MEMORIA FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

DESARROLLO PROFESIONAL A TRAVÉS DE LA INVESTIGACIÓN COLABORATIVA SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS. USO DE LAS TIC Y GESTIÓN DE LA PARTICIPACIÓN

Coordinadora: Inmaculada Jiménez Cabello, C.E.I.P. *Quinto Centenario*, Huelva

Ref.: 2007-08. PIV-056/06

Proyecto subvencionado por la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (Orden de 15 de mayo de 2006 (B.O.J.A. de 14 de junio de 2006); Resolución del 15 de diciembre de 2006, B.O.J.A. de 9 de enero de 2007)

Miembros del Proyecto:
Josefa Casatejada Martín
Mª José Hidalgo Carranza
Alice Díez Fernández
Rocío Pérez Guzmán
José Carrillo Yáñez
Nuria Climent Rodríguez
Mª Cinta Muñoz-Catalán
Águeda González Cabrera
Leticia Sosa Guerrero

ÍNDICE DE LA MEMORIA

I. JUSTIFICACIÓN……. 1

II. BASES TEÓRICAS DEL ESTUDIO…… 1

II.1. La resolución de problemas como metodología en el aula de matemáticas 2

II.2. El conocimiento profesional del profesor para la enseñanza de la matemática 5

II.2.1. Contenido del conocimiento profesional 6

II.2.2. Naturaleza y modos del conocimiento profesional 8

II.3. Las concepciones del profesor sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática 10

II.4. El desarrollo profesional 11

II.5. La investigación colaborativa 15

II.6. La gestión del profesor de la participación en el aula de matemáticas 19

III. OBJETO DE ESTUDIO …… 21

IV. METODOLOGÍA…….. 25

IV.1. Instrumentos de recogida de información 26

IV.2. Instrumentos de análisis de la información 26

IV.3. Proceso de recogida y análisis de información. Dinámica de trabajo en el grupo. 28

IV.4. Planificación del trabajo: fases y temporalización 31

PRIMER CURSO (06/07) 31

SEGUNDO CURSO (07/08) 32

V. ACTIVIDADES REALIZADAS ……. 33

V.1. Fases finales del proyecto 33

PRIMER CURSO (06/07) 33

SEGUNDO CURSO (07/08) 35

V.2. Descripción general de las fases del primer año 36

V.3. Grado de consecución de las fases del 2008 36

V.3.1. Fase 1: Acercamiento teórico-práctico 36

V.3.2. Fase 2: Diseño, puesta en práctica y análisis de la unidad adaptada a alumnos con necesidades educativas especiales 38

V.3.2.1. Descripción del contexto 38
V.3.2.1.1. Descripción del centro 38
V.3.2.1.2. Descripción del grupo de alumnos 39
V.3.2.1.3. Características de la maestra 40
V.3.2.2. Descripción de las fases del diseño y breve resumen 40
V.3.2.3. Programación de la unidad 40
V.3.2.4. Descripción de la actividad 40
V.3.2.5. Descripción detallada de la sesión 44
V.3.2.6. Análisis de la sesión 50
V.3.2.6.1. Análisis de episodios de buena práctica 50
V.3.2.6.1.1. Justificación de la selección de episodios 50
V.3.2.6.1.2. Análisis por episodios con el instrumento METE 50
V.3.2.6.1.3. Análisis de la gestión de la participación 53
V.3.2.6.2. Análisis global de la sesión 54
V.3.2.6.2.1. Desde el punto de vista del contenido matemático 54
V.3.2.6.2.2. Desde el punto de vista de la resolución de problemas 54
V.3.2.6.2.3. Papel de la maestra 54
V.3.2.6.2.4. Discusión sobre la adecuación del diseño al grupo 55
V.3.3. Fase 3: Diseño de una actividad geométrica TIC para primaria 55
V.3.4. Fase 4: edición de resultados y preparación para su difusión 58
V.3.4.1. II Jornadas de la Investigación/Innovación educativa en Didácticas específicas a la actividad empresarial (Universidad de Huelva) 58
V.3.4.2. XII Congreso de Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas 61
V.3.4.3. I Jornadas de Investigación e Innovación Educativa 61
V.3.4.4. Otras actividades 62
VI. RESULTADOS OBTENIDOS Y MATERIAL ELABORADO …… 68
VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS…….. 75
VIII. ANEXOS…….. 83
ANEXO I: Instrumento de análisis de la gestión de la participación 83

ANEXO II: Instrumento de análisis de la práctica adaptado del proyecto METE 84

ANEXO III: Programación de la unidad didáctica adaptada a alumnos con necesidades educativas especiales 87

ANEXO IV: Actividad TIC sobre geometría: ¡A ver cómo te las compones! (Ver documento adjunto)

ANEXO V: Análisis de softwares educativos matemáticos 98

IX. JUSTIFICACIÓN DE GASTOS …… 104

I. JUSTIFICACIÓN

Desde hace varios años, venimos encauzando nuestra preocupación por el desarrollo profesional y la mejora de la práctica educativa a través de la participación en proyectos de investigación y grupos de trabajo del CEP. Pensamos que la actividad matemática más genuina es la resolución de problemas y por ello concedemos un papel relevante en la enseñanza de las matemáticas a cualquier metodología organizada en torno al planteamiento y resolución de problemas.

En este periodo es de destacar la apuesta de la Administración educativa andaluza por la innovación docente del profesorado, a través del empleo de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC). Dicha apuesta se ve ahora reflejada en la Ley Orgánica de Educación. Hemos abordado el reto que supone la implantación de las TIC desde un enfoque problemático de la enseñanza de las matemáticas, anteriormente mencionado.

Otra preocupación actual en la enseñanza es la atención a la diversidad (social, cultural y cognitiva). En nuestro trabajo nos hemos centrado en el papel que desempeña el profesor como gestor de la participación equitativa del alumnado en las actividades del aula de matemática.

Como describíamos en nuestro proyecto inicial, el origen del trabajo realizado se remonta a la convocatoria de 1999 de proyectos de investigación educativa de la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía. Acogido a dicha convocatoria, parte de los componentes del equipo de trabajo, abordó el Proyecto de investigación Desarrollo profesional a través de la investigación colaborativa sobre resolución de problemas (PIV 098/99).

Desde ese momento, el grupo ha seguido trabajando hasta la actualidad con incorporaciones de nuevos componentes y focos de interés en torno a la enseñanza de la matemática en Primaria desde la perspectiva de la resolución de problemas, reconocido como grupo de trabajo y subgrupo dentro del grupo de investigación DESYM de la Universidad de Huelva (Código HUM168). En el proyecto inicial describíamos con detalle los antecedentes de nuestro trabajo.

La composición actual del grupo de trabajo, al que denominamos PIC (proyecto de investigación colaborativa), es: dos maestras de Primaria, una maestra de Infantil, una profesora de Matemáticas de Secundaria, tres formadores de profesores-investigadores del área de Didáctica de la matemática, dos investigadoras del área (una de ellas, profesora de Secundaria y actualmente inspectora de Educación) y un estudiante para maestro (una de ellas con sus estudios finalizados el curso pasado).

II. BASES TEÓRICAS DEL ESTUDIO

Los pilares teóricos de nuestro proyecto giran en torno a la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas (3.1), el desarrollo profesional del profesor respecto de

la enseñanza de la matemática (3.4), lo que se relaciona con el conocimiento profesional que debe tener el profesor (3.2) y sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (3.3), la investigación colaborativa (3.5) y la gestión del profesor de la participación en el aula de matemáticas (3.6).

II.1. La resolución de problemas como metodología en el aula de matemáticas

Con mayor o menor énfasis, desde la LOGSE se ha venido dando al papel de la resolución de problemas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas una gran importancia. La enseñanza basada en la memoria y la repetición, aunque aún muy presente en nuestras aulas, corresponde en realidad a concepciones sobre la matemática y su enseñanza ya obsoletas:

> *La matemática se concibe como un conocimiento sometido a una revisión constante que depende del contexto social, cultural y científico, lo que hace que la veracidad de sus resultados y procedimientos sea relativa…*
>
> *El fin que persigue la creación del conocimiento matemático es el desarrollo de las capacidades intelectuales del ser humano, quedando la evolución de la matemática, por tanto, subyugada al progreso humano.*
>
> *Desde una perspectiva dinámica, la matemática se concibe como campo de creación continua, teniendo como principal impulsor la resolución de problemas. El conocimiento matemático se construye, bajo un punto de vista antropológico, por interacción social, para dar respuesta a los problemas sociales, culturales, económicos,..., empleando para su validación una combinación de procesos inductivos y deductivos siguiendo el esquema de Lakatos (conjeturas, pruebas y refutaciones).*
>
> (Carrillo, 1998, p. 73)

Es esta visión dinámica de la matemática la que nos permite aproximar mejor la complejidad del proceso de aprender matemáticas, al dar cabida a consideraciones sociales y culturales que explican, por un lado, la influencia del grupo en el aprendizaje individual (perspectiva constructivista psico-social del aprendizaje), y por otro la concepción del aprendizaje como patrimonio del grupo (perspectiva constructivista social del aprendizaje). En esta visión desempeña un papel relevante la resolución de problemas, como indica la cita anterior, pues se considera que la generación de conocimiento matemático se efectúa a partir del planteamiento y abordaje de problemas.

No faltan tampoco recomendaciones desde una perspectiva más general, como las de Carl (1989), expresando la posición del *National Council of Supervisors of Mathematics* de EE.UU., que nombra doce componentes como esenciales en matemáticas para el s. XXI, en las que los alumnos deben ser competentes para facilitar posteriores estudios y una vida adulta responsable. Estas componentes son: Comunicación de ideas matemáticas, Razonamiento matemático, Aplicación de las matemáticas a las situaciones cotidianas, Comprobación de la razonabilidad de los resultados, Estimación, Destrezas apropiadas de

cómputo, Pensamiento algebraico, Medida, Geometría, Estadística, Probabilidad y, la primera de ellas, Resolución de Problemas, con la que se relacionan claramente todas las demás. De ella señala:

> *Aprender a resolver problemas es el principal motivo para estudiar matemáticas. La resolución de problemas es el proceso de aplicar el conocimiento previamente adquirido a las situaciones nuevas y no familiares. Resolver problemas verbales en textos es una forma de resolución de problemas, pero los estudiantes también deberían ser capaces de enfrentarse a problemas sin texto. Las estrategias de resolución de problemas envuelven proponer cuestiones, analizar situaciones, traducir resultados, ilustrar resultados, dibujar diagramas, y usar ensayo y error. Los estudiantes deberían ver soluciones alternativas a problemas; deberían tener la experiencia de problemas con más de una solución.*

El interés por la resolución de problemas continúa vivo entre muchos profesores de los diversos niveles educativos y entre algunos investigadores en educación matemática. El libro editado por Erkki Pehkonen (2001) supone una actualización parcial del artículo de Lester (1994), donde éste venía a hacer un poco de historia de las distintas épocas por las que había atravesado la investigación relacionada con la resolución de problemas desde 1970.

