*4. Gusto por la presentación ordenada y clara de los cálculos y de sus resultados.*".

Pone, pues, de manifiesto la necesidad de una adecuada explicitación del estado de la ejecución, lo que favorece, además de una visión global del proceso, la posibilidad de comunicación con los compañeros, otorgándole un sentido social al aprendizaje y al conocimiento, lo que entronca con una de las características del modelo dinámico de concepción de la matemática:

> "*El conocimiento matemático se construye, desde una perspectiva antropológica, por interacción social*." (Carrillo, 1996, p. 74).

Todo lo anterior tiene su correspondencia en los criterios de evaluación. En el apartado Criterios de evaluación destacamos lo siguiente:

> "*1. En un contexto de resolución de problemas sencillos, anticipar una solución razonable y buscar los procedimientos matemáticos más adecuados para abordar el proceso de resolución.*
> *Este criterio está dirigido especialmente a comprobar la capacidad del alumno o la alumna en la resolución de problemas, atendiendo al proceso que ha seguido. Se trata de verificar que el alumnado trata de resolver un problema de forma lógica y reflexiva.*
>
> *2. Resolver problemas sencillos del entorno aplicando las cuatro operaciones con números naturales y utilizando estrategias personales de resolución.*
> *Con este criterio se pretende evaluar que el alumnado sabe seleccionar y aplicar debidamente las operaciones de cálculo en situaciones reales. Se deberá atender a que sean capaces de transferir los aprendizajes sobre los problemas propuestos en el aula a situaciones fuera de ella.*
>
> *12. Expresar de forma ordenada y clara los datos y las operaciones realizadas en la resolución de problemas sencillos.*
> *Este criterio trata de comprobar que el alumno o la alumna comprende la importancia que el orden y la claridad tienen en la presentación de los datos de un problema, para la búsqueda de una buena solución, para detectar los posibles errores y para explicar el razonamiento seguido. Igualmente, trata de verificar que comprende la importancia que tiene el cuidado en la disposición correcta de las cifras al realizar los algoritmos de las operaciones propuestas.*
>
> *13. Perseverar en la búsqueda de datos y soluciones precisas en la formulación y la resolución de un problema.*
> *Se trata de ver si el alumno valora la precisión en los datos que recoge y en los resultados que obtiene y si persiste en su búsqueda, en relación con*

> *la medida de las distintas magnitudes, con los datos recogidos para hacer una representación gráfica y con la lectura de representaciones.*"

Estos criterios ponen el énfasis en los aspectos anteriormente señalados y el primero destaca la actitud reflexiva como adecuada para resolver problemas (se ha insistido mucho en que los alumnos hagan, pero no debemos quedarnos ahí, también es preciso que los alumnos reflexionen sobre lo que hacen), mientras que el segundo se refiere a las transferencias de aprendizaje (objetivo de gran valor educativo, pues la escuela, no sólo no debe estar de espaldas a su entorno, sino que debe surtirse de contextos procedentes de él y, además, debe tender a considerar el entorno como primer evaluador del aprendizaje).

I.1.4. DECRETO 105/92 DE 9 DE JUNIO DE 1992 POR EL QUE SE ESTABLECEN LAS ENSEÑANZAS CORRESPONDIENTES A LA EDUCACIÓN PRIMARIA EN ANDALUCÍA

Prolongación autonómica del Real Decreto anteriormente comentado es el **Decreto 105/92 de 9 de junio de 1992 por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía**.

En su Introducción, bastante rica en principios, dice:

> "*La educación es una construcción social que configura, en buena medida, el futuro colectivo y garantiza la necesaria adaptación a las situaciones nuevas generadas por los cambios propios de nuestro tiempo... Supera una perspectiva centrada únicamente en aspectos técnicos y científicos, para completarla con la consideración de la dimensión sociocultural y axiológica... Tal formación plena ha de ir dirigida al desarrollo de su capacidad para ejercer, de manera crítica y en una sociedad axiológicamente plural, la libertad, la tolerancia y la solidaridad así como para intervernir autónomamente en el proceso de desarrollo de nuestra sociedad.*",

donde los que estamos convencidos de las posibilidades de la resolución de problemas encontramos justificación para erigirla como metodología básica. La adaptabilidad a situaciones nuevas, la pluralidad de valores y la autonomía pueden favorecerse desde la resolución de problemas. No obstante, no se trata esto de una cruzada, dogmática de por sí, sino de una apuesta que deja abiertas las puertas a la compaginación de otras estrategias metodológicas.

En sintonía con la Introducción, el apartado Ordenación de la Educación Primaria, en su Artículo 4, al referirse a las capacidades, apunta (además de otras coincidentes con el Real Decreto):

"*b) Actuar con autonomía en las actividades habituales y en las relaciones de grupo, desarrollando las posibilidades de tomar iniciativas y establecer relaciones afectivas.*

c) Colaborar en la planificación y realización de actividades de grupo, aceptar las normas y reglas que democráticamente se establezcan, respetando los diferentes puntos de vista y asumiendo las responsabilidades que corresponda.

d) Establecer relaciones equilibradas, solidarias y constructivas con las personas en situaciones sociales conocidas.".

Se pone así de manifiesto la necesidad de tomar decisiones, respetar otras formas de ver las cosas, asumir responsabilidades y relacionarse de forma solidaria, capacidades que pueden favorecerse a través de las actividades de resolución de problemas tanto de forma individual como en grupo.

Al permitir la resolución de problemas, por otra parte, la consideración de diferentes niveles en el aula, es adecuada para atender a la diversidad:

"ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD
ARTÍCULO 16
...
2. Las adaptaciones curriculares a las que se refiere este artículo comprenderán la adecuación de los objetivos educativos, la eliminación o inclusión de determinados contenidos, la metodología que se va a seguir y la consiguiente modificación de los criterios de evaluación, así como la ampliación de las actividades educativas de determinadas áreas curriculares."

Este decreto se refiere también a la calidad de enseñanza y en el apartado del mismo nombre, Artículo 21, señala:

"*2. Periódicamente el profesorado deberá realizar actividades de actualización científica, tecnológica y didáctica en los centros educativos y en instituciones formativas específicas.*".

En este menester es donde la resolución de problemas como estrategia metodológica para el alumno puede convertirse en estrategia de formación de profesores, con las esperadas mejoras tanto en la capacitación específica personal como en las concepciones sobre la matemática y su enseñanza (Carrillo, 1994), variables que condicionan en gran medida la

práctica docente y, por consiguiente, el conocimiento, las concepciones y la vida de los alumnos.

Aún dentro de las consideraciones generales, el Anexo I se titula Aspectos generales de la Educación Primaria. En su Introducción se da espacio a la resolución de problemas cuando se afirma:

> "*Niños y niñas empiezan a descubrirse como individuos con deseos, sentimientos y pensamientos propios y con capacidad para elaborar juicios y criterios personales.*".

En contraposición con métodos tradicionales, la resolución de problemas permite compaginar el aprendizaje de hechos y conceptos con el de procedimientos y actitudes, por lo que se relaciona con una de las frases del apartado Contenidos dentro de este anexo:

> "*En la práctica educativa, sin embargo, el tratamiento de hechos y conceptos es indisociable de los procedimientos y actitudes correspondientes.*"

Continúa este apartado diciendo:

> "*Es necesario señalar que la propuesta de contenidos debe basarse en una selección cuantitativa y cualitativa de aquellos conocimientos que son relevantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta selección es más necesaria que nunca, en función de la complejidad y la extensión del saber acumulado y organizado en los distintos campos que constituyen el bagaje cultural de la sociedad actual.*".

En este sentido, comentan García y García (1989) que

> *"podríamos decir que aprendemos en cuanto que resolvemos los problemas que se originan en un entorno siempre diverso y cambiante."* (p. 8),

añadiendo que

> *"se trata de no primar el producto del proceso sino el proceso mismo, pues interesa más la dinamización de las ideas referidas a la temática del problema que llegar a una determinada solución."* (p. 9).

Esto enfatiza la idea del cambio continuo de intereses sociales y de la relevancia del proceso como instrumento que facilita la adaptación a dichos cambios, como herramienta que sirve para procesar tan ingente masa de información (Carrillo, 1996, p. 116-117).

Pasando al apartado Orientaciones metodológicas, nos encontramos con la siguiente afirmación:

> "*El diálogo, el debate y la confrontación de ideas e hipótesis deberían constituir, en cada caso, los ejes de cualquier planteamiento metodológico que se realice, caracterizando un modo de entender los procesos de enseñanza en consonancia con la manera en que un individuo es capaz de aprender y asimilar nuevos conocimientos e informaciones.*".

Se pone así de relieve nuevamente la vinculación entre todos los elementos curriculares; en particular, entre la teoría del aprendizaje que fundamenta el curriculum y la metodología que debe impregnar su puesta en práctica. Continúa señalando que

> "*Esta orientación metodológica favorece la consecución de aprendizajes, al considerar en cada momento las ideas y concepciones con los cuales cada persona se enfrenta a un nuevo conocimiento o problema de la realidad.*".

Así enfatiza la finalidad del aprendizaje en relación al enfrentamiento a situaciones nuevas y/o problemáticas, al mismo tiempo que, fiel a la teoría (constructivista) del aprendizaje anteriormente mencionada, considera las ideas previas de los alumnos como punto de partida de cualquier actividad encaminada a propiciar aprendizaje.

Finalmente, nos gustaría resaltar de este apartado el siguiente comentario:

> "*Considerar que el alumno es el protagonista de sus aprendizajes supone disponer que los procesos de enseñanza se adecuen al proceso de aprendizaje de los alumnos y alumnas, siendo éstos el principal punto de referencia para la toma de decisiones en cuanto a la acción metodológica: ideas previas, necesidades e intereses, estilos de pensamiento,... La curiosidad, el gusto por conocer cosas nuevas, la responsabilidad, la capacidad de plantearse problemas y de investigarlos, dependerán de cómo se aborde este principio metodológico, capaz de motivar e interesar a los alumnos en la actividad escolar.*"

Este párrafo destaca la capacidad de plantearse y abordar problemas como objetivo a conseguir en base al respeto a la diversidad de los alumnos, acorde con el principio de que el alumno es el verdadero protagonista de su aprendizaje, aunando, por consiguiente, objetivos, principios psicológicos y metodología, y fomentando la coherencia de los mismos entre el profesorado.

Culmina este anexo con indicaciones sobre evaluación en el apartado Evaluación educativa, donde, tras afirmar que la evaluación debe entenderse como proceso cualitativo y explicativo que informa de los procesos en que están inmersos todos los participantes, señala:

> "*La aplicabilidad de los aprendizajes realizados a otros contextos, la generalización de procedimientos aprendidos a nuevos problemas o la adopción de actitudes para solucionar nuevos conflictos, pueden convertirse en los mejores indicadores de la significatividad y funcionalidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje desarrollados por profesores y alumnos.*".

El primer apartado (Introducción) del Anexo II (Curriculum de la Educación Primaria. Área de Matemáticas) coincide en su filosofía con los principios expuestos en el DCB. Aún así merece la pena destacar, por su claridad expositiva, sus ideas fundamentales:

- Resolución de problemas para capacitar al alumno a integrarse en un mundo en cambio.
- Resolución de problemas como generadora de esquemas de pensamiento y potenciadora de un espíritu crítico. Concepción de la enseñanza a través de la resolución de problemas (tendencia investigativa), en consonancia con una concepción dinámica de la matemática, superadora de la visión estática platónica (Carrillo, 1996, p. 74).

El apartado Objetivos reitera los objetivos ya remarcados, así como la primera parte del apartado Contenidos; ahora bien, del subapartado Operaciones conviene destacar lo que sigue:

> "- *Identificación, formulación y resolución de problemas relacionados con las operaciones.*
> *Tratamiento relevante merece la consideración y secuenciación de los aprendizajes relacionados con la noción de problema y su resolución. Es éste un contenido que tiene mucho de actitudinal ya que implica capacidad de los alumnos para detectar problemas, deseo y gusto por su resolución, y al propio tiempo exige un tratamiento cada vez más riguroso, sistemático y tenaz.*
> *Para resolver problemas no sólo se necesita saber realizar operaciones, sino estar capacitado para discriminar y elegir cuál es la operación que conducirá al resultado que se busca. Los alumnos deben entender las operaciones de manera que su utilización se haga, para ellos necesaria y evidente. La resolución de problemas, así entendida, además de aplicación de las operaciones, es también elemento que interviene en su construcción.*

> *En casos sencillos se pondrá a los alumnos en situaciones de exploración de la noción de casualidad, pretendiendo el descubrimiento del carácter aleatorio de algunas experiencias y la representación sencilla del grado de probabilidad de un suceso experimentado.*
> *El aprendizaje de estos contenidos puede verse favorecido o inhibido en función de las disposiciones y actitudes que los alumnos generen ante ellos. Consecuentemente, se estimulará su aprecio y valoración, la confianza en la propia capacidad para resolver cuestiones operativas y la utilidad y economía que suponen estos procedimientos en muchas de nuestras actividades diarias.*"

De esta forma resalta el potencial actitudinal de la resolución de problemas, la posibilidad que ofrece su dedicación de conseguir aprendizajes significativos y de construir conocimiento (también de hechos), y, finalmente, la importancia de la autoestima.

En el apartado Orientaciones metodológicas vuelven a aparecer las ideas ya comentadas. Por contra, merece la pena destacar lo que sobre resolución de problemas detalla el apartado Criterios de evaluación:

> "- *Sobre la utilización de conocimientos matemáticos para identificar, valorar y resolver hechos y situaciones.*
> *Es éste un criterio muy general, mediante el cual se pretende detectar si los alumnos y alumnas utilizan los conocimientos matemáticos para comprender e interpretar su medio, es decir, observar y valorar en qué medida aplican lo que saben a la resolución de problemas, ya sean cotidianos, de las propias matemáticas o de otras áreas de conocimiento.*
> *De acuerdo con las distintas edades y particularidades personales y de grupo, cabe esperar que los alumnos vayan gradualmente reconociendo la dimensión matemática de las situaciones cotidianas, fundamentalmente las relacionadas con interrogantes cuantitativos: dónde hay más, cuántos hay, cómo repartiremos, cuánto supone el descuento, qué forma habrá de tener para..., qué cantidad se necesitará, etc.*
> *Los distintos problemas presentados deben invitarles a reflexionar, sugiriéndoles una forma de tratarlos. Así, progresivamente, los alumnos y alumnas generarán la capacidad para reconocer las condiciones que le indican qué operación o estrategia sería útil para su resolución...*
> *...A medida que construyen los conocimientos matemáticos, deberán ir haciendo uso de las nociones, modelos, hechos matemáticos, propiedades o relaciones para entender situaciones no resueltas y, en su caso, formularlas como problemas. Así, por ejemplo, pueden reconocer y apreciar los elementos geométricos en un entorno y aplicarlos a la resolución de un problema de distribución espacial, o usar su capacidad para contar y distribuir en un problema de reparto de material escolar...*

...Asimismo, se detectará si estiman, verifican e interpretan resultados en situaciones simples y si en esta tarea demuestran interés, seguridad y gusto.

- Sobre la adquisición de contenidos matemáticos.
En relación con este criterio y respetando siempre la necesaria adecuación de los contenidos y actividades a las capacidades y edades de los alumnos, se observará si exploran y reconocen la versatilidad de algunas nociones matemáticas, valorando si entendieron que éstas pueden responder a variedad de situaciones y problemas.