Lester comentaba la existencia de indicios de disminución del interés en este campo por parte de los investigadores, añadiendo que el constructivismo se había convertido en el centro de atención. Por su parte, los autores que participan en Pehkonen (2001) muestran líneas de trabajo en diferentes países en torno a la resolución de problemas, poniendo en evidencia los comentarios de Lester. ¿Qué ha ocurrido? ¿Podemos ver contradicción entre Lester y Pehkonen?

La resolución de problemas, como apuntaba Lester, ha ido cambiando como objeto de la investigación. Hoy día se puede encontrar inmersa en estudios relacionados con el constructivismo y con aspectos socioculturales de la educación matemática, por citar un campo emergente (Planas y Gorgorió, 2001), lo que confirma uno de los comentarios de Lester. Y esto no supone más que un enriquecimiento para la educación matemática, ya que es muestra de que la investigación aborda problemas complejos y, por tanto, más parecidos a los que proceden de la práctica docente. Aspectos metacognitivos, creencias y afectos suelen aparecer también ligados a la resolución de problemas, como en algunos trabajos de Schoenfeld (1992), McLeod (1992), Gómez-Chacón (2002) y Vila y Callejo (2004); así como aspectos relativos al desarrollo profesional, donde se estudian los estilos de resolución de problemas que poseen los profesores (Carrillo, 1998), las concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas en el aula (Contreras, 1999), los obstáculos conceptuales para llevar al aula la resolución de problemas (Guevara y Carrillo, 2000), cómo actúa la resolución de problemas en la formación inicial en la construcción de conocimiento profesional (Carrillo, 2000), etc.

Asimismo, surgen investigaciones que asimilan la inquietud de algunos profesores por hacer resolución de problemas en sus aulas, como puede apreciarse en Climent y Carrillo (2003), investigación que es fruto de un trabajo colaborativo, precursor del que aquí se presenta.

Como sabemos, desde la psicología, la pedagogía, la inteligencia artificial, la filosofía, la propia matemática y la didáctica de la matemática se define lo que es un problema y lo que encierra la actividad de resolución de problemas, existiendo heterogeneidad en las definiciones de los distintos ámbitos del saber e incluso dentro de un mismo ámbito, al tiempo que una frecuente sintonía o similitud parcial[1].

Para los propósitos de este proyecto adoptamos la definición de Carrillo (1998):

> *El concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento.* (p. 87)

La movilización de recursos, la consciencia (metacognición), el enfrentamiento de dificultades (lo que lleva al uso de estrategias heurísticas) y la adecuación de la tarea a las posibilidades del resolutor son aspectos que consideramos esenciales en el contexto educativo.

La Resolución de Problemas deja el camino expedito para que efectivamente actúe la enseñanza de la matemática como amplificadora de los procesos de pensamiento. Lejos de servir de sancionadora de las facultades individuales, lejos de coartar iniciativas y también lejos de los juegos vacíos de contenido, la Resolución de Problemas potencia el desarrollo de las estrategias personales, poniéndolas en su justo sitio, y poniendo en su justo lugar también las matemáticas convencionales. El niño, el alumno no puede acabar de comprender la matemática escolar, menos su aplicabilidad, si no conoce en qué medida le sirve *su* matemática y cuáles son sus limitaciones. No se trata de la obsoleta pretensión de sustituir *una* matemática por *otra*, sino de promover la mejora de la primera, llegando, en algunos casos, a la última; pero esta llegada (o simplemente la mejora mencionada) no puede ser impuesta, ha de ser negociada; el alumno ha de quedar convencido de su uso, no debe cambiar por motivo de la autoridad del maestro. Ésta es una de las facetas de la negociación de contenidos, faceta que supera la más o menos fácil negociación de los temas a trabajar; es una faceta que pone de relieve la conexión entre el conocimiento escolar y el papel del alumno y del maestro. Si el maestro desea acercar el nivel de rendimiento de sus alumnos en las matemáticas escolares a su rendimiento en las matemáticas cotidianas, debe tratar de conectar ambas, actuando la Resolución de Problemas de vehículo de conexión y desarrollo de las capacidades personales.

[1] Véase Carrillo (1998, cap. 3).

Rico (1997, p. 8) escribe, refiriéndose al *punto de vista especulativo* sobre cómo orientar la educación matemática (D'Ambrosio, 1979):

> *La enseñanza no es la meta esencial de esta forma creativa o contemplativa de la educación matemática, lo que es fundamental es lograr una posición favorable a la creación de nuevo conocimiento.*

Dicho logro conlleva una actitud deseable dentro de una visión de la matemática en creación continua, y predispone a los alumnos a expresar ideas no necesariamente convergentes con los tradicionales razonamientos monolíticos. Continúa diciendo:

> *Tarea principal de la educación matemática consiste en proponer estrategias que permitan el desarrollo simultáneo de estos dos objetivos, el primero basado en el concepto de matemática como cuerpo utilitario de técnicas y habilidades, pensado y diseñado para satisfacer necesidades sociales, y el segundo que considera las matemáticas como componentes de un gran cuerpo de modelos del pensamiento y del lenguaje para simular los fenómenos anteriores.*

Esto viene a incidir en la idea de que la matemática debe ser vivida por los alumnos como producto social, no como elucubración de unos pocos, así como un saber que permite modelizar fenómenos de la naturaleza, lo cual engarza perfectamente con la Resolución de Problemas como modelización.

En resumen, entendemos por la resolución de problemas como metodología para el aula de matemáticas que la actividad base de aprendizaje del alumno sea la resolución de situaciones matemáticas problemáticas (situaciones para las que no tienen una respuesta dada). El profesor propone dichas situaciones y apoya la reflexión y el trabajo de los alumnos. Coincidiría con la tendencia didáctica investigativa de las descritas en Carrillo (1998) (para el caso del profesor de matemáticas de Secundaria) y Climent (2005) (para el maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática).

Para nosotros la resolución de problemas no es sólo un vehículo especialmente valioso para la enseñanza de la matemática sino que la matemática que se puede aprender con este vehículo (y otros conocimientos, actitudes y capacidades extramatemáticos) nos hace darle un valor añadido.

II.2. El conocimiento profesional del profesor para la enseñanza de la matemática

Si pensamos en lo deseable (conocimiento profesional deseable) sería lo que el profesor debe saber y saber hacer para la enseñanza de la matemática. No se trata sólo de conocimientos académicos y que pueden enunciarse como proposiciones. Incluye el conocimiento derivado de la experiencia.

De cara a tomar el conocimiento profesional del profesor como uno de los referentes para pensar en nuestro desarrollo (respecto de la enseñanza de la matemática), nos interesa qué conocimiento necesita el profesor, cómo hace uso de él y cómo se genera.

II.2.1. Contenido del conocimiento profesional

En relación con la primera cuestión, hay una larga tradición de investigaciones que se han preocupado por examinar con fines analíticos cuál es el contenido de dicho conocimiento. Entendemos que en la mayoría de los casos, dicha diferenciación (en lo que se han denominado usando, entre otros, el término componentes) no propone esta estructura como modelo de cómo se organiza el conocimiento del profesor, sino como modelo de cómo puede enfocarse (para investigar sobre él o pensar sobre él de cara a su desarrollo).

Una de las contribuciones claves en la concreción del contenido del conocimiento profesional que necesita el profesor para enseñar una materia es la de Lee S. Shulman. A este autor y sus colaboradores se les reconoce haber llamado la atención sobre la especificidad del conocimiento profesional en relación con la materia a enseñar (Sánchez, 1996). En ese sentido, su distinción de una componente referida al conocimiento de contenido de la materia a enseñar y otra componente relativa al conocimiento didáctico del contenido a enseñar ha marcado la forma de abordar y pensar sobre este tema. Estas dos componentes son las más específicas del conocimiento profesional respecto de la materia a enseñar, por lo que centrarán nuestro interés en este proyecto[2].

Está ampliamente aceptado que el conocimiento de contenido (matemático, en nuestro caso) que necesita el profesor es distinto que el que necesita otro profesional o el que se necesita para la vida diaria. No se trata sólo de distintos contenidos sino de un modo distinto de conocer la materia. El conocimiento del profesor, por ejemplo, debe permitirle "ir hacia atrás" desde el conocimiento maduro a discernir cuáles son sus elementos constituyentes (Ball, 2000)[3]. Se trata de un modo de comprensión profunda de los contenidos que está a su vez ligada a la comprensión de su aprendizaje y enseñanza. Para Martín y Porlán (1999, p.125) el conocimiento profesionalizado del contenido no sólo influye en el qué sino también en el cómo enseñar (Marcelo, 1992) y tiene una conexión con el contexto escolar, al proporcionar un criterio de selección de los contenidos (Gil, 1991, 1993).

---

[2] Consideraremos dentro del conocimiento didáctico del contenido el conocimiento sobre materiales manipulativos y software que puedan ayudar a representar ideas matemáticas (incluido para Shulman, 1986, en el *conocimiento curricular*).

[3] En ese sentido se hace referencia a un conocimiento del contenido para su enseñanza (*subject*-matter *knowledge for teaching*) (Ball, 1990b, 2000) o a un *conocimiento profesionalizado del contenido* (Martín y Porlán, 1999; Blanco y Contreras, 2002).

Además, este conocimiento de contenido comprende tanto el conocimiento de los hechos, conceptos y procedimientos matemáticos, las relaciones entre éstos y los significados y principios subyacentes (*conocimiento de matemáticas*), como el conjunto de reglas, de "normas de sintaxis" de las matemáticas, de su naturaleza y cómo evoluciona y se genera (*conocimiento sobre matemáticas)* (Ball, 1989b).

El conocimiento didáctico del contenido, por su parte, se asocia con las formas más útiles de representar los contenidos, las más poderosas analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones, y demostraciones- en una palabra, las formas de representar y formular la materia que la haga comprensible a los demás (Shulman, 1986, p. 9). Se incluye en esta categoría el conocimiento de cómo los aprendices interpretan las matemáticas, cómo piensan los alumnos referido a dominios matemáticos concretos. Esta componente ha recibido una atención especial desde las didácticas específicas, asociándose directamente con su campo de acción (Porlán y Rivero, 1998). Es una componente integradora de otros conocimientos, con mayor grado de elaboración que éstos (Blanco, 1996). En ocasiones se ha identificado con el conocimiento profesional (Bromme, 1994), queriéndose destacar ese estatus diferenciado respecto de las otras componentes.

Aún sabiendo que es un artificio analítico, es difícil establecer la diferencia entre el conocimiento de contenido y didáctico del contenido. Para Ponte y Chapman (2006b) el conocimiento de matemáticas tiene un referente en la disciplina académica de la matemática (uno de los más sofisticados y formalizados campos de pensamiento humano), mientras que el conocimiento sobre la enseñanza de la matemática lo tiene en el dominio del conocimiento profesional (un terreno altamente dependiente de condiciones y valores sociales y educativos en constante evolución, orientaciones curriculares y recursos tecnológicos). En ese sentido el referente del primero es algo más objetivo, pero sobre todo menos cambiante. Esto último conlleva sus problemas a la hora de trabajarlo y evaluarlo con el (estudiante para) profesor. Asumiendo esta diferencia, el desarrollo de los dos parece que debe ir parejo, ¿cómo entender, por ejemplo, el análisis de dificultades, obstáculos y preconcepciones de los alumnos en relación con los contenidos desligado de la profundización en el propio contenido (para su enseñanza)?