- Sobre la utilización de estrategias en la resolución de problemas.
Como se recoge en los capítulos de objetivos y contenidos, la resolución de problemas es el eje en torno al que ha de girar el aprendizaje de los conocimientos matemáticos y el contexto donde se generarán las nociones, procedimientos y actitudes relacionadas con este Área de conocimientos. Del mismo modo, la capacidad de considerar y resolver problemas será también el centro de atención de la evaluación del aprendizaje.
Mediante la evaluación se detectará y analizará el progreso de los alumnos en su capacidad para resolver problemas utilizando con propiedad las estrategias más adecuadas para ello.
Uno de los aspectos cuya evolución ha de ser observada es la creciente capacidad para hacer o hacerse preguntas cada vez más razonables y oportunas. Asimismo, se detectará el uso que hace el alumno de las informaciones que obtiene y la capacidad para tantear, aproximarse y experimentar posibles soluciones a las situaciones planteadas.
Si se anima a los alumnos a que expliquen su proceso de pensamiento y acción en el curso de la resolución de una situación no resuelta, se puede observar si son cada vez más sistemáticos, si sus actividades son razonables, si aplican las estrategias a situaciones nuevas, etc.
En el desarrollo de actividades con material manipulativo, puede detectarse la disposición de los alumnos para enlazar la utilización de los materiales con las etapas del proceso de resolución. En el último ciclo se observará si utilizan esquemas de pensamiento cada vez más elaborados, desarrollando patrones o modelos sencillos mediante la combinación de las estrategias más adecuadas.
Mediante la observación en distintas situaciones y contextos se detectará la capacidad de los alumnos para generar procedimientos nuevos, y ampliar y modificar los ya conocidos, intentando la reconstrucción de alguna estrategia cuando no se recuerda o se quiere hacer extensiva a una gama de situaciones más amplia.
Así, por ejemplo, aunque los niños sólo sepan los números del uno al nueve, debe observárseles cuando intentan contabilizar cantidades

> *mayores, anotando si hacen grupos de nueve y los cuentan, si intentan seguir la serie, aunque desconocen sus términos, si vuelven a estrategias figurativas anteriores a los números, etc.*
>
> *- Sobre las actitudes deseables en el aprendizaje matemático.*
> *Mediante la observación de los alumnos y alumnas cuando participan en actividades manipulativas y de resolución de problemas, podrá detectarse si tienen confianza en sus capacidades para resolver aquella situación, si las distintas experiencias les resultan placenteras, si son perseverantes y están interesados por la actividad, etc.*
> *Las discusiones en clase y, en general, aquellas situaciones en las que los alumnos hablan sobre sus actividades matemáticas, pueden ser indicadores sobre sus actitudes. En esas circunstancias se observará la seguridad de los alumnos en sus conocimientos, los deseos de preguntar, la convicción con la que explican sus argumentos u opiniones, la curiosidad por conocer otros nuevos, la flexibilidad para admitir otras ideas o resultados, etc.*".

El conjunto de estas consideraciones constituye un valioso documento de reflexión para cualquier profesor que pretenda llevar la resolución de problemas al aula, pues aúna las recomendaciones metodológicas (con sugerencia de heurísticos) con las posibilidades actitudinales, conceptuales y procedimentales.

I.2. SEGUNDA FUENTE: DEBATE CURRICULAR (CONTENIDOS, OBJETIVOS, METODOLOGÍA, EVALUACIÓN, FINES EDUCATIVOS) Y CONCEPCIÓN DE LA MATEMÁTICA, SU ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

No faltan tampoco recomendaciones desde una perspectiva más general, como las de Carl (1989), expresando la posición del *National Council of Supervisors of Mathematics* de EE.UU., que nombra doce componentes como esenciales en matemáticas para el s. XXI, en las que los alumnos deben ser competentes para facilitar posteriores estudios y una vida adulta responsable. Estas componentes son: Comunicación de ideas matemáticas, Razonamiento matemático, Aplicación de las matemáticas a las situaciones cotidianas, Comprobación de la razonabilidad de los resultados, Estimación, Destrezas apropiadas de cómputo, Pensamiento algebraico, Medida, Geometría, Estadística, Probabilidad y, la primera de ellas, Resolución de Problemas, con la que se relacionan claramente todas las demás. De ella señala:

> "*Aprender a resolver problemas es el principal motivo para estudiar matemáticas. La resolución de problemas es el proceso de aplicar el conocimiento previamente adquirido a las situaciones nuevas y no familiares. Resolver problemas verbales en textos es una forma de resolución de problemas, pero los estudiantes también deberían ser*

> *capaces de enfrentarse a problemas sin texto. Las estrategias de resolución de problemas envuelven proponer cuestiones, analizar situaciones, traducir resultados, ilustrar resultados, dibujar diagramas, y usar ensayo y error. Los estudiantes deberían ver soluciones alternativas a problemas; deberían tener la experiencia de problemas con más de una solución.*"

El mismo NCTM (1989) sitúa como estándar 1 "Las matemáticas como resolución de problemas" para los tres grupos de niveles K, 1, 2, 3 y 4, 5-8 y 9-12 (es decir, para toda la Educación Infantil, Primaria y Secundaria Obligatoria). En esos mismos niveles el estándar 2 es "Las matemáticas como comunicación", mientras que el 3 es "Las matemáticas como razonamiento".

Sin necesidad de aludir a posiciones de asociaciones, como la que acabamos de referir, la Resolución de Problemas es considerada como una de las más importantes componentes de una enseñanza de matemáticas de calidad, como ponen de relieve Sullivan y Mousley (1994) en un estudio realizado a 125 formadores de profesores y profesores experimentados. Un análisis cualitativo de sus respuestas hizo explícitas 6 grandes componentes: Comunicación, Resolución de Problemas, Construcción de la comprensión, Motivación, Promoción del desarrollo personal y Organización del aprendizaje. También detectaron indicadores dentro de cada componente, siendo los de Resolución de Problemas los que siguen: Investigación/Resolución de Problemas, Actividades abiertas, Retos, Planteamiento de problemas.

Y, aunque en curricula de diversos países puede verse una mención clara de la Resolución de Problemas, es significativa la frase de Ciarrapico (1996) al referirse a ésta (situada en el primer lugar de objetivos y contenidos en el currículo italiano, por delante de Aritmética, Geometría y Medida, Lógica y Probabilidad, Estadística y Tecnología de la Información) en la Enseñanza Primaria:

> "*El pensamiento matemático se caracteriza por la actividad de resolución de problemas, lo que está en armonía con la tendencia del niño por formular cuestiones y buscar respuestas.*" (p. 13).

Esta densa frase, más allá de asociar la Resolución de Problemas al quehacer matemático por antonomasia, sitúa a aquella en la línea natural de la actividad de los niños. Debemos procurar que no siga ocurriendo en las escuelas el actual desencanto de los alumnos, que frases como "los niños a partir de 4º ya no suelen interrogarse por nada" tiendan a desaparecer de las bocas de los maestros. La escuela no puede perpetuarse como daga de la creatividad, del querer saber, de la duda; en definitiva, de la relación natural entre el ser humano y el mundo que le rodea basada en su deseo de comprenderlo y transformarlo.

Y debe propiciar situaciones en las que se dé cabida al empleo de estrategias intuitivas por parte de los niños, para lo cual, según Penchaliah y de Villiers (1997), el aprendizaje debe producirse en un entorno como el de la enseñanza centrada en la resolución de problemas. Este entorno, además de situarse en la anteriormente mencionada línea natural de actividad de los niños, puede poner de relieve, como afirma Stein (1997), el uso natural de estrategias heurísticas por parte de los niños antes de ser instruidos en ello, extraordinario punto de partida del referido entorno.

Por su parte, English (1996), refiriéndose a citas de Davis (1984), English (1992), Ericsson y Oliver (1988), Maher y Martino (1991) y Schoenfeld (1992), señala:

> *"La construcción de ideas matemáticas por parte de los niños durante el curso de la resolución de problemas es un objetivo fundamental de la educación matemática... Esta construcción de conocimiento se refleja en el desarrollo de la estrategia del niño cuando trata de dominar una situación problemática que le supone un reto.*" (p. 82-83).

Esta afirmación no contradice, en absoluto, la otra visión consistente en interpretar el desarrollo de las ideas matemáticas en términos del conocimiento básico relativo al dominio del problema, visión que es consistente con la idea de que el conocimiento básico es determinante a la hora de codificar la información. Así,

> "*La competencia de los niños en el dominio es vista en términos de su habilidad para generar planes de acción concordantes con los principios básicos de conocimiento en ese dominio. Debido a que esta componente de planificación ha de determinar si una estrategia elegida cumple los requisitos dictados por los principios, puede servir como fuente potencial de retroalimentación cuando los niños resuelven un problema nuevo.*" (English, 1996, p. 84),

y, cerrando el círculo,

> "*Una componente importante de la construcción de conocimiento por parte de los niños durante la resolución de problemas es su aplicación de estrategias generales (independientes del dominio).*" (ibid),

poniéndose de manifiesto, en definitiva, la enorme vinculación entre el conocimiento relativo a los dominios matemáticos y el relativo a la Resolución de Problemas, los cuales se nutren y desarrollan mutuamente.

¿Debe centrarse la enseñanza de la Resolución de Problemas en la aplicación del conocimiento? Esta pregunta puede sumergirse dentro de la clásica distinción entre conocer y hacer, entre adquisición y aplicación.

Para superar la dicotomía conocer-hacer, Hiebert et al. proponen, apoyados en la idea de Dewey de la indagación reflexiva, el principio de permitir a los estudiantes que hagan problemática la materia.

Dicha *problematización*, pues, se sitúa por encima del conocer-hacer. Ahora bien, la problematización por sí sola, la exposición de objetos o situaciones pensando que los alumnos van a problematizar, no resuelve el problema de la aplicabilidad ni garantiza la motivación suficiente para promover la construcción del conocimiento. Por otra parte, el énfasis en los problemas de la vida real, suponiendo que ello capacitará a los estudiantes para aplicar su conocimiento fuera de la escuela, es excesivamente ingenuo. La problematización, la indagación reflexiva debe incluir la práctica de problemas cotidianos y de otros problemas, huyendo de la visión demasiado utilitaria que a veces acompaña la práctica de problemas reales. Permitir que los alumnos problematicen las situaciones planteadas en la asignatura es un buen camino para conseguir una de las grandes metas de la instrucción, la comprensión, tanto en su perspectiva funcional como en la estructural:

- los convierte en participantes en una comunidad de personas que practican matemáticas (comprensión funcional, Schoenfeld, 1988) y

- facilita la representación y organización interna del conocimiento de manera que se realzan las relaciones entre las unidades de información (comprensión estructural, Hiebert y Carpenter, 1992).

Además, la problematización proporciona una oportunidad de mejorar las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas. En particular, hace posible que los alumnos

> "*reconozcan la inventiva de su propia práctica*" (Lave, Smith y Butler, 1988, p. 69)

y vean la matemática como una actividad humana en la que ellos pueden tomar parte activa.

Pues bien, la Resolución de Problemas deja el camino expedito para que efectivamente actúe la enseñanza de la matemática como amplificadora de los procesos de pensamiento. Lejos de servir de sancionadora de las facultades individuales, lejos de coartar iniciativas y también lejos de los juegos vacíos de contenido, la Resolución de Problemas potencia el desarrollo de las estrategias personales, poniéndolas en su justo sitio, y poniendo en su justo lugar también las matemáticas convencionales. El niño, el alumno no puede acabar de comprender la matemática escolar, menos su aplicabilidad, si no conoce en qué medida le sirve *su* matemática y cuáles son sus limitaciones. No se trata de la obsoleta pretensión de sustituir *una* matemática por *otra*, sino de promover la mejora de la primera, llegando, en algunos casos, a la última; pero esta llegada (o simplemente la mejora mencionada) no puede ser impuesta, ha de ser negociada; el alumno ha de quedar convencido de su uso, no debe cambiar por motivo de la autoridad del maestro. Ésta es una de las facetas de la negociación de contenidos, faceta que supera la más o menos fácil negociación de los temas a trabajar; es una faceta que pone de relieve la conexión entre el conocimiento escolar y el papel del alumno y del maestro. Si el maestro desea acercar el nivel de rendimiento de sus alumnos en las matemáticas escolares a su rendimiento en las matemáticas cotidianas, debe tratar de conectar ambas, actuando la Resolución de Problemas de vehículo de conexión y desarrollo de las capacidades personales.

Rico (1997, p. 8) escribe, refiriéndose al *punto de vista especulativo* sobre cómo orientar la educación matemática (D'Ambrosio, 1979):

> "*La enseñanza no es la meta esencial de esta forma creativa o contemplativa de la educación matemática, lo que es fundamental es lograr una posición favorable a la creación de nuevo conocimiento.*",

logro que conlleva una actitud deseable dentro de una visión de la matemática en creación continua, y que asimismo predispone a los alumnos a expresar ideas no necesariamente convergentes con los tradicionales razonamientos monolíticos. Continúa diciendo:

> "*Tarea principal de la educación matemática consiste en proponer estrategias que permitan el desarrollo simultáneo de estos dos objetivos, el primero basado en el concepto de matemática como cuerpo utilitario de técnicas y habilidades, pensado y diseñado para satisfacer necesidades sociales, y el segundo que considera las matemáticas como componentes de un gran cuerpo de modelos del pensamiento y del lenguaje para simular los fenómenos anteriores.*".

Esto viene a incidir en la idea de que la matemática debe ser vivida por los alumnos como producto social, no como elucubración de unos pocos, así como un saber que permite modelizar fenómenos de la naturaleza, lo cual engarza perfectamente con la Resolución de Problemas como modelización.

Matemáticas para todos no debe aludir, por tanto, al hecho de que las matemáticas pueden aportar *satisfacción* a todos, pero según la clase social o la capacidad intelectual. *Matemáticas para todos* supone escudriñar en diversos modos de enseñar y aprender matemáticas para que todos los alumnos *hagan* matemáticas, naturalmente según sus capacidades, pero siempre que éstas se entiendan en un sentido dinámico, no como etiqueta que sanciona desde el principio. Y es en este terreno donde la Resolución de Problemas puede propiciar situaciones para que la interacción educativa fomente el progreso integral del alumno.

Finalmente, es preciso decir, con propósitos aclaratorios, que el modelo de investigación-acción colaborativa (descrito en el siguiente epígrafe) y el objeto general de la investigación, la resolución de problemas en educación primaria, han configurado los dos descriptores globales del proyecto, asociables a los temas prioritarios b (estrategias de enseñanza-aprendizaje, la evaluación de los aprendizajes de los alumnos y la evaluación de la práctica docente), c (didáctica de la matemática y materiales curriculares) y d (atención a la diversidad del alumnado) de la convocatoria, sin olvidar el tema e (fundamentalmente las estrategias de enseñanza para la educación en valores e interdisciplinariedad), cuyo grado de cumplimiento se pondrá de manifiesto en esta memoria.

II. BASES TEÓRICO-PRÁCTICAS DE LA INVESTIGACIÓN

Grouws y Good (1989) comentan que la investigación en Resolución de Problemas puede ayudar a los profesores aportando aspectos a considerar en la toma de decisiones como profesionales. Añaden que una buena forma de identificar tales aspectos es investigar en la práctica cotidiana de aula. Recomiendan la investigación en la práctica y la investigación sobre la forma en que los profesores llevan la Resolución de Problemas en sus aulas. Comentan, además, que están apareciendo importantes contribuciones sobre cómo promover la focalización del curriculum en la Resolución de Problemas desde la investigación, citando a Cobb, Yackel, Wood. Wheatley y Merkel (1988) y a Loef, Carey, Carpenter y Fennema (1988).

Conjunción entre investigación y práctica es algo también palpable en el trabajo de Lorenzo J. Blanco. Su libro “Aprender a enseñar matemáticas. Formación práctica de los profesores de primaria sobre resolución de problemas aritméticos” (Blanco, 1996) da cuenta de una investigación inmersa en el marco de la Resolución de Problemas, que tiene como sujetos de estudio a estudiantes para maestros, los cuales son, a su vez, beneficiarios de los resultados de la investigación. Emplea en su investigación la entrevista, la observación de clase y la estimulación del recuerdo. Preocupado por el conocimiento didáctico del contenido, Blanco promueve también la reflexión sobre las concepciones personales como punto de partida de un eventual cambio.

Por su parte, Clarke (1997) centra su relación entre la investigación y la práctica docente en la indagación de las concepciones de los maestros. Presenta un estudio de casos con dos maestros de 6º de primaria que ponen en práctica materiales innovadores (resolución no rutinaria de situaciones problemáticas) en sus clases. Aunque uno de los profesores no mostró cambios muy significativos ni en las concepciones profesadas ni en la práctica, el otro experimentó una paulatina acomodación a la *extraña* metodología, proponiendo cada día más situaciones para la reflexión a sus alumnos. Clarke enfatiza la importancia del trabajo entre maestros e investigadores sobre la base de materiales innovadores y reflexión sobre las observaciones de clase.

La interrelación entre la investigación teórica y la práctica escolar es objeto de investigación de Boero y Ferrero (1994), quienes aportan un marco teórico para el análisis de las hipótesis generadas por los alumnos de primaria en la Resolución de Problemas, el cual (según los autores) sirvió como herramienta de mejora de la enseñanza y como guía para ulteriores investigaciones relacionadas.

Por otra parte, Cooney y Krainer (1996) estudian la relación entre la teoría y la práctica:

> *"Fundamentalmente, estamos comprometidos con la idea de que investigación y práctica no deben ser entidades separadas y discretas cuando se refieren a la formación del profesor." (p.* 1181).

Presentan el caso de una profesora comprometida con su propio desarrollo profesional. convertida en investigadora de su propia práctica, y comentan la necesidad de conceptualizar la formación permanente como contexto de integración de la teoría y la práctica.

La llamada a la incorporación de la faceta investigadora a los profesores es considerada como camino ineludible para el éxito de las reformas educativas y el desarrollo profesional de dichos profesores, como resaltan Crawford y Adler (1996) para el caso de los contextos educativos de Australia y Sudáfrica, donde los cambios sociales son vertiginosos.

En la relación teoría-práctica hay que situar también la aportación de Lerman (1994), quien llama la atención para que la investigación sobre creencias no siga viéndose en forma separada, ya que el pensamiento y las concepciones son inseparables de las situaciones y las acciones correspondientes.

La toma en consideración de las creencias o concepciones de los profesores será una de las características de este proyecto. Tales creencias son filtros ineludibles de toda información que proviene de o recibe cada profesor, condicionando la ulterior aplicación o comprensión del contenido del mensaje. Es por ello que procesos de formación que no inciden de forma concienzuda en las creencias sobre la matemática y su enseñanza suelen tener escaso éxito.

Asimismo, queremos distinguir nuestro proyecto de la interrelación teoría-práctica y de la análoga investigación-práctica. En concreto, queremos puntualizar la ligereza con que en ocasiones se ha referido a ambas, confundiéndolas entre sí y aportando un grado de

ambigüedad a su definición. Evidentemente, este proyecto de investigación está íntimamente relacionado con estas dicotomías, pero se sitúa en la relación investigación educativa (IE)-desarrollo profesional (DP)-procesos de enseñanza/aprendizaje de los alumnos de primaria (EA) (fig. 1).

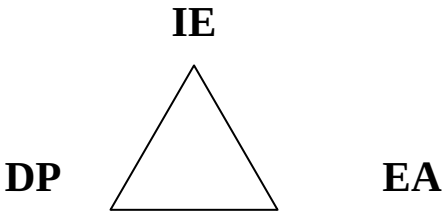


fig.1

La precisión no resulta ociosa, toda vez que tanto la profesión docente como la investigación educativa poseen su(s) teoría(s) y su(s) práctica(s). Con el triángulo de la *figura* 1 pretendemos poner de relieve el campo de trabajo (y, consecuentemente, sus objetos de estudio) en el que deseamos enmarcar este proyecto. La relación con la investigación educativa no la entendemos desde una perspectiva técnica, en la que los maestros se limiten a interpretar y poner en práctica las recomendaciones y los resultados de la investigación en su labor docente. Tal relación no es despreciable, pero no completa el papel de investigador que puede asumir el maestro. Teniendo corno objetivo último la mejora de la calidad de la enseñanza para propiciar aprendizajes con sentido y funcionalidad, el maestro debe tender activamente a su desarrollo profesional, no dejando que éste provenga exclusivamente del devenir de los tiempos. Ofrece, al mismo tiempo, un contexto de estudio al investigador educativo (normalmente profesor universitario). Éste, no en pocas ocasiones ajeno a la aplicabilidad de sus investigaciones, tiene así la oportunidad de vincular sus investigaciones (su labor como investigador) con los que deben ser los principales beneficiarios de ellas. Podemos, pues, resumir que en el trasfondo de este proyecto aparece el concepto de desarrollo: profesional, para maestros y profesores universitarios involucrados, y educativo, en primera instancia para los alumnos de estos maestros, y luego para otros maestros.

Es claro, por tanto, que este estudio se enmarca dentro de las investigaciones sobre una práctica reflexiva: Zeichner (1993), en sintonía con Schön (1983, 1987), aboga por la consideración del docente como profesional reflexivo, no como mero implementador de criterios y designios externos. Al tratarse, no de una investigación en que los investigadores externos analizan las creencias y prácticas docentes de los maestros, sino de una en la que los investigadores se sumergen en el proceso de enseñanza de los maestros y éstos se convierten en investigadores de su propia práctica, comparte los presupuestos de la investigación-acción (Elliot, 1993; Zuber-Skerrit, 1996), desde el enfoque de la investigación colaborativa (Feldman, 1993) que, bajo una perspectiva realista, y partiendo de la base de la importancia del trabajo cooperativo, diferencia el papel de los diferentes componentes del equipo de investigación.

III. PROBLEMA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Al iniciar el proyecto, nos planteábamos, en síntesis:

a) nuestro desarrollo profesional a través de la investigación colaborativa sobre resolución de problemas,

b) indagar sobre las capacidades necesarias (relacionadas con el conocimiento profesional deseable) para desarrollar una metodología de resolución de problemas en el trabajo en el área de matemáticas con nuestros alumnos de primaria,

c) indagar sobre el modo de desarrollar estas capacidades, y concepciones adecuadas para el trabajo con resolución de problemas, en una investigación colaborativa.

Esta síntesis, que da cuenta del problema que pretendíamos abordar y que, de hecho, ha sido el objeto de estudio a lo largo de estos dos años, se han concretado en los siguientes objetivos:

❖ Reflexionar sobre las concepciones más adecuadas para desarrollar una metodología basada en la resolución de problemas en nuestro trabajo con los alumnos en el área de matemáticas.

❖ Desarrollar el conocimiento teórico-práctico sobre una metodología basada en la resolución de problemas.

❖ Favorecer nuestro desarrollo profesional, poniendo de manifiesto aspectos mejorables en nuestra actuación docente en lo relativo al área de matemáticas y a su contribución en la formación integral del alumno, así como en lo que se refiere a la evolución de nuestras concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje.

❖ Construir una propuesta de cuál debe ser el conocimiento profesional deseable del maestro de primaria y el papel de la resolución de problemas en éste, desde la realidad educativa.

❖ Desarrollar la formación permanente a través de la investigación en el aula.

❖ Contribuir a la mejora del aprendizaje de nuestros alumnos, al tratamiento de las diferencias de aprendizaje y a su educación en valores, mediante nuestro acercamiento a una metodología de trabajo vía resolución de problemas.

❖ Desarrollar en nuestros alumnos actitudes de autoestima y de respeto hacia sí mismo y hacia los demás para enfrentarse a situaciones problemáticas.

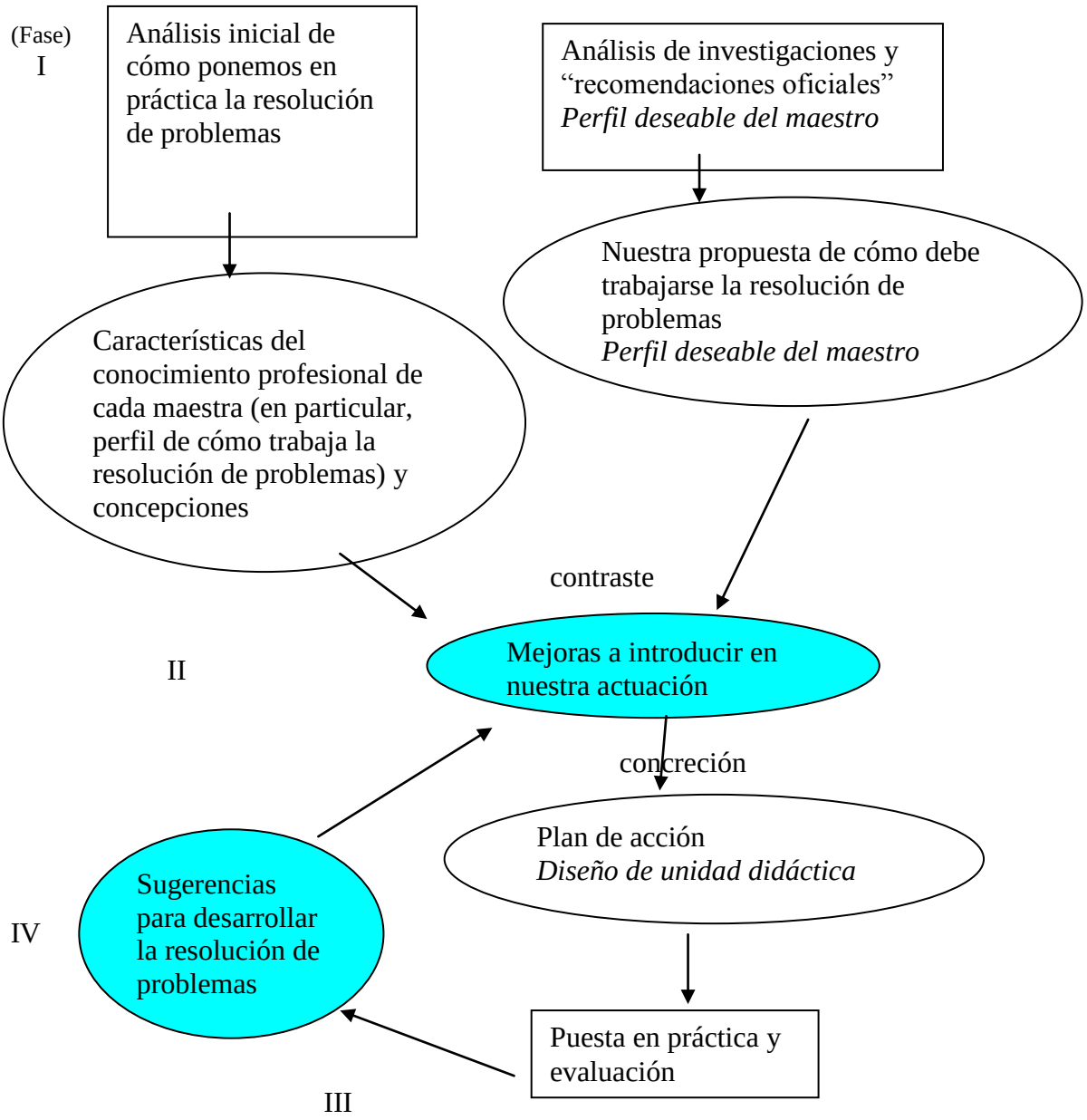
❖ Adquirir por parte de nuestros alumnos el uso de estrategias para mejorar el nivel de razonamiento lógico-matemático.

❖ Desarrollar capacidades que permitan mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

IV. PROCESO: METODOLOGÍA Y RESULTADOS[1]

Fases de la investigación

Las representaremos primero en el siguiente esquema para pasar a detallar después cada fase.



[1] En algunos pasajes se utilizará en exclusiva el término "maestras" versus "investigadores" cuando el contenido del mensaje se refiera al papel diferenciado de cada grupo. El uso de pronombres y adjetivos (género y número) será coherente con esto.

A continuación detallamos lo realizado en cada fase:

- *Análisis de las investigaciones y documentos curriculares sobre la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas.*

A través de la discusión y reflexión sobre diversos documentos fruto de investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el papel de la resolución de problemas en éstos, hemos consensuado recomendaciones para la puesta en práctica de la resolución de problemas en el aula de primaria y sobre la actuación y necesidades del maestro en esta puesta en práctica.
Muchos de los documentos que nos han servido de base para conformar nuestro marco común sobre la resolución de problemas en el aula estaban referidos a la educación secundaria, por lo que hemos reflexionado sobre la adecuación de éstos a la etapa primaria.
Como resultado de estos análisis, hicimos una primera construcción del marco teórico de nuestro proyecto (que se fue perfilando progresivamente a lo largo de la investigación) y adaptamos estudios teóricos sobre la resolución de problemas a primaria.
Entre estos últimos, hemos abordado la adaptación de los heurísticos que se presentan en Carrillo (1996, 1997), así como una simplificación del instrumento de análisis de datos de las concepciones de los profesores de secundaria sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (ibd) (en el que está inmerso el papel de la resolución de problemas) (los documentos resultado de estas adaptaciones se adjuntan como anexos 1 y 2, respectivamente).

- *Análisis de la situación de partida de cada maestro en la puesta en práctica de la resolución de problemas en el aula.*

Nuestro objetivo era obtener un perfil de cómo trabaja cada maestra la resolución de problemas, y qué capacidades y concepciones pone en juego**.**
Para recoger información sobre estos aspectos se grabó en vídeo una sesión de cada maestra, cada una de éstas realizó un diario (a modo de fichas, con el formato que se presenta en el anexo 3) sobre sus sesiones de clase, y se registró por escrito los comentarios de cada una en las reuniones del proyecto.
Como se había previsto en el proyecto, el análisis de la información se ha llevado a cabo a través de la técnica de triangulación (tanto de recursos como de investigadores).

En cuanto al modo de realizar este análisis, introdujimos una modificación respecto a lo diseñado. Cada una de las maestras no sólo ha intervenido como informante, sino también como investigadora. La exclusión de cada maestra a la hora del análisis de la información relativa a su práctica o sus ideas, perseguía una mayor objetividad de éste. Sin embargo, dado el clima de reflexión que se ha ido favoreciendo a lo largo de las reuniones mantenidas, la justificación anterior se desvanece. Por el contrario, al realizar el análisis de esta forma, hemos podido constatar cómo se diluye el carácter interpretativo de estos análisis (en los que normalmente es un investigador externo el que interpreta el pensamiento del informante, tal como él lo ve), y en numerosas ocasiones ha sido el contraste y la sinceridad del propio analizado lo que nos ha ayudado a aclarar posicionamientos poco claros de éste. Este hecho ejemplifica cómo esta investigación ha ido reafirmándose más en su corte colaborativo, donde los participantes han sido de manera simultánea los que han proporcionado información, siendo al mismo tiempo investigadores de la misma.