La cuestión de cómo hace uso el profesor de su conocimiento sigue siendo casi más problemática que la de qué conocimiento necesita. Con el énfasis en las componentes del conocimiento profesional sigue quedando por definir qué conocimiento permite a un profesor efectivo su buen hacer. Hay una gran parte de ese conocimiento que se queda sin explicar. Parece evidente que el conocimiento de contenido, y didáctico del contenido antes señalados (además de otras componentes más generales) son necesarios, pero no parecen suficientes. ¿Cómo se activan estos conocimientos en situaciones de enseñanza? ¿Cómo se pasa del dominio de estas parcelas de conocimiento a una comprensión de la práctica que permita adaptarse a las situaciones y alumnos concretos?

Por otra parte, las componentes del conocimiento profesional mencionadas, inspiradas básicamente en el trabajo de Shulman, pueden hacernos correr el peligro de fijarnos

sobre todo en la parte más proposicional del conocimiento que necesita el profesor. Como diversos autores han señalado, el modelo de Shulman no recoge suficientemente el conocimiento que viene de la práctica del profesor (Gimeno y Pérez, 1993), parece primar un profesor cuyo papel principal es presentar el conocimiento a sus alumnos de manera adecuada más que un tomador de decisiones (Armento, 1991) y no tiene en cuenta el contexto y la cultura profesional donde se insertan sus prácticas. Ponte y Chapman (2006a, p. 485) señalan que el propio Shulman ha llegado a criticar de su modelo que debería poner más énfasis en lo relativo a la acción, debería incluir lo relativo a los afectos, motivaciones y pasión del profesor, debería poner más atención en el papel de la comunidad de profesores y no sólo en el profesor individual, y su punto de partida debería incluir a estudiantes, comunidad, y currículo, y no sólo conocimiento de contenido (citando a Boaler, 2003).

En nuestro trabajo nos son útiles las componentes diferenciadas y su concreción (Climent, 2005). En dicha concreción estamos alerta a la consideración a aspectos relacionados con el conocimiento experiencial y en la acción del profesor.

II.2.2. Naturaleza y modos del conocimiento profesional

Las principales características que desde la investigación se atribuyen al conocimiento profesional del profesor son:

Situado y contextualizado. El conocimiento profesional del profesor se genera ligado a contextos profesionales y dichos contextos pasan a formar parte de ese conocimiento.

La perspectiva del aprendizaje situado aplicada al conocimiento profesional hace cobrar relevancia a la actividad a través de la cual se aprende a enseñar, formando parte de lo que se aprende y caracterizándolo. El conocimiento es situado y es un producto de la actividad, el contexto y la cultura en que se desarrolla y emplea (Llinares, 1994). El aprendizaje es parte integral de toda práctica (Lave y Wenger, 1991). La comunidad educativa, el entorno donde desarrolla el profesor su labor, es vista como una comunidad de práctica, donde la actividad de sus miembros, entre ellos los profesores, integra su aprendizaje. Se contempla no tanto la faceta individual del aprendizaje y el conocimiento del profesor, sino que se conciben éstos como procesos participados y compartidos socialmente por los miembros de la comunidad. Aprender y conocer constituyen la práctica social (Matos, 2000).

Social. Para Ponte (1994a) todo nuestro conocimiento, incluyendo creencias y concepciones, tiene raíces sociales en nuestra actividad y se conforman por nuestra experiencia. Hay un margen sin embargo para el individuo, que puede ser ampliado por la reflexión consciente. Las acciones específicas son interpretadas en un marco de concepciones existentes actuando en un mundo de experiencia dado que posibilita dar sentido a las situaciones y elegir entre alternativas (p. 202).

Personal**.** El conocimiento profesional del profesor es propio del individuo y diferente del de otro profesor; depende de sus concepciones, valores y actitudes (Blanco, Mellado

y Ruiz, 1995), recoge su experiencia (no sólo docente sino también vital). Es idiosincrásico, característico de cada individuo. No quiere decir esto que no se pueda comunicar a los demás, ni que esté aislado de la sociedad y las circunstancias en las que vive el individuo (Clandinin y Conelly, 1988). Este aspecto pone el énfasis en el elevado margen de individualización que posee, con las características propias que le imprime el profesor.

Dinámico, integrado y complejo**.** Es cambiante, en evolución continua (Elbaz, 1983). El conocimiento del profesor crece a través de las interacciones con los alumnos, las experiencias profesionales... La adquisición de conocimiento es un proceso (Fennema y Franke, 1992).

Integrador de diversos saberes, constituyendo un sistema en el que los elementos son difíciles de aislar.

Parcialmente tácito**.** Puede tener una fuerte componente tácita. El conocimiento práctico común es para Schön (1983, 1987) un conocimiento tácito o *saber desde la acción* (donde nos encontramos con acciones, reconocimientos y juicios que sabemos cómo llevar a cabo espontáneamente; no somos conscientes de haberlos aprendido; fuimos conscientes alguna vez de las comprensiones que conllevan pero han llegado a ser internalizadas en nuestra sensación de la acción misma o, en algunos casos, no fuimos conscientes nunca de ellas; normalmente no somos capaces de describir el saber que nuestra acción revela –Schön, 1992, p.60-). La reflexión desde la acción puede permitir convertir *saber desde la acción* en *conocimiento desde la acción* –o *teoría desde la acción*- (consciente). Este conocimiento tácito se desarrolla sobre todo con la experiencia. Cuanto mayor es el repertorio de casos, expectativas, imágenes y técnicas del profesional, su saber tácito es mayor y más espontáneo. Esto hace más rico su conocimiento profesional, aunque corre el peligro de que se produzca *sobreaprendizaje* (cuando se pierde la capacidad de sorpresa, despreciándose los casos que se salen de las normas y perdiéndose oportunidades de pensar sobre lo que se hace). La reflexión sobre la acción puede ser un correctivo del sobreaprendizaje.

Práctico. El conocimiento del profesor es un conocimiento para la práctica y que se nutre de la misma. Cobra sentido en la acción y la experiencia docente es una de sus fuentes de generación principales. Ahora bien, esa experiencia en sí misma no constituye aprendizaje sino que debe ir acompañada de una reflexión teórica. Con ésta nos referimos al análisis crítico de la experiencia por parte del profesor y al apoyo y la búsqueda de principios más generales que respalden dicho análisis. Tres pilares parecen fundamentales: experiencia, reflexión y respaldo teórico (Carrillo, 1999b).

Si bien puede haber parte del conocimiento del profesor que no se haga explícito en la práctica, sino que permanezca latente y se active en otras situaciones (Carrillo, 1999), el objetivo respecto del desarrollo del profesor es que éste posea un rico conocimiento profesional, de modo que además le sea accesible y útil en las situaciones de enseñanza.

El aprendizaje que el profesor extrae de la práctica puede tomar la forma de imágenes (Clandinin y Conelly, 1988), casos (Shulman, 1986), rutinas y reglas de la práctica

(Leinhardt et al., 1985, 1986 y 1991; Putnam y Leinhardt, 1986; Elbaz, 1983) y teorías prácticas (Azcárate, 1999a). Esta cuestión está asociada al modo en que se genera y se usa el conocimiento profesional por parte del profesor.

Tanto las imágenes como los casos nos hacen pensar en un conocimiento que se recoge en forma de ejemplos o episodios concretos, contextualizados y con significados e interpretaciones asociados. Un profesor con experiencia dispondrá de un repertorio de casos más rico, siendo éste un elemento clave para interpretar la práctica y tomar decisiones.

Las rutinas y reglas de la práctica nos llaman la atención sobre un conocimiento automatizado, que permite una respuesta inmediata a situaciones habituales. Parece imprescindible cierto grado de automatización para que la acción discurra con fluidez y que el profesor pueda centrar su atención en aquello que tiene relevancia para el aprendizaje de los alumnos y el suyo propio.

Las teorías prácticas son elaboraciones personales del profesor, que se generan en la resolución de problemas profesionales, como resultado de la interacción e integración de conocimientos que provienen de distintas fuentes (disciplinares, metadisciplinares y fenomenológicas –la experiencia-). El conjunto de teorías prácticas, que son las que orientan y dirigen la acción del profesor, constituyen su *saber práctico profesional* (Azcárate, 1999a).

De esta última aportación, destacamos la elaboración de principios teóricos personales por parte del profesor como resultado de la integración e interacción entre los tres pilares a los que antes nos referíamos (experiencia, reflexión y respaldo teórico).

II.3. Las concepciones del profesor sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática

Cómo concibe el profesor el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia (cómo ve, por ejemplo, su papel y el del alumno, o a través de qué tipo de actividades considera que se debe organizar la enseñanza) es un elemento fundamental en su práctica.

Las concepciones que el profesor sostiene (tanto las más específicas sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, como las más generales sobre la enseñanza-aprendizaje y su cosmovisión y filosofía personales) son un punto de partida imprescindible en su proceso de formación (Cooney, 1994) y un filtro a través del cual interpretará todas las situaciones y nuevos conocimientos.

Las concepciones de los profesores sobre la matemática y sus concepciones sobre su enseñanza y aprendizaje parecen estar relacionadas, si bien no guardan una relación directa (Carrillo, 1998). En el caso de los maestros de Primaria, las concepciones sobre la matemática parecen identificarse con las de la matemática escolar (puesto que el referente de la matemática como disciplina diferenciada de la escolar es generalmente muy débil para este colectivo) (Santos, 1994; Serrazina, 1998; Climent, 2005). Esto

favorece una visión estática de la matemática (Thompson, 1992). La matemática escolar es concebida como un conjunto de normas y reglas (Warren y Nisbet, 2000), en sintonía con una visión de su enseñanza y aprendizaje centrada en el contenido con énfasis en la actuación (visión procedimental de la enseñanza de la matemática, de las diferenciadas por Kuhs y Ball (1986)).

Uno de los retos es que los profesores de Primaria amplíen esa visión de la matemática, pasando de asociarle una utilidad muy restringida (ligada a reglas que hacen falta para la vida cotidiana pero que no tienen por qué ser comprendidas, con énfasis en los algoritmos) a reconocerla como un potente instrumento de desarrollo del pensamiento. En esta visión juegan un papel importante tanto sus conceptos fundamentales, comprendiendo sus relaciones y la estructura que subyace a los mismos, como los procedimientos y capacidades más generales que potencia. En este sentido, pueden señalarse la resolución de problemas, la comunicación, el razonamiento y la capacidad de establecer conexiones (Carl, 1989, citado en epígrafe 3.1). Ese cambio de visión tiene un valor añadido importante en el caso del maestro de Primaria, pues favorece que otorgue sentido a la matemática dentro del currículo escolar, contribuyendo a la formación integral del alumno y considerando sus relaciones con el aprendizaje de otras materias.

En cuanto a las concepciones de los maestros de Primaria sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, parece necesario aprender otros modos de enseñar y aprender matemáticas en la escuela Primaria (en sintonía con la tendencia didáctica investigativa descrita en Carrillo, 1998 y Climent, 2005), haciéndonos conscientes de nuestras ideas al respecto.