El proceso de análisis seguido ha sido el siguiente:

1) La maestra fue grabada en vídeo en una sesión de matemáticas por otro de los miembros del grupo. El objetivo principal de nuestra grabación era la observación de cada maestra, para lo cual hemos grabado con la cámara fija en un ángulo de la clase, desde donde pudimos observar a las maestras y las interacciones de ésta con sus alumnos. De este modo, podemos decir que la presencia de la cámara no distorsionó la actuación de los estudiantes ni la de la maestra.

2) Vimos el vídeo todos los miembros del grupo en una de nuestras reuniones, posteriormente discutimos (con la protagonista) sobre su actuación, el uso que hacía de la resolución de problemas, y las características deseables y no deseables (desde el punto de vista de los documentos de investigación sobre la resolución de problemas que habíamos discutido previamente) que se pusieron de manifiesto, centrándonos en el papel del profesor. Como información previa a cada visionado, dispusimos de una ficha en la que la maestra había explicitado antes del desarrollo de la sesión grabada cuál era su planificación de la misma (objetivos pretendidos, contenidos a abordar, actividades propuestas y cómo realizarlas). De este modo pudimos confrontar lo pretendido con lo realizado y discutir las cuestiones que surgieron durante la puesta en práctica de lo planificado y las decisiones que se tomaron.

3) Comparamos la actuación que habíamos observado en el vídeo con la que se extrajo de las fichas de los diarios de esa maestra de todas las sesiones registradas hasta el momento. Cada uno realizó su análisis individual y luego lo discutimos. De esta manera objetivamos el análisis (al tener que consensuarlo). En estas fichas nos fijamos en aspectos que se mostraran constantes en su actuación e indagamos sobre algunos que aparecieron de manera aislada. Los aspectos en los que nos centramos fueron los correspondientes a las categorías de *metodología*, *sentido de la asignatura*, *concepción del aprendizaje*, *papel del alumno*, y *papel del profesor*, del instrumento de análisis de las concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de Carrillo (1997) (anexo 2).

4) Después de tener una idea de la actuación de la maestra por los dos análisis antes descritos, elaboramos su perfil, desde el punto de vista de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje (también previamente de manera individual, para su posterior discusión y contraste con la interesada). Es en este punto donde las ventajas de la participación en el análisis de la maestra que se estaba analizando se pusieron de manifiesto especialmente. La propia maestra había realizado su perfil y en varias ocasiones su valoración de algunos aspectos de su actuación era más dura (menos cercano a lo que consideramos deseable, el acercamiento a la tendencia investigativa) que la que los otros miembros del proyecto habíamos realizado. Este fue el resultado final del análisis de la actuación de cada maestra.

Cada uno de estos pasos no sólo sirvió para el objetivo que se perseguía, el análisis de la información correspondiente, también fueron provocadores del debate del grupo respecto a la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas en primaria y otros aspectos más generales de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en primaria. De este modo, fuimos construyendo nuestro marco teórico de referencia, no sólo basado en las discusiones de las lecturas realizadas (*Análisis de las investigaciones*

y Documentos curriculares sobre la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas) sino en las discusiones sobre nuestras propias actuaciones.

- *Contraste entre los resultados obtenidos de los dos análisis anteriores*

Una vez elaborado el perfil deseable del maestro para la puesta en práctica de la resolución de problemas en el aula y los perfiles de cada maestra (según modelo de anexo 4), el contraste entre lo deseable y la situación de cada maestra fue inmediato. Además, esta comparación no sólo se basó en la comparación de ambas tablas; la discusión y la indagación sobre las ideas de cada maestra nos llevó a constatar y refrendar de un modo más cualitativo el resultado anterior.

De este modo no sólo indagamos en cómo se acercaba cada maestra a lo que considerábamos deseable para la puesta en práctica de la resolución de problemas, sino que además obtuvimos razones que nos explicaron este grado de acercamiento y cuáles eran los principales obstáculos que cada una encontraba.

- *Discusión sobre el Conocimiento Profesional Deseable del maestro de primaria respecto a matemáticas*

Para sistematizar las características profesionales que creemos que debe tener un maestro de primaria (desde el punto de vista de la resolución de problemas), realizamos la discusión sobre estas características en varias fases.

En primer lugar, cada una de las maestras reflexionó individualmente sobre esta cuestión completando la siguiente prueba abierta:

Reflexionando sobre el maestro de primaria y la enseñanza de las matemáticas

Cuestión: Explica qué características (en cuanto a conocimiento, actitudes, ideas, capacidades...) *crees que debe poseer* un maestro de primaria para enseñar bien matemáticas (escríbelas en la columna de la izquierda). ¿Cómo ordenarías en función de su importancia para la enseñanza las características descritas? (enuméralas de más a menos importantes)

Considera cuál es tu situación en cada una de las características anteriores (tu autoevaluación), reflejándolo en la columna de la derecha, y explica fuera del cuadro cuáles pueden ser aquéllas donde tengas más problemas.

CARACTERÍSTICAS DESEABLES	ÉSTAS CARACTERÍSTICAS EN MÍ

Los resultados de lo expresado por cada maestra fueron analizados por los formadores, buscando aspectos poco claros de cada aportación o posibles ausencias, que pudieran deberse a olvidos o a características que no se consideraron necesarias (teniendo en cuenta lo que desde la investigación se ha escrito sobre estas características). Con estos aspectos se elaboraron algunas cuestiones que interesaba plantear en la discusión de las propuestas de cada maestra.

Posteriormente, contrastamos, discutimos y pusimos en común nuestros acuerdos y diferencias respecto a las distintas características que consideramos deseables. Esta discusión, fue audiograbada y transcrita.

Finalmente, se extrajeron las conclusiones de este debate y se volvieron a consensuar. Así, obtuvimos nuestra propuesta del conocimiento profesional deseable del maestro de primaria para la enseñanza de las matemáticas. Ésta era nuestra propuesta base, que fue concretándose cada vez más en nuestro proyecto, a medida que íbamos constatando más necesidades y carencias en nuestra actuación. Los resultados de estas discusiones se presentan como anexo 5.

- *El conocimiento de contenido y el conocimiento didáctico específico del contenido matemático*

A raíz de que íbamos constatado que los principales obstáculos en cualquier intento de cambio en nuestra actuación en el aula respecto a las matemáticas estaban relacionados con nuestras carencias en el conocimiento matemático y didáctico relativo a las matemáticas (cuestiones relativas a su enseñanza y aprendizaje), que se hicieron más patentes en lo que respecta a los contenidos geométricos, indagamos sobre cuál es el alcance de estas carencias y sus repercusiones en nuestra actuación docente. Para este estudio, discutimos diversas situaciones de aula relacionadas con problemas que habíamos detectado en nuestra enseñanza de distintos contenidos, sobre todo geométricos. Muchas de estas situaciones fueron fruto de la enseñanza de contenidos geométricos de una de las maestras durante el curso 99-00. Otras situaciones fueron extraídas de otras investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de contenidos geométricos.

Como resultado de este estudio, observamos que nuestra carencia respecto a conocimiento de contenido matemático (que consideramos representativa de la del maestro, en general), no sólo se refiere a lo que se suele considerar como contenido matemático, sino también, y mucho mayor, respecto a conocimiento de cómo se demuestra en matemáticas, "las reglas de sintaxis de la disciplina" (lo que desde la investigación en didáctica de la matemática se ha denominado *conocimiento sobre matemáticas*; frente al que antes nos hemos referido, denominado *conocimiento de matemáticas*, Ball, 1990).

- *Elaboración de una unidad didáctica*

El trabajo del curso 2000-01 se ha centrado en la elaboración, puesta en práctica y revisión de una unidad didáctica en 5º de Educación Primaria (fases II y III: plan de acción, puesta en práctica y evaluación), acometiéndose los siguientes pasos:

1) Decisión de tomar contenidos geométricos como objeto de estudio de la unidad, debido a ser la Geometría donde se habían mostrado más carencias formativas por parte de las maestras. El interés manifestado por éstas por mejorar su dominio del contenido matemático, así como del conocimiento didáctico del contenido fue decisivo a este respecto.

2) Consulta de documentación relacionada con el diseño de unidades didácticas en primaria, en particular se han revisado varios libros de texto que seguían una orientación basada en la resolución de problemas o similar.

3) Consulta de los diseños curriculares de Educación Primaria, al objeto de seleccionar la unidad didáctica, con lo que esto supone de relación con objetivos y contenidos.

4) Diseño de la unidad:

   4.1 Selección del contenido: polígonos.

   4.2 Revisión del contenido y de los objetivos trabajados de polígonos en 4º.

   4.3 Descripción del contenido de polígonos y de los objetivos a abordar en 5º.

   4.4 Diseño de la prueba inicial *¿Qué recuerdas de los polígonos?*.

   4.5 Diseño de la actividad *Construcción de triángulos*.

   4.6 Diseño de la actividad *Polígonos regulares*.

   4.7 Elaboración de criterios para la evaluación del aprendizaje.

   4.8 Diseño de la prueba final.

   4.9 Diseño de la evaluación de la unidad.

   Todas las fases de este apartado se han caracterizado por una dinámica de trabajo consistente en:

   1º Trabajo individual y propuesta de cada miembro del proyecto.

   2º Puesta en común en el grupo y toma de decisiones.

   3º Nuevo trabajo individual y observaciones a la propuesta del grupo.

   4º Puesta en común y propuesta definitiva.

   En particular, los puntos 4, 5 y 6 han incluido una propuesta de cada miembro y un trabajo sobre el papel de la maestra en el desarrollo de la actividad y sobre observaciones pertinentes para aclarar y especificar su puesta en práctica. Estas mismas fases incluyen la selección de objetivos y contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales). Este modo de proceder en el diseño ha permitido que esta fase no sólo haya tenido como consecuencia la secuencia de enseñanza diseñada sino que ha contribuido a seguir indagando sobre el conocimiento profesional de las maestras y sus concepciones de cara a la implementación de una metodología de resolución de problemas. Además, ha propiciado la mejora profesional de las maestras en ambos aspectos. Como contrapartida, el proceso seguido ha supuesto que este diseño nos haya ocupado más tiempo del que teníamos previsto. De este modo, de los tres meses previstos inicialmente (septiembre-diciembre 2000), hemos tenido que ampliar el tiempo dedicado al diseño a casi tres meses más.

   Todo el material diseñado se presenta como anexo 6.

5) Puesta en práctica de la unidad y reflexión sobre ésta.

   5.1 Decisión del momento adecuado de implementación.

5.2 Desarrollo de las actividades de la unidad.

5.3 Discusión de los problemas surgidos en la práctica.

5.4 Sugerencias de modificación del diseño.

5.5 Extracción de datos para la evaluación de la unidad.

5.6 Evaluación de la unidad.

Debido al tiempo empleado en el diseño de la unidad, hemos de reconocer que la evaluación de la unidad no ha podido realizarse con la profundidad que teníamos prevista. Hemos elaborado los criterios y pasos para su diseño y recogido la información necesaria para dicha evaluación en profundidad, pero no ha sido posible su consecución. En las sesiones de grupo que se realizaron en el periodo de puesta en práctica de la unidad (alrededor de un mes y medio) se analizaron los problemas que surgían en la puesta en práctica, contrastándose la reacción de los alumnos con lo esperado, y se anotaban modificaciones pertinentes en el diseño (que han sido incorporadas en la unidad que se presenta en el anexo 6). Esta discusión se nutría de las apreciaciones de la maestra que la ha llevado a la práctica y del otro miembro del grupo que ha estado presente grabándolas en vídeo (para recoger datos para su evaluación). Además de las grabaciones en vídeo, hemos recogido las todas las producciones de algunos alumnos (que han sido elegidos de manera significativa). Esto constituye, creemos, un material riquísimo para la evaluación de la unidad. Este trabajo, que constituye una nueva investigación, queda pendiente. De la evaluación de la unidad, sólo hemos podido adjuntar como resultado los criterios y los pasos que hemos consensuado aplicar (se presentan como anexo 7).

A continuación, sintetizaremos lo que hemos realizado en estos dos años del proyecto:

- *Trabajo realizado*

Durante el primer año iniciamos la conformación de nuestro marco teórico previo, es decir, qué entendemos sobre distintos aspectos relacionados con la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas en primaria (qué entendemos por resolución de problemas, qué interpretación de ésta nos parece deseable en el aula de primaria, qué son problemas abiertos y problemas cerrados, cuál debe ser el papel del maestro en la resolución de problemas, entre otros); estudiamos el instrumento de análisis de las concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de Carrillo (1997) y realizamos una simplificación para primaria, teniendo en cuenta los objetivos del proyecto; elaboramos algunos perfiles de las maestras desde el punto de vista de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; e indagamos sobre las carencias de la formación del maestro y sus necesidades, centrándonos en las carencias respecto al conocimiento de contenido matemático (*de* y *sobre*), el conocimiento didáctico específico del contenido matemático, y, en cuanto a núcleos de contenido, respecto a la geometría. Este estudio nos sirvió de base para fundamentar la elaboración y puesta en práctica de la unidad didáctica desarrollada durante el curso 2000-01.

Durante el curso 2000-01 hemos entrado en la fase de diseño de actividades para el aula (según lo que había sido consensuado como deseable), así como en su puesta en práctica y evaluación. De esta manera, se ha elaborado una unidad didáctica sobre polígonos

(anexo 6), se ha llevado a la práctica y se ha evaluado posteriormente (anexo 7), aunque no hemos podido realizar la evaluación en profundidad para la que se había recogido diverso material.

Las sesiones de puesta en práctica de la unidad didáctica han sido grabadas en vídeo, al objeto de servir de datos para la reflexión sobre la práctica, así como para fundamentar modificaciones en el diseño previo.

En el diseño de la unidad, es preciso resaltar el modo de proceder de las maestras a la hora de controlar el contenido matemático correspondiente. En tal sentido, cada una de las actividades ha sido abordada como una situación problemática a la que dar respuesta desde su conocimiento, sirviendo de motivo para indagar sobre su conocimiento matemático y didáctico matemático, así como para progresar en ellos. Asimismo, se abordaron, a propuesta de los dos investigadores, problemas con contenidos relacionados con las actividades, que sirvieron de apoyo para su posterior gestión de la unidad. En particular, se enfatizó el papel de las propias dificultades al objeto de comprender las de los alumnos y se emplearon como indicador de la complejidad de la unidad.

V. EVALUACIÓN Y CONCLUSIONES

La evaluación realizada de la unidad puso de relieve la complejidad de variables que participan del hecho didáctico. “Controladas” algunas de ellas (conceptos abordados, actitudes que se favorecen, estrategias metodológicas...), otras aparecen para conformar la realidad de la puesta en práctica, donde a las intenciones del diseño se suma el contexto escolar. Este comentario no tiene, en absoluto, tintes negativos; más bien al contrario, refuerza la necesidad de cambiar hábitos docentes, sustituyendo, en particular, control por promoción. En este sentido interpretamos la bondad de la unidad: promueve la construcción de conocimiento, incluyendo la motivación del alumnado y el desarrollo, en general, de actitudes deseables, así como la mejora de procedimientos útiles en la vida cotidiana.

Merece mención especial el caso de alumnos que, tras el trabajo en grupo propiciado en la unidad, han desarrollado en buena medida capacidades y habilidades muy mermadas hasta entonces, así como gusto por las tareas matemáticas, situando a éstas en un plano afectivo más cercano. Por otra parte, de manera general, los alumnos se han apropiado de estrategias (cognitivas y metacognitivas) en la resolución de problemas. Como sabemos, este logro supone un salto cualitativo importante respecto al aprendizaje de los contenidos habituales, ya que dichas estrategias suelen anclarse en la estructura cognitiva del alumno de forma mucho más duradera.

Por otra parte, uno de los resultados que pretendíamos (nuestro desarrollo profesional) puede entenderse como abordado. En este aspecto no podemos hablar de obtención de objetivos terminales, sino de consecución de estrategias y habilidades que nos capaciten para afrontar los retos del desarrollo profesional con garantía de responder de modo responsable. En particular, hemos reforzado nuestra idea de la relevancia de la reflexión sobre la práctica como elemento integrante de cualquier programa de formación permanente.

Cualquiera de estos logros posee un largo camino de consecución. En ningún momento deben asociarse exclusivamente a la realización de la unidad, sino a todo el proceso que se inició al comienzo del proyecto (basado en una motivación anterior), lo que supuso ya desde entonces una influencia decisiva en nuestra modo de proceder como maestras, antes de llevar a la práctica la unidad. A esto hay que añadir nuestro convencimiento desde hace tiempo de que la resolución de problemas es una metodología apropiada para la enseñanza de las matemáticas en primaria. Entendemos que es apropiada desde dos puntos de vista: desde el de la propia enseñanza en esa etapa, y desde el papel de la resolución de problemas en la matemática. Ambas perspectivas se han esclarecido en la justificación del proyecto; de manera resumida podemos decir que, en lo que respecta a la primera, la resolución de problemas, además de recomendarse como estrategia metodológica por la ley y los diseños curriculares, favorece el desarrollo de las capacidades deseables en los niños. En cuanto a la perspectiva matemática, estamos convencidos, en sintonía con concepciones dinámicas de las matemáticas (se ha citado ya a Lakatos como referente de una de las escuelas filosóficas –el cuasi-empirismo- que apoyaron esta visión en sus comienzos), de que la resolución de problemas es la forma genuina del quehacer matemático y que, por consiguiente, debe aparecer en el cúmulo de experiencias de aprendizaje de los alumnos.

Asimismo, entrando en una especificación del desarrollo profesional, somos conscientes de la evolución de nuestras concepciones sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, así como de la mejora de nuestro conocimiento matemático y didáctico del contenido matemático. En lo que concierne a lo primero, vemos hoy la matemática menos centrada en el conjunto de algoritmos y en los números, con una mayor conexión entre los diferentes tópicos. En este sentido, nuestro gusto por la matemática también ha variado, habiendo erradicado imágenes negativas. Respecto a la enseñanza y el aprendizaje, resaltamos la constatación de la participación de las matemáticas, con las demás áreas, en la consecución de objetivos comunes, superando una visión anterior más aislada. Finalmente, no sólo nos encontramos con más recursos (manipulativos y estratégicos) para enfrentarnos al diseño de actividades matemáticas, sino que nuestra actitud ha cambiado, sintiéndonos más seguras; además, percibimos una mejora en nuestro conocimiento matemático en cuanto algunos conceptos (geométricos) han visto incrementado su conjunto de imágenes.

No podemos dejar de hacer constar la implicación de todos nosotros como profesores en formación permanente, reflexionando sobre nuestra labor profesional. No obstante, al no habernos sido subvencionados los gastos de asistencia a congresos ese enriquecimiento no ha sido mayor, habiendo encontrado limitaciones en nuestra actualización y en el intercambio de experiencias con otros colectivos que desarrollen trabajos en la misma línea.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALL, D.L. (1990). The mathematical understanding that prospective teacher bring to teacher education. **Elementary School Journal**, 90, 446-449.

BLANCO, L.J. (1996). **Aprender a enseñar matemáticas. Formación práctica de los profesores de primaria sobre resolución de problemas aritméticos**. Badajoz: ICE Universidad de Extremadura.

BLUM, W. y NISS, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects -state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics,** 22, 37-68.

BOERO, P. y FERRERO, E. (1994). Interplay between classroom practice and theoretical investigation: a case study concerning hypotheses in elementary mathematical problem solving. En Bazzini, L. (Ed.) **Theory and practice in mathematics education**. Pavia (Italia): ISDAF.

CARL, I.M. (1989). Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The Position of the National Council of Supervisors of Mathematics. **Mathematics Teacher**, 82(6), 470-474.

CARRILLO, J. (1994). Resolución de problemas: clave del desarrollo profesional. **Epsilon**, nº30, 10(3), 27-38.

CARRILLO, J. (1996, 1997). **Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de Profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones**. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

CARRILLO, J. y CONTRERAS, L.C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. **Educación Matemática**, 7(3), 79-92.

CIARRAPICO, L. (1996). The Structure of Italian Schooling-The Teaching of Mathematics. En Bernardi, C. y Arzarello, F. (Eds.) **Educational System and Teacher Training in Italy**. Bologna (Italia): Unione Matematica Italiana.

CLARKE, D.M. (1997). The Changing Role of the Mathematics Teacher. **Journal for Research in Mathematics Education**, 28(3), 278-308.

COBB, P.; YACKEL, E.; WOOD, T.; WHEATLEY, G. y MERKEL, G. (1988). Creating a Problem-solving Atmosphere. **Arithmetic Teacher**, 36(Sept.), 46-47.

CONTRERAS, L.C. (1998) **Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula**. Tesis doctoral inédita. Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía. Universidad de Huelva.

COONEY, T.J. y KRAINER, K. (1996). Inservice Mathematics Teacher Education: The Importance of Listening. En Bishop, A.J. et al. (Eds.) **International Handbook of Mathematics Education**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

CRAWFORD, K. Y ADLER, J. (1996). Teachers as Researchers in Mathematics Education. En Bishop, A.J. et al. (eds.) **International Handbook of Mathematics Education.** Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

D'AMBROSIO, U. (1979). Metas y objetivos generales de la Educación Matemática. En Steiner, H. and Christiansen, B. (Eds.) **Nuevas tendencias en la enseñanza de la Matemática**, vol. IV, Unesco, París.

DAVIS, R.B. (1984). **Learning Mathematics. The Cognitive Science Approach to Mathematics Education**. London: Routledge.

DECRETO 105/1992 de 9 de junio por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía.

DISEÑO CURRICULAR BASE. EDUCACIÓN PRIMARIA (MEC, 1989).

DISEÑOS CURRICULARES DE LA REFORMA. EDUCACIÓN PRIMARIA. ÁREA DE LÓGICA-MATEMÁTICA (JUNTA DE ANDALUCÍA, 1990)

ELLIOT, J. (1993). **El cambio educativo desde la investigación-acción**. Madrid: Morata.

ENGLISH, L.D. (1992). Children's use of domain-specific knowledge and domain-general strategies in novel problem solving. **British Journal of Educational Psychology**, 62, 203-216. [III-83]

ENGLISH, L.D. (1996). Children's Construction of Mathematical Knowledge in Solving Novel Isomorphic Problems in Concrete and Written Form. **Journal of Mathematical Beahavior**, 15, 81-112.

ERICSSON, K.A. y OLIVER, W. (1988). Methodology for laboratory research on thinking: Task selection, collection of observations, and data analysis. En Sternberg, R.J. (Ed.) **The psychology of human thought**. New York: Cambridge University Press.

FELDMAN, A. (1993). Promoting equitable collaboration between university researchers and school teachers. **Qualitative Studies in Education**, 6(4), 341-357.

GARCÍA, J.E. y GARCÍA, F.F. (1989). **Aprender investigando**. Col. Investigación y Enseñanza. Serie: Práctica. Sevilla: Diada.

GOETZ, J.P. y LECOMPTE, M.D. (1988) **Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa**. Morata: Madrid.

GROUWS, D.A. y GOOD, T.L. (1989). Issues in Problem-solving Instruction. **Arithmetic Teacher**, 36(8), 34-35.

HIEBERT, J. y CARPENTER, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. En Grouws, D.A. (Ed.) **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: McMillan and NCTM. [III-86]

HIEBERT, J. et al. (1996). Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics. **Educational Researcher**, 25(4), 12-21.

LAVE, J.; SMITH, S. y BUTLER, M. (1988). Problem solving as an everyday practice. En Charles, R.I. and Silver, E.A. (Eds.) **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. Reston, VA: NCTM.

LECOMPTE, M.D. & PREISSLE, J. (1993) **Ethnography and Qualitative Design in Educational Research** London: Academic Press, INC. 2ª Edición.

LERMAN, S. (1994). Towards a unified space of theory-and-practice in mathematics teaching: a research perspective. En Bazzini, L. (Ed.) **Theory and practice in mathematics education**. Pavia (Italia): ISDAF.

LEY DE ORDENACIÓN GENERAL DEL SISTEMA EDUCATIVO (LOGSE) 1/1990 de 3 de octubre.

LOEF, M.M.; CAREY, D.A.; CARPENTER, T.P. y FENNEMA, E. (1988). Integrating Assessment and Instruction. **Arithmetic Teacher**, 36 (Nov.), 53-55.

MAHER, C.A. y MARTINO, A.M. (1991). The construction of mathematical knowledge by individual children working in groups. En Boero, P. (Ed.) **Proceedings of the 15th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education** (p. 365-372). Assisi, Italia: PME.

NCTM (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, Virginia: NCTM. (NCTM (1991b). **Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática**. Sevilla: S.A.E.M. Thales)

PENCHALIAH, S. y de VILLIERS, M. (1997). Young children's intuitive strategies for multiplication and division word problems in a problem-centered approach. En Pehkonen, E. (Ed.) **Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, vol. 1, 257. Lahti (Finlandia): Univ. of Helsinki.

REAL DECRETO 1006/1991 de 14 de junio por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria.

RICO, L. (1997). Reflexión sobre los fines de la Educación Matemática. **Suma**, nº 24, 5-19.

SCHOENFELD, A.H. (1988). Problem solving in context(s). En Charles, R.I. and Silver, E.A. (Eds.) **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. Reston, VA: NCTM. [III-86]

SCHOENFELD, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics. En Grouws, D. (Ed.) **Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan.

SCHÖN, D.A. (1983). **The Reflective Practitioner. How Professionals Think in Action**. London: Temple Smith.

SCHÖN, D.A. (1987). **Educating the reflective practitioner**. San Francisco: Jossey Bass.

STEIN, M. (1997). Elementary Components of Problem Solving Behaviour. En Pehkonen, E. (Ed.) **Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, vol.4, 198-205. Lahti (Finlandia):Univ. of Helsinki.

SULLIVAN, P. y MOUSLEY, J. (1994). Quality Mathematics Teaching: Describing Some Key Components. **Mathematics Education Research Journal**, 6(1), 4-22.

ZEICHNER, K. (1993). El maestro como profesional reflexivo. **Cuadernos de Pedagogía**, 220, 44-49.

ZUBER-SKERRIT, O. (1996). Introduction: New Directions in Action Research. En Zuber-Skerrit, O. (Ed.) **New Directions in Action Research**. London: Falmer Press.

RELACIÓN DE ANEXOS

Anexo 1: Heurísticos de Carrillo (1996, 1997) adaptados a primaria.

Anexo 2: Simplificación del instrumento de análisis de datos de las concepciones de los profesores de secundaria sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (1997).

Anexo 3: Ficha del diario.

Anexo 4: Modelo de perfil del maestro respecto a sus concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Anexo 5: Resultados de la discusión sobre el Conocimiento Profesional Deseable del maestro de primaria respecto a matemáticas.

Anexo 6: Unidad didáctica sobre polígonos.

Anexo 7: Evaluación de la Unidad didáctica.

Anexo 1: Heurísticos de Carrillo (1996, 1997) adaptados a primaria[2]

FASE	HEURÍSTICO	ESPECIFICACIONES
0. Identificación	Actitud crítica	
1. Comprensión	C1 [*organizar información*]	*Dramatización* [en lugar de *imaginar mentalmente la situación*] Releer el enunciado *Seleccionar el material adecuado* *Disponer de un modelo manipulativo* *Utilizar algún esquema gráfico*
	C2 [*ejemplificar*]	
	C3 [*expresar en otros términos*]	*Formular con otras palabras* *Expresar con otros símbolos o gráficos*
2. Planificación y exploración	PE1 [*simplificar*]	Sólo con cantidades más pequeñas
	PE2 [*estimar*]	
	PE3a [*tantear*]	
	PE3 [*buscar regularidades con intención de generalizar*]	
	PE6 [*asumir la solución*]	*En geometría, y con reservas por parte de algunas maestras*
	PE7 [*partir de lo que se sabe*]	
	PE8 [*planificar jerárquicamente la solución*]	*A pequeña escala, por ejemplo, si un problema tiene varias cuestiones y se plantean poco a poco*
	PE9 [*descomponer el problema*]	
	PE10 [*explorar problemas similares*]	*Porque se parezca a otro que ha hecho*
	PE11 [*conjeturar*]	En ciertos niños
3. Ejecución	Registrar todos los cálculos *Resaltar logros intermedios*	*(puede ser con distintos colores)*

[2] Adaptados de Carrillo, J. (1997) *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones.* Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones. (pp. 104-113). La explicación sobre cada fase y los heurísticos de éstas pueden encontrarse en este documento. Nuestro trabajo ha consistido en seleccionar aquellos heurísticos que se pueden trabajar en primaria y concretar las especificaciones que deberían considerarse para esta etapa.

	Actuar con orden y precisión *Explicar el estado de la ejecución*	*(puede ser oralmente)*
4. Verificación	V1 [*analizar la consistencia de la solución*] V2 [*expresar de otra forma la solución*] V3 [*analizar la consistencia del proceso*] V4 [*analizar si se puede llegar al resultado de otra manera*] V5 [*generalizar*]	*Comprobar si se usan todos los datos pertinentes* Ver si la solución es razonable Concretar en casos particulares *Describir esquemáticamente el trabajo* Analizar la corrección de cada paso Evaluar la conveniencia de cada estrategia *Analizar la consistencia de los resultados intermedios con los planes existentes y las condiciones del problema* (Posible pero difícil)

Anexo 2: Simplificación del instrumento de análisis de datos de las concepciones de los profesores de secundaria sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Carrillo, 1997).