Las teorías sobre la organización de los sistemas de creencias y sobre la centralidad e importancia de distintas creencias (Green, 1971; Cooney et al., 1998; Porlán, 1995) son un elemento a considerar en esta toma de conciencia por parte del profesor de sus concepciones. La profundidad con que se sostienen, su relación con otras creencias y su grado de conciencia parecen relacionarse con su estabilidad y su resistencia al cambio. El contraste de distintas concepciones que se mantienen, a veces contradictorias, pueden servir para plantearse dilemas que permitan la reconsideración de las mismas. La posible inconsistencia entre creencias expuestas y en la acción (Ernest, 1989a) son otro foco de reflexión al respecto.

II.4. El desarrollo profesional

Con desarrollo profesional nos referimos a la mejora profesional del profesor en relación con la enseñanza de la matemática.

Para Brown y Borko (1992) la línea de investigación del *desarrollo del profesor* contempla al profesor como un aprendiz adulto cuyo desarrollo es el resultado de cambios en su estructura cognitiva, pasando de ser menos a más madura y compleja.

Entendido el conocimiento del profesor como la conjunción de saberes y experiencias que un profesor posee y de los que hace uso en el desarrollo de su labor docente, esto es, su interpretación del fenómeno educativo con los saberes y asunciones personales que en ésta intervienen, dicha complejización se referiría para nosotros a este conocimiento profesional.

Se trataría, pues, de una comprensión de la práctica (Krainer, 1999) cada vez más completa. (*Una toma en consideración progresiva de la complejidad de dicha práctica y del aprendizaje de los alumnos, y el análisis de ella y actuación considerando cada vez más elementos y adaptándola al aprendizaje de los alumnos concretos. Sería para nosotros un proceso de aprendizaje continuo como profesional reflexivo y crítico de su práctica (en lo que concierne a la enseñanza de la matemática*) (Climent, 2005, p. 119).

De este modo, la actuación en la práctica y su comprensión se potencian mutuamente. *Una mejor comprensión de las propias creencias, conocimiento, acciones, y reflexiones permite una mejora de la práctica, que a su vez se torna en una mejor comprensión así como en la visión de nuevos retos que son el punto de partida de nuevos intereses para comprender mejor...* (Krainer, 1999, p. 26). El conocimiento profesional no es concebido aquí como herramienta para comprender, sino que la comprensión es conocimiento.

Nuestro referente es un práctico reflexivo que adapta su actuación al contexto (Cooney, 1998). Esto implica mantener una postura abierta hacia nuevas ideas y ser capaz de revisar críticamente las concepciones y conocimientos a la luz de otras perspectivas. La enseñanza es entendida entonces como un ejercicio adaptativo, donde cuestiones como *por qué una actividad es efectiva en un contexto y no en otro o por qué algunos estudiantes parecen desarrollarse intelectualmente y otros no* (Cooney, 1998, p. 102) son fundamentales.

Esta capacidad de adaptación crítica del profesor nos parece fundamental, de modo que la autonomía para evaluar alternativas en la enseñanza de la matemática sea algo habitual (Cooney y Shealy, 1997). El punto de mira es *un profesor que se vea a sí mismo como autoridad, que pueda evaluar materiales y prácticas en términos de sus propias creencias y práctica, y que sea flexible para modificar sus creencias cuando encuentre evidencia en contra*. De lo contrario pueden ir a la deriva, zarandeados por proclamaciones de distintas organizaciones y por modas (Cooney y Shealy, 1997, p. 88).

Azcárate (1999b) coincide en la importancia de que el profesor alcance dicha autonomía profesional, de modo que los procesos de desarrollo del profesor promuevan que éstos sean *capaces de reflexionar en y sobre la práctica para descubrir, criticar y modificar los modelos, esquemas y creencias que subyacen en la misma y capaces de diseñar, experimentar y evaluar proyectos curriculares* (p. 24).

Lo que nos parece clave en la mejora profesional del profesor es, pues, por un lado, la toma de conciencia de sus concepciones, de su actuación, de su manera de entender la profesión, de su conocimiento y sus necesidades; y, por otro lado y relacionado con lo

anterior, la implicación en (e integración en su visión de su papel de) el cuestionamiento continuo de la práctica[4]. De esta manera se potencia su autonomía y el aprendizaje continuo (esto es, la mejora *generativa* (Franke et al., 1998)). La reflexión, por su parte, se constituye en medio y referente del desarrollo profesional del profesor.

De este modo, la reflexión posibilita la toma de conciencia del profesor de sus concepciones y aspectos que caracterizan su propia práctica (haciéndolos explícitos de tal modo que puedan ser objeto de escrutinio crítico, Jaworski, 1998; Schön, 1983, 1987), mejorando su comprensión de la práctica y de sí mismo en relación con ésta, y potencia de este modo un desarrollo continuo. Como señala Jaworski (1998), el aumento de la toma de conciencia sobre las decisiones que se toman promueven cambios en y el compromiso con la indagación sobre la actividad del aula con el propósito de mejorar la comprensión de la matemática por parte de los alumnos (p. 4).

Entendida la reflexión como la *consideración activa, persistente y cuidadosa de toda creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de los fundamentos que la sostienen y las conclusiones a las que conduce* (Dewey, 1933, p.9), requiere de un ejercicio de distanciamiento de la acción y de uno mismo (si nos referimos al análisis de la propia actuación). Esto otorga dificultad a la práctica de la reflexión, necesitándose de entrenamiento al respecto. Además, dificulta su ejercicio durante la fase interactiva en el aula. Las reservas respecto de este último aspecto han sido señaladas por diversos autores (Eraut, 1995). Frente a éstas, estamos con quienes defienden que un hábito de reflexión continuada *sobre* la acción, potencia y facilita la reflexión *en* la acción (Jaworski, 1994), o al menos una toma de decisiones más detenida y fundamentada. En ese sentido entendemos la práctica reflexiva, la implicación en un análisis cuidadoso de las situaciones de enseñanza, antes (planificación), durante (reflexión en la acción) y tras su vivencia en el aula. Trasciende la propia práctica en el aula y se extiende a un planteamiento continuo más general sobre la enseñanza, el aprendizaje y la propia profesión y nuestro papel en ella.

Esta práctica reflexiva involucra al profesor en una indagación continua sobre su práctica, en lo que puede asociarse con un papel de investigador de su práctica (uno de los aspectos con que Carrillo, 1998, caracteriza el papel del profesor desde un modelo investigativo). Es evidente que los fines, resultados y procesos serán generalmente muy diferentes de los de la investigación científica, y probablemente sea menos sistemática. Lo que para nosotros determina, justifica y diferencia ambas investigaciones son sus propósitos. La investigación del profesor es contemplada como una experiencia de aprendizaje (Miller y Hunt, 1994) cuyo propósito es la mejora de su enseñanza y el aprendizaje de sus alumnos.

Para que el profesor ejerza de investigador (o indagador) de su práctica, es necesario que ésta se convierta en una generadora de problemas (en el sentido de situaciones que resolver). Es a través de la identificación de un obstáculo, de una dificultad mental, de

[4] Véase que la práctica no se restringe a las paredes del aula, incluye la labor profesional del profesor fuera de ésta, relacionado también con sus ideas sobre la profesión en el marco más amplio de la escuela, sus conocimientos, necesidades, intenciones…

una situación incierta cuando se origina la reflexión; lo que conlleva una indagación, una búsqueda para resolver esa duda (Dewey, 1933) o reinterpretar la situación (Schön, 1983, 1987).

Contemplar la práctica como un campo de problemas va ligado a aceptar su complejidad. Hay muchas maneras de interpretarla y de actuar en ella. Esto no debe llevar a un sentimiento de incapacidad del profesor. El aprendizaje en la práctica del aula no se refiere sólo a los alumnos. Es un lugar de aprendizaje tanto para el alumno como para el profesor.

Desde nuestra perspectiva, plantearse problemas de la práctica referida a la enseñanza de la matemática y el abordaje de dichos problemas como medio de aprendizaje profesional, requiere de una consideración de la especificidad de dichos problemas respecto de la enseñanza de la matemática y de sus contenidos concretos. En ese sentido, que los profesores consideren esa especificidad es un problema añadido en el caso de los maestros de Primaria (con una fuerte formación generalista) y más si cabe en el caso de los estudiantes para profesor. En su trabajo sobre la investigación de profesores respecto de la enseñanza de la matemática, Jaworski (1996, 1998) se cuestionaba hasta qué punto la actividad reflexiva de éstos tomaba en consideración la propia matemática y su enseñanza y aprendizaje; de qué modo profundizaban en éstos y se centraban en ellos de manera crítica. ¿Se investiga sobre la práctica en relación con la enseñanza de la matemática de manera que la matemática no es más que parte del contexto? En Climent (2005) observamos como la reflexión continuada sobre la práctica potenciaba adentrarse en cuestiones intrínsecas a su enseñanza y aprendizaje, profundizando en aspectos relativos a contenidos específicos y cuestiones más generales de la enseñanza y aprendizaje de la materia. Esto permitía ampliar el conocimiento didáctico del contenido de la maestra del estudio, en cuestiones como cómo aprenden los alumnos determinados contenidos, qué dificultades encuentran en distintos tipos de representaciones de los mismos, qué limitaciones presentaba un recurso para el tratamiento de ciertos contenidos o qué relaciones entre contenidos matemáticos inducían en los alumnos algunas secuenciaciones del contenido. Este resultado es consistente con la hipótesis de Jaworski (1998) de que un largo periodo de investigación individual de los profesores puede llevar a una mayor redefinición de los problemas de investigación que los centrara en la matemática -se entiende que respecto de su enseñanza-aprendizaje- más críticamente.

Las cuatro dimensiones con que Krainer (1998, 2001) analiza experiencias de desarrollo profesional de profesores respecto de la enseñanza de la matemática, sitúan la reflexión en contraste y a su vez equilibrio con la acción, y contemplan también la necesidad de que la reflexión (y acción) individual se complemente (en esa misma doble disyuntiva de contraste y equilibrio) con la realizada en grupos de profesionales, destacándose la importancia de la comunicación y la cooperación en tales entornos (lo que denomina *networking*). Esta necesidad de que la reflexión del profesor se nutra de la interacción con otros profesionales, en general otros profesores, es fundamental. La perspectiva inicial de los trabajos de Schön, que pueden poner el énfasis excesivamente en la

reflexión individual del profesional, se ha visto evolucionar hacia la consideración de la necesidad de la reflexión compartida. En ese sentido, Keiny (1994) ubica el desarrollo profesional del profesor (entendido como un proceso de cambio conceptual) en dos contextos interdependientes: uno social y teórico, y otro práctico. El primero se refiere a un grupo donde los profesores puedan expresar e intercambiar sus ideas y a través de un proceso dialéctico de reflexión reconstruir su conocimiento pedagógico. El segundo lo constituye la práctica cotidiana del profesor, donde puede experimentar sus nuevas ideas y reflexionar sobre su experiencia.