¡Error! Marcador no definido.CATEGORÍAS/TENDENCIAS DIDÁCTICAS	TRADICIONAL	TECNOLÓGICA	ESPONTANEÍSTA	INVESTIGATIVA
METODOLOGÍA 1**¡Error! Marcador no definido.** Praxis 2 Objetivos 3 Programación 4	Ejercitación repetitiva Exposición magistral (libro de texto) Conceptuales de carácter terminal Oficial, prescriptiva, rígida (unidades aisladas)	Ejercitación reproductiva Simulación puntual de investigación (medios técnicos) Terminales operativos Secuencial, estructurada y cerrada	Experimentación (énfasis en el método) Descubrimiento aleatorio, manipulación de modelos Flexibles y orientativos Aleatoria, contenidos negociados	Resolución de problemas Investigación planificada Flexibles y revisables Redes conceptuales organizadas
SENTIDO DE LA ASIGNATURA Orientación 5 *(Matemática escolar como...)* 6 Finalidad 7	Énfasis conceptual Matemática formal Informativa	Aplicabilidad (proceso-producto) Adaptación de la Matemática formal a la problemática real Informativa utilitaria	Énfasis procedimental y actitudinal Matemática que emana de la problemática real Formativa (actitudes y valores racionales)	Procedimientos, conceptos y actitudes Síntesis de Matemática formal y Matemática cotidiana Formativa (aprender a aprender)
CONCEPCIÓN DEL APRENDIZAJE *(Aprendizaje...)* 8 Tipo y forma *(Procesos...)* 9 10 Tipo de agrupamiento 11 Dinamizador 12	Memorístico acumulativo Deductivos Por apropiación Trabajo individual Lógica de la asignatura	Memorístico secuencial Inductivos simulados y deductivos Por asimilación Trabajo individual Lógica de la disciplina	Significativo aleatorio Inductivos Por construcción espontánea Trabajo en grupo y debates Intereses del grupo de alumnos	Significativo relevante (redes semánticas) Inducción-deducción Por construcción dirigida Diversidad de agrupaciones y puestas en común Intereses de los alumnos y la disciplina

Aptitud 13 Actitud 14	Predeterminada Predeterminada	Predeterminada Parcialmente transformable	Transformable Transformable	Transformable Transformable
PAPEL DEL ALUMNO **¡Error! Marcador no definido.** Participación en el diseño didáctico 15 Clave de la transferencia 16 deEnseñanza-aprendizaje 17 ¿Qué hace? 18 19	No participa Único responsable. Sumisión Escucha y copia Atiende Acepta	No participa Responsable principal (motivación por el contexto) Reproduce e imita Atiende Cree	Indirectamente a través de sus reacciones Motivación por la acción Actúa Juega Dialoga	Participa directa o indirectamente El proceso (motivación por los significados) Investiga Reflexiona Cuestiona
PAPEL DEL PROFESOR ¿Qué hace? 20 ¿Cómo hace 20? 21 ¿Qué hace? 22 Justificación de 22 23 Coordinación 24	Transmite verbalmente Dicta Reproduce Especialista en el contenido En su caso, sobre contenidos mínimos	Transmite por procesos tecnológicos Expone Organiza Técnico del contenido y del diseño didáctico En su caso, sobre selección (utilidad) y/u organización de los contenidos	Induce Promueve Analiza las reacciones y respuestas a sus propuestas Humanista, especialista en dinámica de grupos Sobre caracterización de las actividades	Provoca Conduce Investiga en y sobre la acción Experiementador interactico del contenido y los métodos A nivel de caracterización del diseño didáctico

Anexo 3: Ficha del diario

Ficha del diario (anverso)

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:
FECHA:
DURACIÓN:
NIVEL:
TUTORA:
Nº DE ALUMNOS:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	DIFICULTADES

Ficha del diario (reverso)

PAPEL DEL ALUMNO	FASES	PAPEL DEL PROFESOR	PROPUESTA DE MEJORA
			CONCLUSIONES

Anexo 4: Modelo de perfil del maestro respecto a sus concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática

CATEGORÍA	IND/TEND	TRADIC.	TECNOL.	ESPONT.	INVEST.
METODOLOG.	1 Praxis				
	2 Praxis				
	3 Objetivos				
	4 Programación				
SENTIDO ASIGNATURA	5 Orientación				
	6 *Mat. escolar como...*				
	7 Finalidad				
CONCEPCIÓN APRENDIZAJE	8 Aprendizaje				
	9 Procesos				
	10 Procesos				
	11Agrupamiento				
	12 Dinamizador				
	13 Aptitud				
	14 Actitud				
PAPEL ALUMNO	15 Participación diseño didáctico				
	16 Clave transferencia EA				
	17 Qué hace				
	18 Qué hace				
	19 Qué hace				
PAPEL PROFESOR	20 Qué hace				
	21 Cómo hace				
	22 Qué hace				
	23 Justificación de				
	24 Cordinación				

Anexo 5: Resultados de la discusión sobre el Conocimiento Profesional Deseable del maestro de primaria respecto a matemáticas

Las características *que debe poseer* un maestro son:

En cuanto a conocimientos:

✓ Conocimiento *de* matemáticas (Ball, 1990):

- ¿Qué conocimiento matemático es necesario?: Relativo al contenido matemático escolar de primaria, pero éste no es suficiente. No podemos concretar qué conocimiento matemático es el que debe tener un maestro. De entrada de geometría, porque es una carencia que encontramos, pero no sabemos concretar sobre qué de geometría. Por otro lado, en la parte de aritmética, tampoco sabemos sobre qué concretamente. Por ejemplo, para la decena, nos parece importante tener conocimiento de otras bases. Sí se ve la necesidad de tener más conocimiento matemático del que se posee, pues notamos que el conocimiento matemático que posemos es insuficiente para la enseñanza en primaria.
  Discrepamos sobre si aparte de la geometría, no hace falta ampliar mucho más el conocimiento de matemáticas del maestro respecto al de primaria, quizás al de secundaria obligatoria. En lo que sí hace falta estamos de acuerdo es en tener una buena formación didáctica.
- ¿Para qué sirve ese conocimiento matemático? (Justificación de su necesidad):
  - Para tomar decisiones curriculares (para qué tiene sentido trabajar los contenidos con los niños, qué conceptos hay detrás de los "preconceptos "que se trabajan en primaria) y no tener que "entregarnos" al libro de texto y trabajar sin significado.
  - Para poder realizar actividades que nos parecen interesantes, sobre todo con una metodología no "tradicional", pero para las que nos falta conocimiento de contenido. Para sacarles mayor partido.
  - Para poder enlazar unas actividades y conceptos con otras. Para saber cómo tenemos que continuar el aprendizaje a partir de lo que ya iniciamos con los niños.
  - Para comprender el por qué de las cosas, la utilidad del contenido matemático para la vida del niño.
  - Para dar sentido a lo que enseñamos, pero ahora no para conocer su utilidad en la vida diaria, sino para tener el horizonte un poco más lejos, para saber por dónde sigue el camino.
  - Para no caer en errores en la enseñanza, para estar pendiente en la enseñanza debes estar seguro en el contenido.

✓ Conocimiento *sobre* matemáticas (Ball, 1990): es el que nos permite, por ejemplo, validar una conjetura que previamente (por nuestro conocimiento *de* matemáticas) no sabemos si es cierta o no. No sabíamos de su existencia y no tenemos apenas conocimiento de este tipo. Lo consideramos necesario para el maestro de primaria. Nos parece útil, por ejemplo, para validar las conjeturas que puedan hacer nuestros alumnos y si la corrección de las "demostraciones" de éstos.

- ✓ Conocimiento de metodología (de didáctica de la matemática): hablamos de *conocer nuevas tendencias que orienten* y *tener conocimientos específicos sobre metodología*. Entre otras cosas, ayuda en la atención a los distintos niveles de los alumnos.

- ✓ Conocimiento de niveles de aprendizaje de los alumnos: para saber dónde se sitúa cada niño y hasta dónde puede llegar.

En cuanto a actitudes:
- ✓ "Inquietudes" tanto profesionales como personales, y tener la idea de que no hay nada que esté acabado, sino que podemos seguir aprendiendo y teniendo más cosas.
- ✓ Actitudes:
- Tener presentes la diversidad de los alumnos y aceptarlo como parte de tu trabajo.
- Actitud abierta (disposición a aprender de todo lo que nos rodea y de todos).
- Actitud crítica ante la propia actuación y la de otros compañeros.
- Actitud flexible, de adaptarse a los compañeros, al centro, a los niños.
- Sensibilidad a las relaciones personales con los niños y respetarlos y hacerles sentir que son considerados en el proceso de enseñanza.
- Valorar la originalidad, la diversidad, el trabajo en grupo...

En cuanto a "visión de la matemática escolar y su enseñanza:
- ✓ Visión adecuada, "en la línea de la resolución de problemas", porque esto posibilita un cambio metodológico.

En cuanto a capacidades:
- ✓ Habilidad para adaptarse a la situación del aula, del centro, ...
- ✓ Ser capaz de motivar
- ✓ Ser capaz de liderar y colaborar

El orden de importancia de estas características: no hay acuerdo en este punto, distinguiéndose dos posturas (de más a menos importante):
→ Conocimiento matemático, conocimiento didáctico, inquietudes y actitudes. Muy importante dentro de las actitudes la atención a los diferentes niveles de los alumnos y a la diversidad.
→ Inquietudes, formación didáctica, formación matemática, y actitudes.

<u>Otras cuestiones que surgieron en la discusión:</u>
- ❑ Qué sabemos de contenido matemático:

Principalmente el conocimiento de contenido matemático se limita a los contenidos de primaria.
El conocimiento de matemáticas de una de nosotras está constituido por algo más que los contenidos de primaria. Además de éstos por algunos de secundaria (raíces cuadradas, repartos proporcionales, ecuaciones de segundo grado y problemas de geometría, de prismas y de pirámides).

- ❑ Qué carencias detectamos en nuestro conocimiento profesional:
- No tenemos formación ninguna en conocimiento matemático relativo a Geometría.
- No sabemos para qué sirve la geometría.

- En los números tenemos claro lo que tenemos que enseñar y nos fallan las estrategias para enseñarlo. En la geometría nos fallan los dos aspectos.
- Conocimiento *sobre* matemáticas.

- Qué recuerdos tenemos de nuestra experiencia con las matemáticas en nuestra etapa escolar:
- Actitudes hacia la matemática (originadas en nuestra etapa de enseñanza secundaria) muy negativa.
- Conocimientos matemáticos que adquirimos: sobre todo de contenido numérico pero no un buen conocimiento. Aprendizaje memorístico. La geometría con fórmulas y el resto de memoria.
- También tenemos, por lo general, malos recuerdos de la matemática en la escuela.

- Qué contenidos matemáticos hemos trabajado como maestras:
- Mayoritariamente operaciones básicas.

- Qué nos ha aportado la experiencia docente:
- Matemáticas y, sobre todo, a dotar de significado al contenido matemático de primaria, los por qué.
- También se olvidan cosas que no usas y puedes viciar los significados de algunos términos porque te contentas con una primera interpretación, y después lo sigues repitiendo.

Anexo 6: Unidad didáctica sobre polígonos

Punto de partida: Objetivos y contenidos del trabajo realizado en el curso anterior

OBJETIVOS DEL BLOQUE DE POLÍGONOS. CURSO 4º, 1999/2000

1. Distinguir polígonos de otras figuras geométricas, justificando la correspondiente inclusión o exclusión de cada figura en el conjunto de los polígonos.
2. Definir la idea de polígono y enumerar sus elementos: lados, vértices y ángulos.
3. Dibujar y analizar distintos triángulos, recoger las observaciones en tablas, clasificar los triángulos según lados y ángulos.
4. Aprender a usar correctamente instrumentos de medida de ángulos: plantillas, transportador.
5. Dibujar y analizar distintos cuadriláteros, recoger las observaciones en tablas, clasificar los cuadriláteros: paralelogramos, trapecios y trapezoides.
6. Recoger por escrito las conclusiones obtenidas después de las actividades.
7. Adquirir la noción de perímetro y calcularlo.
8. Compartir aprendizajes.

CONTENIDOS DEL BLOQUE DE POLÍGONOS. CURSO 4º, 1999/2000

1. Idea de polígono y sus elementos: lados, vértices y ángulos.
2. Definición de polígono (ordenada, concreta y precisa): construcción y definición.
3. Justificación de las opiniones.
4. Uso de experiencias y aprendizajes para realizar otros nuevos.
5. Criterios para dibujar triángulos distintos.
6. Clases de triángulos: acutángulo, rectángulo y obtusángulo; escaleno, isósceles y equilátero.
7. Medida de los ángulos de un triángulo ($\sum = 180°$).
8. Afianzamiento de la idea de ángulo.
9. Estrategias diversas para comprobar/demostrar/argumentar resultados generales relativos a medidas de ángulos.
10. Reflexión sobre los contenidos (incluyendo las estrategias empleadas).
11. Uso correcto del transportador.
12. Medida de ángulos y uso de notación correcta.
13. Identificación y elementos de los cuadriláteros (lados, vértices y ángulos).
14. Criterios para clasificar cuadriláteros. Valoración de los distintos puntos de vista (longitud de los lados, ejes de simetría).
15. Desarrollo de capacidades de observación, deducción y expresión.
16. Reflexión y concienciación del proceso de deducción propio o de otro compañero. Crítica sobre la lógica de las deducciones propias y ajenas.
17. Idea y cálculo del perímetro.

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Seleccionamos y presentamos aquellos objetivos del tercer ciclo de Primaria y generales de la etapa a los que contribuye esta el trabajo diseñado en esta unidad.

GENERALES DE MATEMÁTICAS DE TERCER CICLO

Que se trabajan directamente

1. Reconocer situaciones de su medio habitual en las que existen problemas para cuyo tratamiento se requieran las operaciones elementales de cálculo, formularlos mediante formas sencillas de expresión matemática y resolverlos utilizando los algoritmos correspondientes.
2. Utilizar instrumentos sencillos de cálculo y medida decidiendo, en cada caso, sobre la posible pertinencia y ventajas que implica su uso y sometiendo los resultados a una revisión sistemática.
3. Elaborar y utilizar estrategias personales de estimación, cálculo mental y orientación espacial para la resolución de problemas sencillos, modificándolas si fuera necesario.
4. Utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre situaciones matemáticas, representarlas de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre ellas.
5. Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de actitudes como la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
6. Identificar formas geométricas en su entorno inmediato, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para incrementar su comprensión y desarrollar nuevas posibilidades de acción en dicho entorno[3].

Que se potencian

7. Utilizar el conocimiento matemático para interpretar, valorar y producir informaciones y mensajes sobre fenómenos conocidos.

[3] Este objetivo es frecuentemente considerado a lo largo de la unidad, con la salvedad de la referencia al entorno inmediato; no obstante, entendemos que la redacción puede mantenerse en sentido potencial.

GENERALES DE PRIMARIA (adaptación de lo prescrito)

1. Comprender y producir mensajes orales y escritos, desarrollando el razonamiento lógico verbal y matemático y la creatividad.
2. Utilizar en la resolución de problemas sencillos los procedimientos oportunos para obtener la información pertinente, y representarla mediante códigos, teniendo en cuenta las condiciones necesarias para su solución.
3. Actuar con autonomía en las actividades habituales y en las relaciones de grupo, desarrollando las posibilidades de tomar iniciativas y de establecer relaciones afectivas.
4. Valorar la necesidad de trabajar de modo conjunto y coordinado para lograr un objetivo común.
5. Potenciar una paulatina toma de conciencia del conocimiento y de los procesos cognitivos personales.

A continuación, presentamos los objetivos didácticos de la unidad, relacionados con los generales de Primaria y del tercer ciclo de ésta mencionados anteriormente.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS	**OBJETIVOS MATEMÁT. 3º CICLO**	**OBJETIVOS GENERALES PRIMARIA**
1. Reconocer formas planas.	6	
2. Describir formas planas utilizando el vocabulario geométrico adecuado.	5,7	1
3. Clasificar formas planas utilizando 1 o 2 criterios, empleando tablas de doble entrada.	4,6	1
4. Identificar y clasificar ángulos por comparación con el ángulo recto, con independencia de la posición.	2	1
5. Reconocer elementos básicos y características distintivas de los triángulos y de los polígonos regulares.	6	
6. Construir y representar figuras planas.	2,7	
7. Estimar longitudes y amplitud de ángulos.	3	
8. Realizar investigaciones sencillas sobre elementos básicos de las figuras planas, siguiendo un procedimiento dado.	6	2
9. Tomar conciencia del conocimiento personal sobre polígonos.	7	5
10. Valorar la cooperación entre compañeros por su contribución a la creatividad y mejora del aprendizaje		4

geométrico.		
11. Desarrollar estrategias para dibujar y obtener con facilidad figuras según determinadas condiciones.	3	
12. Ampliar la diversidad de representaciones mentales asociadas a los diferentes tipos de figuras planas que se estudian, no añadiendo restricciones que no provengan de las propias definiciones.		5
13. Aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de situaciones problemáticas.	1	2
14. Distinguir datos relevantes y superfluos en los problemas.	7	1,5
15. Observar y comparar formas geométricas planas, analizando sus características y extrayendo conclusiones, formulando eventualmente conjeturas.	4	

Las objetivos que se trabajan en cada una de las actividades se representan en la siguiente tabla:

ACTIVIDAD	**O. DIDÁCTICOS**	**O.MAT.3CICLO**	**O.G. PRIMARIA**
¿Qué recuerdas de los polígonos?	4,6,7,9,12,13	3,7	1,5
Construcción de triángulos - 1	2,4,6,8,10,13,15	2,4,5,6,7	1,2,3,4
Construcción de triángulos - 2	2,6,8,10,15	4,7	1,3,4
Construcción de triángulos - 3	6,7,8,9,10,11,12, 15	2,6,7	2,3,4,5
Polígonos regulares – 1,2,3	1,5,6,7,8,10,11,12, 13,15	3,5,6,7	1,2,3,4,5
Polígonos regulares – 4,5,6	13,14	1,5,6	1,2

Los contenidos se presentan igualmente por actividades o grupos de actividades, diferenciando los tres tipos de contenidos, en la sección siguiente.

CONTENIDOS			
ACTIVIDAD	**CONCEPTOS**	**PROCEDIMIENTOS**	**ACTITUDES**
¿QUÉ RECUERDAS DE POLÍGONOS?	- Idea de polígono y sus elementos: lados, vértices y ángulos. - Clases de ángulos en los polígonos. - Idea de diagonal en polígonos cóncavos y convexos.	- Interpretación de órdenes que contienen uno o dos mensajes a modo de condiciones. - Dibujo de figuras que cumplen una o dos condiciones. - Estimación de medidas: de longitud (lados) y de amplitud (ángulos).	- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Sensibilidad y gusto por la elaboración cuidadosa y limpia de las construcciones geométricas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición.

CONTENIDOS			
ACTIVIDAD	**CONCEPTOS**	**PROCEDIMIENTOS**	**ACTITUDES**
CONSTRUC-CIÓN DE TRIÁNGULOS (1)	- Idea de ángulo. - Amplitud de un ángulo. Clases de ángulos. - Suma de los ángulos de un triángulo. - Clasificación de triángulos por sus ángulos. - Idea de las restricciones que un ángulo dado supone para la elección de los otros dos ángulos de un triángulo.	- Identificación y comprobación de la amplitud de los ángulos por comparación con la del ángulo recto. - Comprobación de todas las combinaciones posibles de ángulos en un triángulo usando plantillas. - Descripción del proceso de comprobación de la amplitud del ángulo suma de los tres ángulos de un triángulo, empleando el vocabulario geométrico adecuado. - Uso de tablas para organizar los datos extraídos de la investigación y observar regularidades. - Aplicación significativa de la suma de ángulos de un triángulo para obtener ternas de ángulos posibles.	- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición, solicitando pistas o ayudas a los compañeros o a la maestra, y utilizando distintas vías de solución. - Valoración del trabajo cooperativo en la investigación. - Respeto, aprecio e interés por conocer las estrategias de resolución de problemas empleadas por otros compañeros. - Valoración de los materiales como facilitadores de las tareas. - Interés y gusto por investigar propiedades matemáticas. - Respeto de las normas básicas para una buena puesta en común de las ideas de los grupos (respetar el turno de palabra; estar atento a las ideas de los compañeros, contrastándolas con las propias;...).

CONTENIDOS			
ACTIVIDAD	**CONCEPTOS**	**PROCEDIMIENTOS**	**ACTITUDES**
CONSTRUC-CIÓN DE TRIÁNGULOS (2)	- Clasificación de triángulos por sus lados. - Clasificación de triángulos por sus ángulos. - Relación entre los lados de un triángulo (desigualdad triangular).	- Construcción de triángulos con geotiras. - Comprobación de la desigualdad triangular con las geotiras. - Formulación de conjeturas a partir de casos particulares. - Descripción de las conclusiones relativas a las condiciones que han de cumplir los lados (geotiras) para poder (o no) construir un triángulo. - Uso de tablas para organizar los datos extraídos de la investigación, observación de regularidades e interpretación.	- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición, solicitando pistas o ayudas a los compañeros o a la maestra, y utilizando distintas vías de solución. - Valoración del trabajo cooperativo en la investigación. - Valoración de los materiales como facilitadores de las tareas. - Interés y gusto por investigar propiedades matemáticas. - Respeto de las normas básicas para una buena puesta en común de las ideas de los grupos (respetar el turno de palabra; estar atento a las ideas de los compañeros, contrastándolas con las propias;...).

CONTENIDOS			
ACTIVIDAD	**CONCEPTOS**	**PROCEDIMIENTOS**	**ACTITUDES**
CONSTRUC-CIÓN DE TRIÁNGULOS (3)	- Clasificación de triángulos por sus lados. - Clasificación de triángulos por sus ángulos. - Combinación de las clasificaciones de triángulos por lados y por ángulos.	- Dibujo de triángulos atendiendo a dos condiciones, empleando una cuadrícula. - Descripción de conclusiones relativas a las posibilidades e imposibilidades de formar grupos de triángulos cumpliendo simultáneamente una condición relativa a los lados y otra relativa a los ángulos. - Observación de los dibujos en la cuadrícula, empleándola como tabla que organiza y representa los datos, para extraer conclusiones. - Estrategias para dibujar y obtener con facilidad figuras según determinadas condiciones.	- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Sensibilidad y gusto por la elaboración cuidadosa y limpia de las construcciones geométricas. - Rigor en la descripción y representación de formas geométricas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición, solicitando pistas o ayudas a los compañeros o a la maestra, y utilizando distintas vías de solución. - Valoración del trabajo cooperativo en la investigación. - Respeto de las normas básicas para una buena puesta en común de las ideas de los grupos (respetar el turno de palabra; estar atento a las ideas de los compañeros, contrastándolas con las propias;...).

CONTENIDOS			
ACTIVIDAD	**CONCEPTOS**	**PROCEDIMIENTOS**	**ACTITUDES**
POLÍGONOS REGULARES (1, 2 y 3)	- Elementos de los polígonos: lados, vértices, ángulos, diagonales y ejes de simetría. - Polígonos equiláteros, equiángulos y regulares. - Equivalencia de la igualdad de lados y ángulos de un triángulo. - Independencia de la igualdad de lados y ángulos en polígonos de más de 3 lados. - Simetría de los polígonos regulares. - Disociación del carácter de irregular de la ausencia de simetría. - Triángulos isósceles que aparecen al descomponer los polígonos regulares en triángulos centrales.[4]	- Comprensión y uso del vocabulario geométrico adecuado. - Construcción con geotiras y dibujo de polígonos a partir de determinadas condiciones. - Búsqueda de ejes de simetría con ayuda del espejo. - Interpretación de órdenes escritas con grado creciente de complejidad. - Observación de datos para extraer regularidades. - Uso de los ejemplos para la comprobación o la refutación de conjeturas.	- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición, solicitando pistas o ayudas a los compañeros o a la maestra, y utilizando distintas vías de solución. - Valoración del trabajo cooperativo en la investigación. - Valoración de los materiales como facilitadores de las tareas. - Interés y gusto por investigar propiedades matemáticas. - Respeto de las normas básicas para una buena puesta en común de las ideas de los grupos (respetar el turno de palabra; estar atento a las ideas de los compañeros, contrastándolas con las propias;...).

[4] En lo relativo a este contenido, la actividad se dirigió fundamentalmente al proceso en sí mismo, y, por consiguiente, se concibió como acercamiento a este resultado, no a su adquisición.

CONTENIDOS			
ACTIVIDAD	**CONCEPTOS**	**PROCEDIMIENTOS**	**ACTITUDES**
POLÍGONOS REGULARES (4, 5 y 6)	- Perímetro de un polígono.	- Cálculo del perímetro de un polígono equilátero. - Comprensión de problemas matemáticos con enunciado verbal con distintas partes. - Interpretación de los datos de un problema, incluyendo definiciones geométricas. - Indagación en la suficiencia, redundancia o abundancia del conjunto de datos de un problema. - Uso de estrategias de resolución de problemas: • Utilización de representaciones gráficas. • Representación mental de la situación. • Descomposición del problema en partes. - Aplicación de las fases de comprensión, planificación-exploración, ejecución, verificación y comunicación del proceso seguido en la resolución de problemas.	- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición, solicitando pistas o ayudas a los compañeros o a la maestra, y utilizando distintas vías de solución. - Respeto, aprecio e interés por conocer las estrategias de resolución de problemas empleadas por otros compañeros. - Interés y gusto por resolver problemas. - Aprecio de la utilidad de las propiedades de las figuras geométricas planas para conocer nuestro entorno y actuar en él. - Respeto de las normas básicas para una buena puesta en común de las ideas de los grupos (respetar el turno de palabra; estar atento a las ideas de los compañeros, contrastándolas con las propias;...).

CONTENIDOS		
CONCEPTOS	**PROCEDIMIENTOS**	**ACTITUDES**
		- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Sensibilidad y gusto por la elaboración cuidadosa y limpia de las construcciones geométricas. - Rigor en la descripción y representación de formas geométricas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición, solicitando pistas o ayudas a los compañeros o a la maestra, y utilizando distintas vías de solución. - Valoración del trabajo cooperativo en la investigación. - Respeto, aprecio e interés por conocer las estrategias de resolución de problemas empleadas por otros compañeros. - Valoración de los materiales como facilitadores de las tareas. - Aprecio de la utilidad de las propiedades de las figuras geométricas planas para conocer nuestro entorno y actuar en él. - Interés y gusto por investigar propiedades matemáticas y por resolver problemas. - Respeto de las normas básicas para una buena puesta en común de las ideas de los

		grupos (respetar el turno de palabra; estar atento a las ideas de los compañeros, contrastándolas con las propias;...).

Presentamos a continuación las actividades diseñadas. Se muestran exactamente tal y como han sido presentadas a los alumnos.

Notas:

- La trama de puntos a la que se alude en la actividad de evaluación inicial es una trama de puntos rectangular, con la que los alumnos ya se familiarizaron el curso anterior.
- En la actividad 2 de *construcción de triángulos* se entrega a cada grupo de alumnos un grupo de geotiras (tiras de plástico resistente con varios agujeros que permiten enlazarlas entre sí) elegidas previamente por la maestra de modo que se puedan construir los tres tipos de triángulos según sus lados y, a la vez, haya combinaciones de tres tiras que no permitan la construcción de triángulos. En la actividad 1 de *polígonos regulares* se deja que los alumnos elijan las geotiras que estimen adecuadas.

Actividad de evaluación inicial

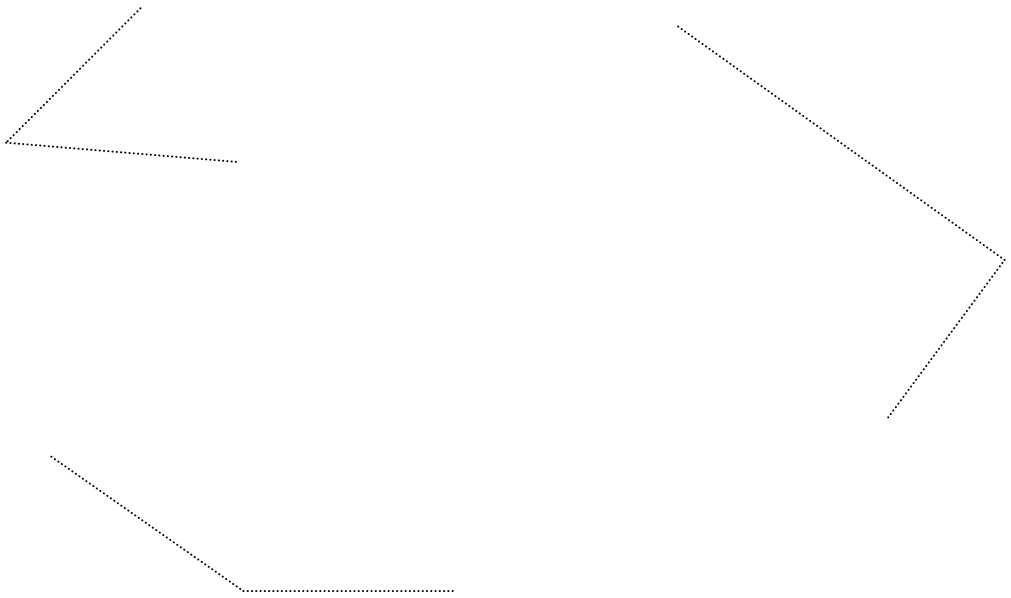
¿QUÉ RECUERDAS DE LOS POLÍGONOS?

Dibuja sobre la trama de puntos distintas figuras siguiendo las indicaciones. En cada caso dibuja varios ejemplos (con distinto número de lados), siempre que sea posible.

1. Polígonos con el mínimo número de lados.
2. Polígonos con todos los lados iguales.
3. Polígonos con algunos lados iguales.
4. Polígonos con todos los ángulos iguales.
5. Polígonos con algunos ángulos iguales.
6. Polígonos con algunos lados iguales y todos sus ángulos desiguales.
7. Polígonos con 2 ángulos rectos.
8. Polígonos con 1 ángulo recto.
9. Polígonos que tengan ángulos que midan 90° o menos de 90°.
10. Polígonos que tengan uno o más ángulos que midan más de 180°.
11. Polígonos que tengan sólo 2 diagonales.
12. Polígonos que no tengan diagonales.
13. Polígonos que tengan diagonales por fuera.
14. Figuras que no sean polígonos.

CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS

1. a) Las plantillas siguientes representan diversos ángulos. Puedes prolongar o reducir los lados todo lo que quieras. Con cada plantilla forma varios triángulos.



b) Di si se puede construir un triángulo en cada caso. Piensa y responde sí o no y luego comprueba (usa el reverso de la hoja para tus dibujos):

Ángulos	3 rectos	2 rectos 1 agudo	2 rectos 1 obtuso	1 recto 2 agudos	1 recto 2 obtusos	1 recto 1 agudo 1 obtuso	3 agudos	2 agudos 1 obtuso	3 obtusos	2 obtusos 1 agudo
Sí/no										
Comprueba										

Observa los resultados y contesta:

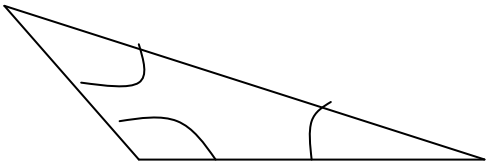
¿Cuántos ángulos rectos tendrá un triángulo como máximo? ¿Y como mínimo?

¿Cuántos agudos, como máximo? ¿Y como mínimo?

¿Cuántos obtusos, como máximo? ¿Y como mínimo?

c) ¿Cuánto han de sumar los ángulos de un triángulo?