Las cuatro dimensiones de Krainer también son contempladas como aspectos respecto de los que desarrollarse el profesor de cara a su mejor profesional. De este modo, se incide en la reflexión como contenido de ese desarrollo (complementado con la mejora de su actuación autónoma –una toma de decisiones fundamentada- y la capacidad de trabajo en grupos y de comunicación de sus experiencias). Coincidiendo con esta apreciación, consideramos la reflexión como contenido y a la vez generadora del desarrollo profesional del profesor. Contenido en cuanto que la incluimos en el conocimiento profesional, tomando como referente la práctica reflexiva; generadora en cuanto que es el medio a través del cual se progresa en la comprensión de la práctica.

Finalmente queremos volver a destacar aquí la necesidad de que la reflexión sobre la práctica esté acompañada de un sustento teórico. En consonancia con las consideraciones anteriores, podemos considerar como pilares del desarrollo profesional del profesor: la reflexión, la práctica, el apoyo teórico, y el aprendizaje compartido con otros compañeros.

Nuestra idea de desarrollo profesional necesita de un profesor que determine el rumbo de su desarrollo, qué carencias detecta y qué vías está dispuesto a abordar. Debe estar asimismo dispuesto a asumir la responsabilidad de su desarrollo (para el que tiene un apoyo en el grupo).

II.5. La investigación colaborativa

El término de investigación colaborativa se usa en la literatura de investigación como sinónimo del de investigación acción colaborativa y el de investigación interactiva. Dentro de las perspectivas de investigación, Arnal et al. (1992) la sitúa dentro la perspectiva orientada a la práctica educativa, que centra su atención en los problemas prácticos inmediatos y cotidianos. Su objetivo está no tanto en la acumulación de conocimientos, como el la obtención de información que guíe la toma de decisiones y los procesos de cambio para mejorar la práctica educativa.

La investigación colaborativa surge en los EEUU para designar un tipo de investigación cuyo rasgo básico es ‘investigar en colaboración’ o ‘coinvestigar’. Se trata de un modelo alternativo de indagar la realidad educativa que pone el énfasis en el hecho de que investigadores y educadores coinvestigan en situaciones o problemas compartidos. La colaboración, como concepto de aprendizaje e investigación, implica una forma peculiar de implicación participativa en los proyectos de investigación y en otros

programas de aprendizaje. Se trata de una dimensión definitoria de este tipo de investigaciones.

Un principio fundamental que adopta la investigación colaborativa es el de trabajar con profesores y no sobre ellos. Para Lieberman (1986) "*trabajar con, no trabajar sobre*" se ha convertido en la piedra angular sobre la que se apoya una gran variedad de colaboraciones que combina tanto la producción de conocimiento de investigación como el desarrollo profesional.

En la actualidad no existe consenso sobre qué se entiende por investigación colaborativa porque cada autor le añade un matiz diferenciador al carácter de colaboración. Algunos autores, como Lieberman (op. citada), subrayan el hecho de que todos los miembros trabajan y asumen la misma responsabilidad en todas las partes del estudio. Esta idea supondría considerar que todos los participantes poseen el mismo tiempo, la misma energía o interés, lo cual sería una situación ideal por la diversidad de experiencias, conocimientos e intereses variados que confluyen en un grupo colaborativo. Clark y sus colaboradores (1996) consideran que "l*a colaboración no se define por el hecho de que todos hagan todo, sino por el hecho de que todos se beneficien de la interacción*" (p. 227). Por ese motivo destacan el diálogo como la pieza central de la investigación colaborativa, por lo que la colaboración no se define por la realización del mismo trabajo de investigación, sino por la comprensión del trabajo del otro con el resultado de un beneficio mutuo.

Coincidimos con John-Steiner, Weber y Minnis (1998) al afirmar que el diálogo es importante para realizar esfuerzos conjuntos respetuosos pero no es una condición suficiente porque también está presente en colaboraciones donde predomina el poder desigual entre sus miembros o donde todos realizan la misma tarea. Estos autores subrayan en su definición tanto la tarea que realizan los participantes como la manera en que éstos se dirigen al grupo:

> "*Lo principal en una colaboración auténtica es la complementariedad de los dominios de experiencia. Como colaboradores, no sólo planifican, deciden, y actúan conjuntamente, sino que piensan juntos, combinando esquemas conceptuales diferentes para crear marcos originales. En una colaboración auténtica, existe un compromiso para compartir recursos, poder y talento: ningún punto de vista individual es dominante, la autoridad para las decisiones y las acciones reside en el grupo y el producto del trabajo refleja la mezcla de la contribución de los participantes*" (p. 776)

Los valores de los participantes, los objetivos comunes y el trabajo compartido son rasgos que caracterizan al trabajo colaborativo.

Retornando al concepto de investigación colaborativa, Raymond y Leinenbach (2000), en una revisión de la literatura de investigación, identifican 6 metas que dan cuenta de cuál es su naturaleza. En primer lugar, permite l<u>lenar el vacío y fortalecer la relación entre las universidades y las escuelas</u>, al promover la comunicación y el respeto entre los participantes. Se trabaja sobre cuestiones que son de interés tanto para

investigadores como para los docentes. La existencia de intereses comunes ayuda a tal fin.

En segundo lugar, proporciona oportunidades para el desarrollo profesional. Los profesores que participan en estas estructuras logran comprender mejor sus prácticas, se comprenden mejor a ellos como profesores y toman mejores decisiones y elecciones (Levin y Rock, 2003). En íntima relación con esta idea, los autores destacan la capacidad que tiene la investigación colaborativa para estimular cambios en la práctica del profesor. "*Cuando los profesores se implican en investigaciones sobre sus preocupaciones dentro de sus propias clases, a menudo realizan descubrimientos en relación con sus prácticas de enseñanza que estimulan el cambio*" (Raymond y Leinenbach, p. 285-286). Dichos descubrimientos poseen un mayor potencial ya que están más contextualizados y les son más significativos al profesor.

En cuarto lugar, otorga un estatus profesional de la enseñanza. A menudo, los resultados de la investigación llevada a cabo por los profesores se comparten y presentan por ellos a la comunidad educativa a través de conferencias, grupos de trabajo y publicaciones. A través de esta actividad profesional, los profesores son vistos como educadores reflexivos y capaces, que comprenden qué significa mirar a la propia práctica de manera crítica y producen cambios cuando es necesario.

En quinto lugar hay que destacar, que la participación de los profesores en la investigación colaborativa contribuye a mejorar la enseñanza y el aprendizaje. En el corazón de diversos movimientos y programas de formación se asume que los profesores mejorarán sus prácticas y enriquecerán su comprensión de la enseñanza participando en proyectos de investigación acción o de cuestionamiento constante de su enseñanza. Precisamente, lo que define a la investigación acción es la transformación de la práctica. Sin embargo, no puede afirmarse que todos los profesores que participen en un determinado proyecto vayan a experimentar mejoras en su práctica, ni tampoco se tiene constancia de que dichos cambios vayan a perdurar a lo largo del tiempo.

Finalmente, la investigación colaborativa puede ser un medio valido para generar teoría y conocimiento. Existe un gran debate sobre si la investigación acción puede ser valorada más allá del desarrollo profesional y de las oportunidades de reforma. Este dilema es recurrente en todos aquellos procesos de investigación que se originan en la práctica y cuya solución también está dirigida a ella, tal y como ocurre con la *investigación sobre la práctica* (Ponte, 2002). Noffke (1994, en Raymond y Leinenbach, 2000) afirma que uno de los desafíos actuales de la investigación-acción es dirigir la cuestión de si sus hallazgos pueden contribuir realmente al cuerpo de investigación sobre educación y reforma educativa o si debe ser considerada como una forma singular de investigación con metodologías únicas en el campo.

De todas formas, no todos son ventajas y potencialidades en la investigación colaborativa. Boavida y Ponte (2002) destacan una serie de características que pueden volver a este tipo de trabajo especialmente vulnerable. En primer lugar está el carácter imprevisible de la colaboración, debido a que se trata de un proceso dinámico, creativo

y mutable donde a veces se hace necesario reajustar el rumbo. En segundo lugar, es necesario gestionar la diferencia del grupo, en el sentido de establecer una disciplina en el cumplimiento de las tareas y una cultura para que se atiendan los objetivos personales, que a veces pueden ser contradictorios. La gestión de los costos y beneficios también hay que tenerla en cuenta, ya que puede llevar a la desmotivación de los miembros. Y, finalmente, hay que evitar la autosatisfacción complaciente, pues en ocasiones la colaboración puede servir para reforzar los puntos de vista y prácticas existentes o imponer el pensamiento dominante. Por esta razón, Boavida y Ponte (2002) afirman que la colaboración no es un valor en sí mismo, sino que es un medio posible y deseable para ayudar a resolver los problemas concretos y reales.

Finalmente queremos matizar lo concerniente al aspecto investigativo del término de investigación colaborativa. En nuestro caso, no desarrollamos una investigación acción, en la que se pretende mejorar un aspecto concreto de la práctica que se ha problematizado, mediante un proceso de investigación de carácter cíclico. Nuestro trabajo, por el contrario, parte de grandes bloques de interés (resolución de problemas como metodología de enseñanza, la introducción de las TIC en el proceso de EA, buena práctica, gestión de la participación) en íntima relación con la práctica, a los que ir aproximándose mediante microinvestigaciones sucesivas en relación con cada uno de ellos. Por ejemplo, la implementación de una metodología de enseñanza coherente con la resolución de problema sólo podrá conseguirse como consecuencia de un proceso, más o menos extenso, en el que el profesor se familiariza con la filosofía que subyace a él; confronta dicha filosofía con las concepciones sobre el aprendizaje y la enseñanza que impregna su práctica; experimenta cómo se plasma en una propuesta didáctica y cómo se implementa en el aula; y también reflexiona sobre potencialidades y limitaciones. Lo mismo ocurre con el eje de las TIC, en el que comenzamos aproximándonos mediante la familiarización con algunos programas informáticos y el desarrollo de un instrumento de análisis en el curso 2003/2004, seguimos con la realización de una actividad con ‘Hot potatoes’ en el 2005/2006 y continuamos en el segundo año del proyecto con otra actividad en el soporte de ‘Jclick’.

Como podemos observar, no se tratan pues de metodologías de las que queramos experimentar su aplicabilidad o de recursos en los que queramos investigar su potencial educativo. Sino que buscamos conseguir que nuestras prácticas, respecto a la enseñanza de las matemáticas, estén fundamentadas y sean cada vez más coherentes con las actuales perspectivas de investigación en educación matemática. Para esta finalidad, la continua lectura de artículos de investigación, la realización de experiencias prácticas que incluyan reflexión previa, aplicación y reflexión posterior, junto a la existencia de continuas paradas de reflexión a lo largo del proceso, en la que nos cuestionemos en qué medida mejoran el aprendizaje de los alumnos, son imprescindibles.

Pensamos que los procesos de investigación que desarrollamos están en consonancia con nuestra concepción del desarrollo profesional, al conceder un lugar privilegiado a los procesos de reflexión individual y grupal como promotor y apoyo del proceso.

II.6. La gestión del profesor de la participación en el aula de matemáticas

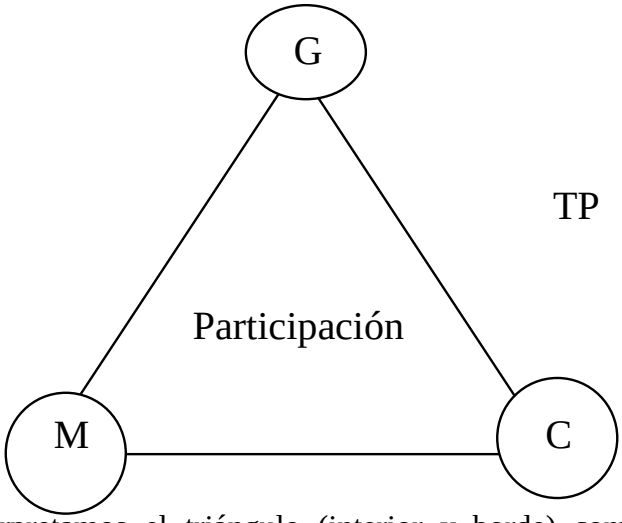
Matemáticas para todos no debe aludir al hecho de que las matemáticas pueden aportar *satisfacción* a todos, pero según la clase social o la capacidad intelectual. *Matemáticas para todos* supone escudriñar en diversos modos de enseñar y aprender matemáticas para que todos los alumnos *hagan* matemáticas, naturalmente según sus capacidades, pero siempre que éstas se entiendan en un sentido dinámico, no como etiqueta que sanciona desde el principio. Es en este terreno donde la Resolución de Problemas puede propiciar situaciones para que la interacción educativa fomente el progreso integral del alumno.

De gran importancia en este terreno y en general para favorecer la participación de los alumnos en las tareas matemáticas que se realizan en el aula, es cómo gestiona el profesor dicha participación. Es la gestión de la participación del alumno por parte del maestro lo que propiciará que los alumnos se sientan integrados en las tareas matemáticas del aula y, por tanto, en el proceso de aprender.

Como participación matemática entendemos la contribución del alumno que tiene lugar cuando se propone una actividad, se discute o resuelve colectivamente, siempre que exista una implicación cognitiva del alumno en esa tarea matemática (Gorgorió, 2006).

Al hablar de participación podemos diferenciar su contenido, su modo y la gestión por parte del profesor, aspectos que van íntimamente ligados. Por ejemplo, un alumno puede participar en la actividad matemática del aula proponiendo una solución a un problema (contenido). Ahora bien, esto puede hacerlo a instancias del profesor directamente, puede hacerlo tras levantar la mano y darle oportunidad el profesor, puede haberlo hecho dentro de su grupo, es decir, de diversos modos que habrán de estar organizados por el profesor (gestión).

El esquema TP –triángulo de participación (donde G indica gestión, M, modos, y C, contenido)- da cuenta de la participación.



Interpretamos el triángulo (interior y borde) como la región donde se produce la participación. En el TP presentado emerge el interés por estudiar la gestión de la

participación por parte del profesor en función de la interacción entre modo y contenido, es decir, como habíamos comentado anteriormente, nos interesa analizar la influencia de la gestión de la participación en el aprendizaje del contenido matemático.

El interés por el estudio de la gestión de la participación está motivado por nuestro posicionamiento en relación con el aprendizaje, el cual entendemos caracterizado por la existencia de procesos sociales, un proceso de conversión de novel en experto a través de la participación en las actividades del grupo, la actividad discursiva, y la negociación del significado en el contexto de la actividad (Van Oers, 1996). En el proceso de conversión mencionado se prioriza la participación y la integración del novel en la comunidad de práctica, por delante del aprendizaje tal como tradicionalmente se entiende. En realidad, se concibe el aprendizaje como íntimamente ligado a la participación (Lave y Wenger, 1991).

Para dar mayor sentido a la noción de participación, y a la noción asociada de su gestión, al tiempo que para hacer manejable su análisis, consideramos 3 dimensiones: responsabilización del aprendizaje, comunicación promovida y validación del conocimiento. A demanda del profesor, la implicación cognitiva pasa del nivel individual al colectivo o público en un proceso que entraña una determinada responsabilización del aprendizaje. La gestión de la participación ha de facilitar los procesos que van desde la comunicación unidireccional hasta la reflexiva e instructiva. Del mismo modo, será la gestión del profesor lo que entregue el protagonismo de la validación del conocimiento. Detallamos estos aspectos a continuación.

En relación con la responsabilización, la implicación cognitiva del estudiante en las actividades matemáticas puede alcanzar tres niveles, que representan diferentes demandas por parte del profesor a sus alumnos en relación con su implicación cognitiva: uno de mera transmisión, donde el alumno es un receptor pasivo del contenido; un segundo nivel de responzabilización del profesor hacia el alumno, es decir, donde el profesor hace cuestionarse al alumno sus respuestas, partiendo, por ejemplo, de sus ideas previas y confrontándolas con el contenido expuesto; y un tercer nivel, en donde el profesor crea un ambiente de co-responsabilización entre los estudiantes, o sea, en donde el profesor hace que un alumno responda a otro y que entre ellos generen un conocimiento determinado. Aunque formalmente podría aparecer este nivel asociado a situaciones de transmisión, lo emplearemos como un nivel que añade una cualidad al nivel de responsabilización del profesor hacia el alumno, es decir, partimos de la existencia de cuestionamiento de las respuestas de los alumnos e incluimos la interacción entre alumnos y la generación conjunta de conocimiento significativo. En este nivel, pues, la demanda de implicación cognitiva por parte del profesor consiste en que los alumnos se impliquen en procesos de compartir y contrastar sus ideas.

La comunicación promovida puede ser, según Brendefur y Frykholm (2000), unidireccional, contributiva, reflexiva e instructiva. La comunicación unidireccional es la existente en clases en las que el profesor explica y formula preguntas cerradas, no dando lugar a que los alumnos comuniquen sus ideas. La contributiva consiste en

interacciones entre alumnos o entre éstos y el profesor de modo que se preste ayuda o se comparta algo, normalmente sin entrar en profundizar y teniendo un interés de naturaleza correctiva. La comunicación reflexiva añade a las interacciones de la contributiva el hecho de emplear las conversaciones matemáticas como detonantes de exploraciones e investigaciones. Finalmente, la instructiva, además de lo anterior, pretende modificar la comprensión matemática de los alumnos, así como informar la instrucción subsiguiente.

La comunicación matemática promovida puede asimismo analizarse desde las interacciones (lo social), diferenciando la interacción unidireccional, la bidireccional y la multidireccional; ahora bien, el análisis que sugieren Brendefur y Frykholm (2000) posibilita relacionar lo social (las interacciones) con lo cognitivo (contenido de la interacción) en función de las decisiones del profesor (su gestión).

Respecto a la validación del conocimiento, consideramos otras 3 posibilidades: que sea el profesor el único que valida lo aprendido; que sean el profesor y los alumnos; o bien que sean los propios alumnos. Estas posibilidades son compatibles dentro del aula y guardan relación con la posesión de autoridad. No decimos que el profesor llega a no validar, sino que puede llegar a entregar el protagonismo de la validación a los alumnos. En tal sentido puede establecerse un tipo de interacción entre profesor y alumnos que Tharp y Gallimore (1988) llaman conversación instructiva ("discurso del aula que permite la co-construcción de significado entre profesores y estudiantes" –Forman, 1996, p. 118).

Las consideraciones anteriores explican nuestro instrumento de análisis de la gestión de la participación (anexo I).

III. OBJETO DE ESTUDIO

Entendemos que la consideración de las diferencias como aspectos enriquecedores de cualquier colectivo se han convertido en el eje dinamizador de nuestro trabajo. La buena práctica profesional, el uso de las TIC en la mejora de la construcción de los conocimientos y el empleo de la resolución de problemas como metodología básica (partiendo de que el aprendizaje es un proceso dinámico de contenidos y personas) son, pues, dimensiones al servicio de la primera. La participación de los alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje y el papel del profesor en el fomento de una participación equitativa han sido centro de nuestro interés en situaciones de resolución de problemas y de uso de las TIC. El fomento de dicha participación no es más que una de las múltiples aristas que posee la caracterización de una buena práctica. Entiéndase que la dimensión correspondiente a las TIC es subsidiaria del resto y, en particular, la consideramos al servicio de la Resolución de Problemas. Por ello, nuestro interés por las TIC ha estado en función de cómo pueden ayudar en la Resolución de Problemas y para analizar el papel del profesor cuando en el aula se desarrolla una actividad de este tipo.

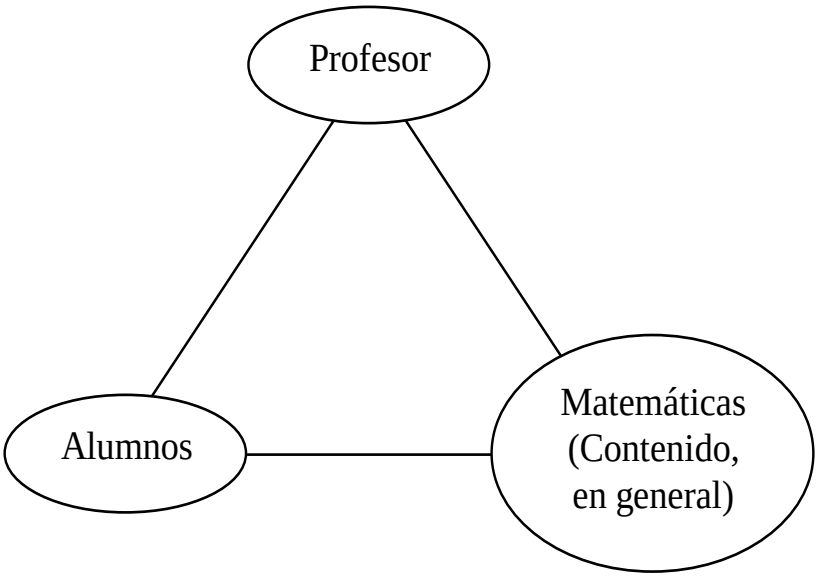
Las lecturas de documentos sobre la consideración de perspectivas socioculturales en la educación matemática ha sido una de las actividades del grupo. A esto hay que añadir la asistencia a sesiones de clase de los participantes y su análisis conjunto. En dicho análisis empleamos el instrumento desarrollado en el proyecto europeo "METE", como se detallará en el apartado de metodología. El diseño de actividades basadas en la Resolución de Problemas (incluyendo alguna actividad TIC), así como las lecturas al respecto, han sido también contenidos del grupo de trabajo.

En las actividades diseñadas tratamos de enfocar tres aspectos, no necesariamente de manera simultánea: uso de las TIC, adaptación a alumnos con necesidades educativas especiales y empleo de materiales o recursos educativos.