Describe los pasos que dimos en 4º para comprobarlo:



d) Calcula la medida de los ángulos que faltan en cada caso:

d1) 40°, 80°,__ d2) 100°, 70°,__ d3) 90°, 90°,__

d4) 60°, 60°,__ d5) 120°, 70°,__ d6) 40°, 40°,__

d7) 90°,__,__ d8) 75°,__,__

d9) 200°,__,__ d10) 145°,__,__

Escribe el nombre de los tipos de triángulos que han salido según sus ángulos.

d1	**d2**	**d3**	**d4**	**d5**	**d6**	**d7**	**d8**	**d9**	**d10**

e) ¿Puedes formar un triángulo combinando dos de los ángulos de 1.a? ¿Y con los tres? Explica tus respuestas. Ayúdate de las plantillas dibujadas en los acetatos.

2. a) Forma todos los triángulos que puedas con las geotiras dadas. Anota en cada caso las tiras utilizadas en todas las combinaciones, tanto si te sale triángulo como si no, y escribe el nombre del triángulo obtenido.

TIRAS EMPLEADAS	SALE TRIÁNGULO(S/N)	TIPO DE TRIÁNGULO

b) Pide dos tiras a tu compañero y elige tú una tercera tira para que se forme un triángulo, y otra tira para que no se pueda formar. Explica por qué en algunos casos no puedes construir triángulos.

c) ¿Qué condición han de cumplir los lados para poder construir un triángulo?

3. Completa la siguiente tabla con dibujos:

	Escaleno	**Isósceles**	**Equilátero**
ACUTÁNGULO			
RECTÁNGULO			

OBTUSÁNGULO																																	

Los ángulos de un triángulo escaleno pueden ser_____

Los ángulos de un triángulo isósceles pueden ser_____

Los ángulos de un triángulo equilátero pueden ser_____

Los lados de un triángulo acutángulo pueden ser_____

Los lados de un triángulo rectángulo pueden ser_____

Los lados de un triángulo obtusángulo pueden ser_____

Escribe a continuación cualquier otra propiedad que hayas observado.

POLÍGONOS REGULARES

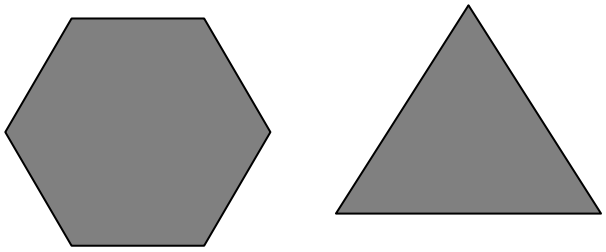
1. Forma con las geotiras y dibuja polígonos con todos sus lados iguales.

3 lados	4 lados
5 lados	6 lados

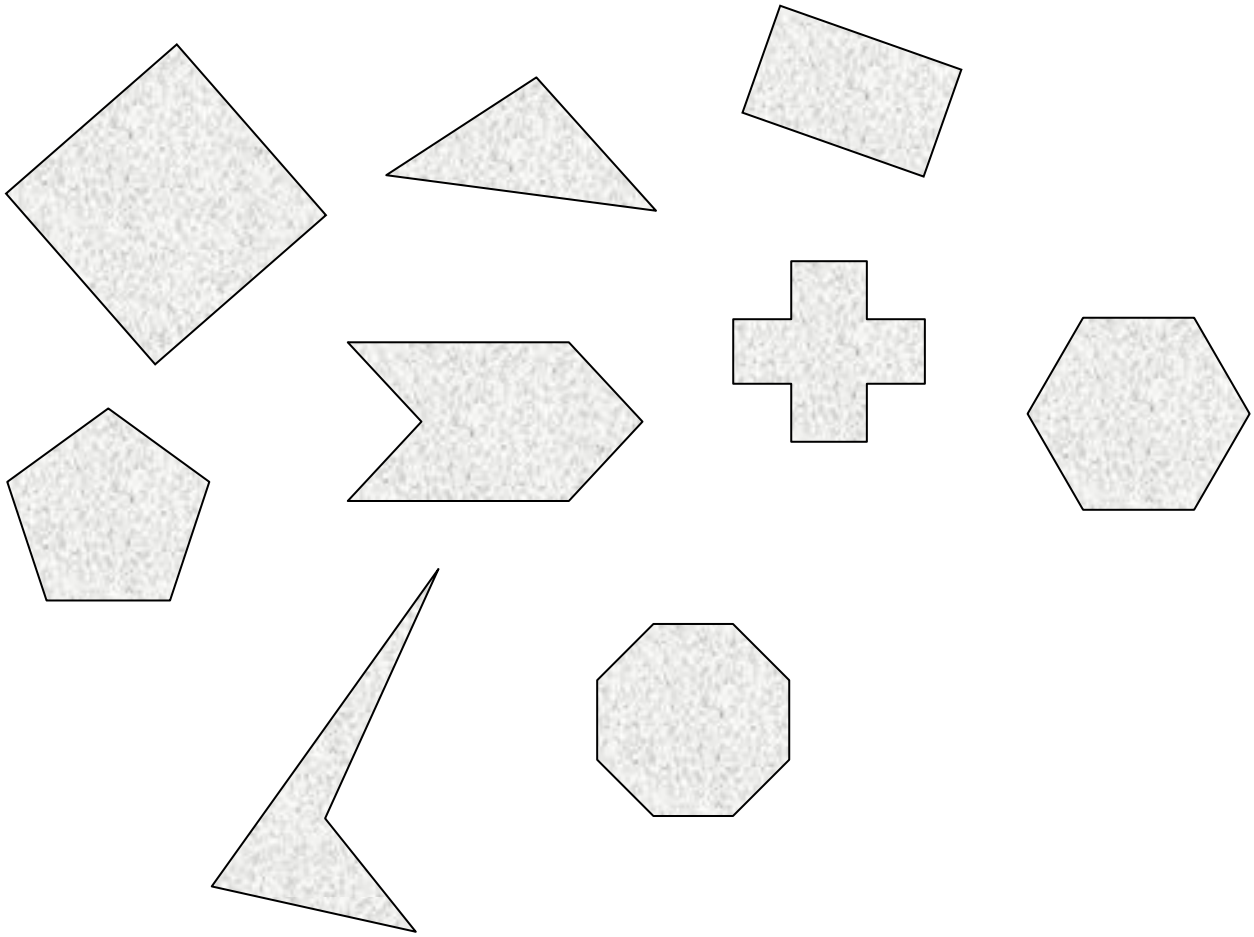
¿Qué ocurre con los triángulos? ¿Y con los demás polígonos?

2. Dibuja polígonos con todos sus ángulos iguales.

Un polígono <u>regular</u> es el que tiene todos sus <u>lados</u> <u>y</u> todos sus <u>ángulos iguales</u>.



3. A continuación tienes figuras regulares e irregulares. Identifícalas (R = regular; I = irregular).



3.1)

a) Dibuja los ejes de simetría de cada figura.

b) Di si son verdaderos o falsos los siguientes enunciados:

b.1) Un polígono irregular no puede tener ningún eje de simetría. .....

b.2) Los polígonos regulares siempre poseen algún eje de simetría. .....

c) Anota el número de ejes de simetría de cada figura.

d) Expresa diferencias y similitudes entre los polígonos regulares y los irregulares.

3.2)

a) En cada caso, traza todas las diagonales desde uno de los vértices.

b) Analiza qué tipos de triángulos obtienes y di si son verdaderos o falsos los siguientes enunciados:

b.1) En los polígonos irregulares nunca se pueden formar triángulos isósceles. ...

b.2) En los polígonos regulares siempre se forma algún triángulo isósceles. ...

b.3) En los polígonos regulares todos los triángulos que se forman son isósceles.

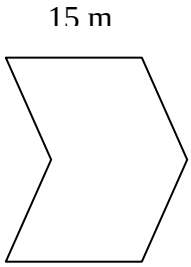
c) Expresa diferencias y similitudes entre los polígonos regulares y los irregulares.

3.3) ¿Encuentras más cosas curiosas?

4. María participa en una maratón en un circuito con forma de heptágono regular, cuyo lado mide 50 m. ¿Cuántos metros recorre si le da tres vueltas al circuito?

   Cada vez que pasa por una esquina, un juez le controla el tiempo. ¿Cuántos controles de tiempo le habrán realizado al finalizar la carrera?

5. Pablo tiene un jardín en forma de hexágono cuyos lados miden todos 15 m de longitud, como el de la figura. ¿Cuánto le costará vallarlo si el metro de valla cuesta 1250 ptas.?



6. ¿Qué información del enunciado del problema 4 no es necesaria para resolverlo?

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE

Susceptibles de ser valorados a través de una prueba escrita:

Serán valorados:

1. Sabe anticipar la posibilidad de construir un triángulo según las medidas de sus lados o de sus ángulos.
2. Sabe diferenciar los elementos de los polígonos: vértices, lados, ángulos, diagonales.
3. Distingue polígonos entre un grupo de figuras.
4. Identifica polígonos según sus características más relevantes (regulares, triángulos según lados y ángulos).
5. Dado el nombre de un polígono, indica sus principales propiedades (regulares, triángulos según lados y ángulos).
6. Ejemplifica definiciones y, en el caso de los polígonos regulares, aporta ejemplos que no se ajustan a ellas.
7. Dadas unas condiciones (una o dos), sabe dibujar y/o construir polígonos.
8. Identifica y clasifica ángulos por comparación con el ángulo recto con independencia de la posición.
9. Diferencia los ejes de simetría de una figura de sus diagonales.
10. Comprende el vocabulario geométrico cuando recibe una orden o información.
11. Usa con soltura el vocabulario geométrico adecuado para describir los polígonos y sus elementos.
12. Extrae diferencias y similitudes entre polígonos regulares e irregulares.
13. Aplica los conocimientos adquiridos para resolver situaciones problemáticas.
14. Distingue datos relevantes e irrelevantes en un problema.
15. Comunica sus ideas con precisión.

No serán valorados:

16. Sabe calcular de manera simplificada el perímetro de un polígono regular.
17. Sabe dar propiedades de los polígonos regulares que no las cumplen los irregulares.
18. Analiza y extrae conclusiones.

No susceptibles de ser valorados a través de una prueba escrita:

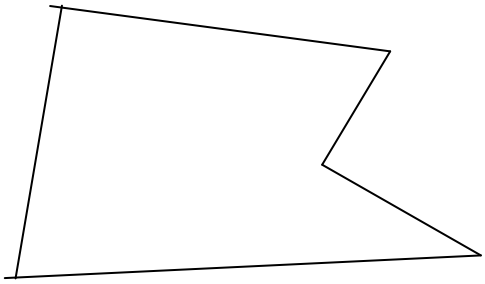
19. Se muestra respetuoso con el trabajo propio y el de los demás.
20. Es perseverante en la resolución de las tareas.
21. Valora la cooperación y el trabajo común.
22. Participa activamente en las discusiones del grupo y en la puesta en común.
23. Usa adecuadamente el material (regla, geotiras, acetatos, espejo, tramas).

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS (I)

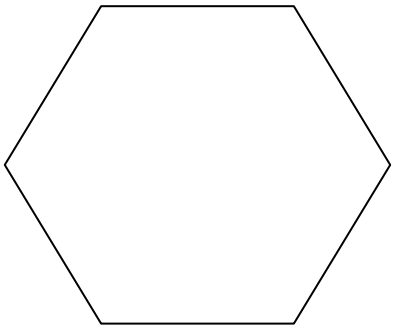
Nombre:.....Fecha:.....Calificación:.....

1. a) Señala los vértices con color rojo, los lados con azul, y los ángulos con verde.

   b) Di de qué tipo es cada uno de los ángulos.



2. Dibuja los ejes de simetría y las diagonales de la siguiente figura. Usa dos colores.



3. Construye una figura con las piezas del tangram teniendo en cuenta las siguientes instrucciones:

   1º Coge el romboide y adosa a uno de sus lados más largos el triángulo isósceles mediano por uno de sus lados iguales, de manera que formes un trapecio.

   2º Adosa al otro lado igual del triángulo anterior un triángulo rectángulo pequeño por su lado más largo.

   3º En la misma dirección, adosa ahora el cuadrado.

   4º Coge el otro triángulo isósceles pequeño y adósalo al cuadrado, de forma que la figura resultante vuelva a ser un trapecio.

5º Apoya sobre el lado mayor del trapecio los dos triángulos triángulos rectángulos mayores.

4. Construye una figura con las piezas del tangram y dibújala. Luego escribe las instrucciones para que otro compañero pueda construirla.

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS (II)

5. A continuación tienes las medidas en cm de varias geotiras: 4, 5, 7, 7, 10, 14.
   a) Elige 3 geotiras que te permitan construir un triángulo.
   b) Elige 3 geotiras que no te permitan construir un triángulo.
6. Dibuja una figura en cada casilla:

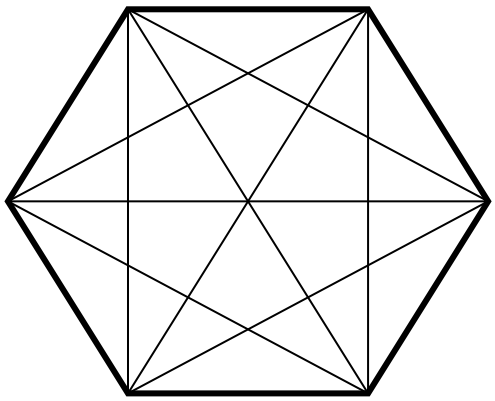
Polígono	No polígono
Cuadrilátero	Polígono no cuadrilátero
Paralelogramo	Cuadrilátero no paralelogramo
Paralelogramo con lados iguales	Paralelogramo con lados desiguales

Paralelogramo con lados y ángulos iguales	Paralelogramo con lados iguales y ángulos desiguales

7. ¿Se puede formar un triángulo con 2 ángulos rectos?

8. a) Investiga qué polígonos con todos sus lados iguales se forman en un exágono regular cuando se trazan sus diagonales.

   b) Di cuáles son regulares.



Anexo 7: Evaluación de la Unidad didáctica

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

CRITERIOS

1. Variables consideradas en el diseño (conocimientos previos e intereses de los alumnos, nivel de madurez, dificultad previsible...).
2. Consecución de objetivos. (Adecuación al nivel de aprendizaje y de madurez de los alumnos)
3. Adecuación de los contenidos, de su secuenciación, de su organización.
4. Adecuación de la metodología. (Adecuación del trabajo individual y en grupo y el tiempo que se le reserva)
5. Adecuación de los recursos.
6. Adecuación de la secuencia temporal prevista.
7. Adecuación de las actividades. (Lenguaje empleado, claridad en presentación, adecuación a varios ritmos de aprendizaje)
8. Implicación del alumnado. (Interés despertado y compromiso)
9. Revisión del papel de la maestra.
10. Contenidos inesperados.
11. Influencia en el clima de la clase.
12. Repercusión en algunos alumnos.
13. Orientación y refuerzo de los aprendizajes.
14. Funcionalidad de los criterios (¿se han considerado contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales?) y estrategias de evaluación de los alumnos (uso de diferentes técnicas e inclusión de autoevaluación de los alumnos).
15. Mejora de la práctica docente.
16. Coordinación con los compañeros[5].
17. Evaluación de los aprendizajes: datos de la evaluación de los alumnos que aporten información sobre la unidad.

PASOS A SEGUIR

18. Revisión de objetivos de la unidad en contraste con los inicialmente previstos.
19. Revisión de los contenidos abordados en la unidad en contraste con los inicialmente previstos.
20. Revisión de las observaciones del papel de la maestra.

[5] En este caso no tiene sentido.