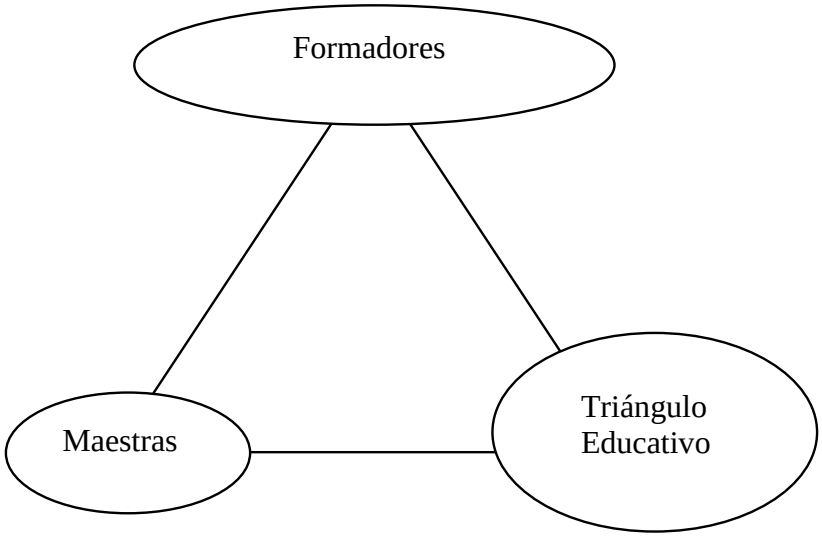
Pretendíamos, asimismo, incrementar el sentido crítico de nuestras apreciaciones, comentarios y reflexiones con relación al análisis de nuestra propia práctica a través de la observación de sesiones de clase. Las tesis doctorales de Nuria Climent y Mª Cinta Muñoz y las comunicaciones a congresos y publicaciones derivadas, nos facilitaron, por otro lado, el estudio de nuestro desarrollo profesional.

La participación de alumnas de 3º de Maestro de Educación Primaria y recién egresadas convierten al grupo en un entorno en el que cohabitan la investigación y el desarrollo profesional (incluyendo la formación inicial y la permanente).

Para representar gráficamente el contexto en el que presentamos este proyecto, partimos de la extensión del triángulo educativo al contexto del trabajo colaborativo:

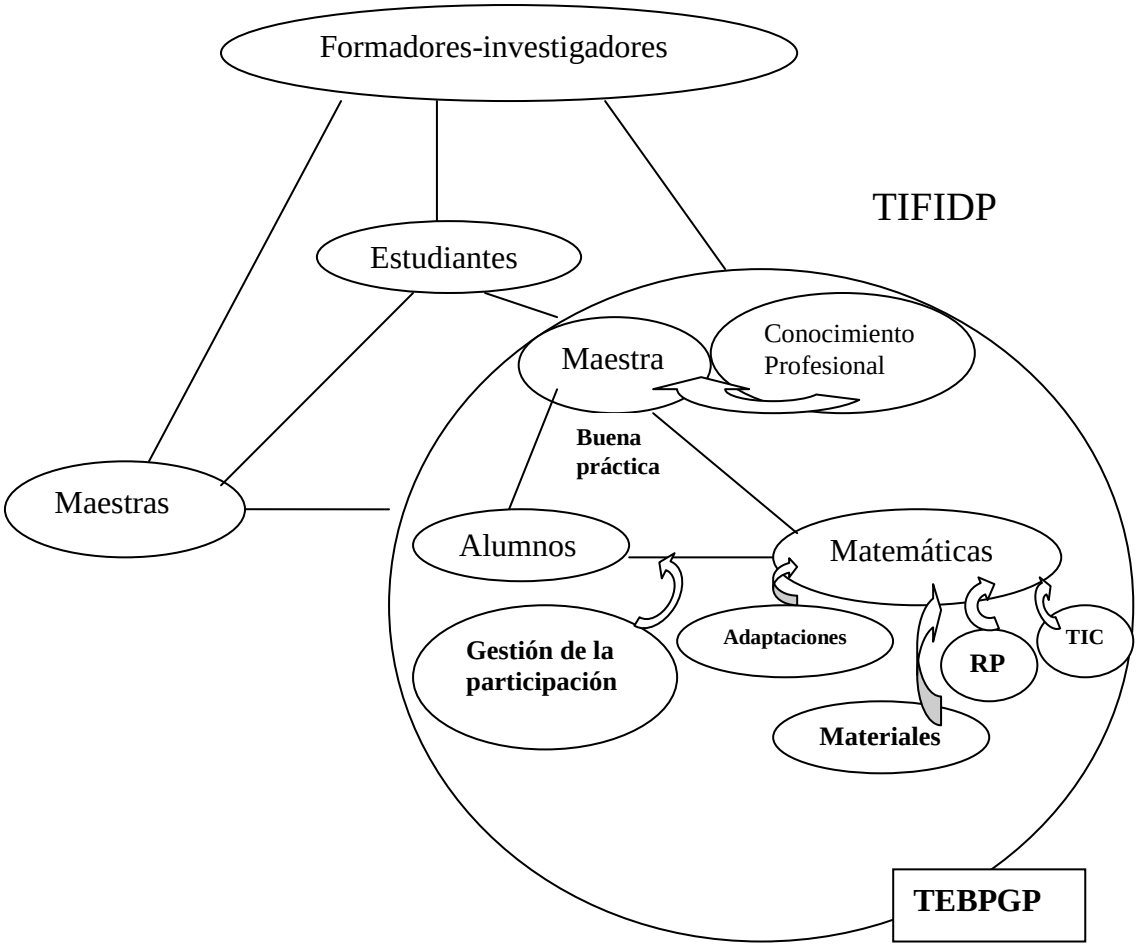


Triángulo educativo



Extensión del triángulo educativo al contexto del trabajo colaborativo

En la siguiente figura se representan los miembros y el contenido del trabajo. Se trata ahora de un tetraedro pues se ha añadido el vértice de los estudiantes (Tetraedro de Investigación y Desarrollo Profesional, incluyendo Formación Inicial). Asimismo, se ha ampliado el vértice correspondiente al triángulo educativo para expresar el Triángulo Educativo centrado en el análisis de la Buena Práctica desde la perspectiva de la Gestión de la Participación):



Como parte de la producción del grupo, incluimos la edición de un CD que contiene fragmentos de las sesiones observadas, con su análisis correspondiente en relación, al menos, con la buena práctica y el fomento de la participación.

En resumen, el objeto de estudio es nuestro desarrollo profesional, el cual abordamos en función de las dimensiones de buena práctica, empleo de las TIC, resolución de problemas y gestión de la participación.

Es manifiesta la relación de nuestro objeto de estudio con la enseñanza de la matemática, el uso de las TIC para la enseñanza de la matemática en educación primaria, la atención a la diversidad del alumnado (mediante la preocupación por una gestión equitativa por parte del profesor de la participación en el aula de matemáticas) y la investigación sobre la enseñanza de la matemática desde una metodología acorde a la resolución de problemas (líneas prioritarias señaladas en el artículo 4 - c) d) f) y h)- de la convocatoria de presentación del proyecto).

IV. METODOLOGÍA

Latorre et al. (1997), citando a Alvira, define el paradigma como el *conjunto de creencias y actitudes, como una visión del mundo "compartida" por un grupo de científicos que implica, específicamente, una metodología determinada* (p. 39). El paradigma es un esquema teórico, un modo de percibir y comprender el mundo, que nos lleva a identificar determinadas áreas problemáticas e implica también una determinada forma de acercarse a ella, para analizarla e interpretarla.

La literatura metodológica señala la existencia de tres paradigmas como marcos generales de referencia en la investigación educativa: El paradigma positivista, el paradigma interpretativo y el sociocrítico. Nosotros hemos optado por el paradigma interpretativo porque entendemos que nuestro interés no está en explicar, controlar y predecir, sino preferentemente en describir, comprender e interpretar distintos aspectos de nuestra práctica. Por otro lado, tampoco nuestro primer principio es conseguir la emancipación y la transformación de la realidad, tal y como pretende el paradigma sociocrítico, aunque la participación de diversos profesionales en un proyecto de investigación colaborativa promueva la mejora de sus prácticas correspondientes y se reflexione sobre aspectos que pueden repercutir en el centro escolar y en el sistema educativo en general.

El paradigma interpretativo suscribe una perspectiva relativista de la realidad que considera que las personas actúan sobre el mundo real en función de los significados que tiene para ellas, los cuales surgen en la interacción con ellos y que se desarrolla a través de un proceso de interpretación. Éstas son, a su vez, las premisas básicas que fundamentan el Interaccionismo Simbólico (Woods, 1992). La Grounded Theory , la metodología de investigación que hemos adoptado en nuestro estudio, está fundamentada en estos principios y entendemos, además, que no supone sólo una técnica para el análisis de los datos sino que implica toda una actitud que el investigador ha de desarrollar para perseguir como objetivo fundamental el desarrollo de teorías que emergen directamente de los datos; por tanto, no consiste sólo en una postura hacia la interpretación de la realidad, sino también hacia el propio proceso de análisis.

Hemos pretendido desarrollar teoría (como es el objetivo fundamental de la Grounded Theory) que nos permita lograr una mayor comprensión de nuestra práctica, respecto de la enseñanza de las matemáticas. No obstante, queremos matizar que no entendemos ese desarrollo de teoría como sinónimo de generalización (porque somos conscientes de que obtenemos conocimiento procedente de nuestras propias prácticas) sino como la formación de conceptos generales a partir de abstracciones particulares. En este sentido desarrollo de teoría puede considerarse equivalente a generalizar porque las teorías emergentes que pretendemos conseguir expresan modelos que capturan los rasgos claves de un determinado fenómeno, trascendiendo al propio caso observado. Es decir, prescinde de las características intrínsecas del caso estudiado y recoge todos aquellos aspectos relacionados con los procesos del propio fenómeno.

Aún más, el propósito ha sido teorizar la práctica con propósitos prácticos ("Theoretical loops", Skott, 2006). No nos referimos a una aplicación lineal e inmediata de los resultados de esa teorización, sino al papel de ésta en los procesos formativos o de desarrollo profesional del profesor, o en los procesos reflexivos individuales como centro de atención de dicha actividad reflexiva.

[...] Un bucle teórico, [empieza] en la práctica y [proporciona] potencialmente datos para la práctica, no en términos de prescripciones para la conducta del profesor, sino como puntos de interés o esquemas de referencia de la actividad reflexiva del profesor (Skott, 2006, p. 1527)

Nuestro plan de trabajo y los instrumentos de recogida de información y análisis se explican desde la orientación cualitativa e interpretativa de nuestra investigación.

IV.1. Instrumentos de recogida de información

Los principales instrumentos de recogida de información, en coherencia con la perspectiva interpretativa que vamos a adoptar en nuestra investigación, han sido:

- Entrevista-debate grupal sobre concepciones respecto de las matemáticas y su enseñanza
- Entrevista-debate grupal sobre la gestión de la participación.
- Registro en audio de todas las sesiones.
- Diario de grupo, en el que recogemos la estructura de las sesiones, así como los acuerdos y las principales ideas de las discusiones que mantenemos.
- Grabación en vídeo de sesiones de las maestras. Observación no participante de las sesiones. Materiales del profesor para la sesión (artefactos –Goetz y LeCompte, 1988-) y producciones de los alumnos.

IV.2 Instrumentos de análisis de la información

Para el análisis de la práctica, hemos utilizado dos instrumentos: una adaptación del instrumento del proyecto METE[5] y un instrumento para el análisis de la gestión de la participación del alumnado, por parte del profesor, en el aula, elaborado por el grupo. Pasamos a describirlos a continuación.

El instrumento de análisis de la práctica, adaptado del proyecto METE, consta de las siguientes categorías:

a) *Foco matemático*. Se refiere a los objetivos subyacentes en las acciones y en la toma de decisiones del profesor. Puede haber más de un foco en cada episodio en una lección

[5] *Mathematics Education Traditions in Europe (METE): a Five Way Comparative Study*, proyecto de investigación europeo enmarcado en el programa Sócrates, coordinado por Paul Andrews (Universidad de Cambridge), desarrollado del 1-1-03 al 31-12-04

o, incluso, puede no existir foco para un episodio en particular. Sin embargo, consideramos que la totalidad de tales características es un indicador del modo o el estilo de enseñanza.

b) *El contexto matemático* se refiere a la localización de los problemas propuestos en la clase de matemáticas.

c) Diferentes *tipos de actividades* inducen probablemente diferentes tipos de aprendizaje.

d) *Foco didáctico*. Los profesores utilizan diferentes estrategias didácticas o pedagógicas en función de las diferentes condiciones y contextos. A excepción de la actividad didáctica de compartir las propias ideas, la cual consiste en un acto público explícito, todas las estrategias podían ser vistas en sus dos contextos, tanto público (el grupo clase), como privado (trabajo individual).

Según lo que el profesor enfatice o promueva, así consideramos uno u otro descriptor del foco matemático. Dicho énfasis puede colocarse en el desarrollo conceptual de sus alumnos (*conceptual*), en el desarrollo de nuevos entes matemáticos a partir del conocimiento existente (*derivativo*), en los nexos o conexiones entre diferentes entes matemáticos, como conceptos y propiedades (*estructural*), en la adquisición de destrezas, procedimientos, técnicas o algoritmos (*mecánico*), en la comprensión o adquisición de procesos o técnicas que desarrollan la flexibilidad, la elegancia o la comparación crítica del trabajo (*eficiente*), en la implicación de los aprendices en la solución de tareas no triviales o no rutinarias (*resolución de problemas*), en el desarrollo y la articulación de justificaciones y argumentaciones (*razonamiento*).

En cuanto al contexto matemático, un problema es *realista* si es un problema del mundo real con datos genuinos o procedentes de un enunciado real imaginativo. Es *casi realista* si es un problema elaborado que se presenta como si fuera realista. El contexto puede ser plausible pero los datos, las condiciones o las cuestiones propuestas no. Consideramos problema *matemático* el que se halla inmerso en la propia matemática.

Las actividades que inducen *aprendizaje profundo* normalmente hacen que los alumnos se impliquen en la construcción de significado. Las actividades que inducen *aprendizaje superficial* normalmente fracasan a la hora de hacer que los alumnos se impliquen en la construcción de significado.

Decimos que el foco didáctico de un episodio es *revisitar el conocimiento previo* cuando el profesor implica a los alumnos en una actividad que pretende focalizar la atención en el contenido matemático ya adquirido por el alumno. Normalmente, podría considerarse como un periodo de revisión o preparación para las actividades que se van a realizar. El foco didáctico es la *explicación* cuando el profesor explica una idea o solución. Puede incluir demostraciones, explicaciones concretas o que pretenden ser un modelo pedagógico de pensamiento de un nivel superior. En estos casos, el maestro es el que interviene sin apenas respuesta del alumno. Decimos que el foco didáctico es *compartir* si el profesor anima a los alumnos a compartir públicamente sus ideas, soluciones o respuestas con sus compañeros.

Puede incluir discusiones del grupo clase, así como el modelo socrático de formulación de preguntas en el cual el maestro se convierte en un gestor de las actividades, más que un mero informador. Cuando el profesor implica a los alumnos en una actividad en la que se pretende que emerja una nueva idea matemática, consideramos que el foco es la *exploración*. Podría ser una investigación o una secuencia de problemas estructurados, pero en todos los casos se espera que sean los alumnos quienes articulen sus descubrimientos. Si el profesor ofrece indicios, sugiere u ofrece retroalimentación para facilitar su comprensión o desarrollar habilidades para poder llevar a acabo las tareas, asignamos *entrenamiento* (coaching) como foco didáctico. Consideramos la *valoración/evaluación* como foco didáctico si el profesor valora o evalúa las respuestas de los alumnos para determinar la dirección de su próxima actuación. Un foco didáctico es la *motivación* cuando el profesor, a través de sus acciones, ofrece estímulos o dirige las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas.

Presentamos un resumen del instrumento de análisis de la práctica adaptado del proyecto METE en el Anexo II.

La consideración de los referentes teóricos sobre la gestión de la participación, se plasma en el **instrumento de análisis de la gestión de la participación del alumnado en el aula** que presentamos en el Anexo I.

IV.3 Proceso de recogida y análisis de la información. Dinámica de trabajo en el grupo

A lo largo de nuestra historia como grupo hemos ido conformando nuestra propia forma de trabajar e investigar. Como se pone de relieve a lo largo de todo este trabajo, sostenemos una perspectiva particular sobre el desarrollo profesional, basado en la experiencia e investigación realizada por sus miembros, según la cual dicho desarrollo no viene dado por la aceptación de normas o reglas de actuación externas (proveniente de los investigadores), sino por la implicación activa del maestro en la reflexión sobre su práctica y sobre actividades profesionales comunes. Esta filosofía ha impregnado todo el trabajo que hemos desarrollado en el grupo, tanto en lo concerniente al tipo de actividades que se proponen y focos de interés, como a la propia dinámica de trabajo.

Tal y como hemos indicado, una de las mayores riquezas de nuestro grupo es la heterogeneidad en lenguaje, experiencia y formación de cada miembro. Esta diversidad, unida al hecho de que cada uno posee sus propios intereses y expectativas podría ser una fuente de problemas, tal y como lo constatan diversos autores (Boavida y Ponte, 2002; Llinares y Krainer, 2006). Sin embargo, nos une unos mismos objetivos, a través de los cuales, integramos tal heterogeneidad de una manera constructiva: el desarrollo, de cada uno dentro de su esfera (como profesor o investigador-formador), y la investigación, tanto en la práctica docente como en la formación inicial de profesores. Se trata, por tanto, de una empresa colaborativa que adopta el principio de “trabajar con, no trabajar sobre” (Lieberman, 1986) y que combina el desarrollo profesional con la construcción de conocimiento a través de la investigación.

Esos objetivos comunes se han plasmado en una planificación que consensuamos conjuntamente a principio de curso. Se comienza con una puesta en común en el que cada uno expone cuáles son sus focos de interés y necesidades, y entre todos se elabora un proyecto de trabajo que trata de reflejar nuestro interés por la formación y la investigación. Tratamos de ser lo más precisos en esta propuesta, estableciendo objetivos, las fases y la temporalización del trabajo, con el fin de rentabilizar al máximo nuestros encuentros y evitar la existencia de momentos de inactividad e incertidumbre. De todas formas, no se trata de una planificación cerrada que nos constriña, todo lo contrario, la entendemos de manera flexible con el fin de adaptarla a las necesidades y contingencias que van surgiendo.

Nos hemos reunido una tarde (3 horas) cada dos semanas, aunque también trabajamos de manera individual en la semana de en medio, de manera que intentamos rentabilizar nuestro trabajo al máximo.

Como hemos dicho al inicio de este apartado, además de las actividades que desarrollamos, también le concedemos mucha importancia a nuestra propia dinámica de trabajo, convirtiéndose en materia de común acuerdo. A continuación, explicamos con mayor detalle cómo procedemos en la realización de cada tipo de actividad.

Cuando reflexionamos conjuntamente sobre algunos de los focos de nuestra investigación, como nuestras concepciones o la gestión de la participación por parte del profesor (apoyándonos en literatura científica y vídeos de maestra), lo hacemos mediante entrevistas grupales que se registran en audio. Tales entrevistas transcurren por el cauce del debate fundamentado, en el que cada miembro participa aportando nuevas ideas o discutiendo las ya expuestas. En general, somos muy minuciosos y en las reflexiones conjuntas tratamos de abordar cada tema en toda su profundidad y complejidad. Las ideas principales de dichas reflexiones grupales son recogidas en un diario de grupo, elaborado por uno de los miembros apoyándose en el registro en audio y completado con las aportaciones de todos en la sesión posterior. En dicho diario se recogen: nuestros acuerdos, los miembros que asisten, la estructura de cada sesión y un resumen de las principales ideas de las reflexiones que mantenemos.

Una de las actividades que valoramos de una manera especial es el análisis colaborativo de las observaciones de aula por dos motivos: por un lado, porque es considerada por las maestras como una herramienta muy valiosa para su propio desarrollo profesional ya que es la propia práctica la que se convierte en el foco de atención y, por otro lado, porque desde el punto de vista de la investigación, se convierte en un claro exponente de cómo nuestra conceptualización del desarrollo profesional está íntimamente ligada a la reflexión.

Para nosotros la reflexión, en el marco del análisis colaborativo, no es un mero proceso de feedback orientado hacia la auto-complacencia; por el contrario, se trata de una herramienta analítica potente a través de la cual las maestras entablan una conversación reflexiva con su práctica con el fin de deconstruirla, es decir, de desmenuzarla en fragmentos relevantes, poniendo de relieve las contradicciones, ambigüedades y las

teorías personales que las informan, para posteriormente reconstruirla y mejorarla. Esta reconstrucción se realiza a la luz de ciertos cuadros teóricos de referencia, como la perspectiva de resolución de problemas en particular, por lo que además de favorecerse una mayor comprensión de la propia práctica se promueve la interrelación de la teoría con la práctica y el desarrollo de *conocimiento práctico* (Goffree y Oonk, 2001).

Hemos desarrollado un proceso específico para analizar nuestra práctica. Todo comienza con el diseño conjunto de una unidad didáctica o secuencia de actividades sobre un contenido matemático concreto (la división, la geometría), bajo la perspectiva de resolución de problemas. Para la elaboración de este diseño, cada uno elabora su propia propuesta que sirve de base para la discusión sobre qué principios, actividades y secuencia de actividades parecen más convenientes desde nuestra perspectiva. La maestra responsable de la implementación es la que se encarga de integrar las diversas propuestas y los acuerdos de la discusión en un nuevo diseño adaptado a sus alumnos, el cual es vuelto a ser analizado en el grupo.

Aunque habitualmente se registra en vídeo toda la unidad (para investigaciones paralelas a la del grupo), sólo seleccionamos una para el análisis conjunto en el grupo. El día en que se va a poner en práctica alguna de las sesiones seleccionadas, todos los miembros nos desplazamos al aula y realizamos una observación no participante. Valoramos de una manera especial esta observación en vivo, frente a la reproducción en vídeo, porque nos permite capturar mejor el ambiente de la clase (la grabación en vídeo supone ya una selección de la información con los criterios que establece el propio investigador) y obtenemos diversas perspectivas de una misma realidad (una por cada miembro). No obstante, nuestro foco es siempre la maestra. Por este motivo, en cuanto a los aspectos técnicos, llevamos una cámara de vídeo que se coloca al final de la clase desde el ángulo que mejor permita recoger la panorámica más general y seguir el movimiento de la maestra. A dicha cámara se conecta un sistema de audio específico, cuyo receptor es un micrófono que lleva incorporado la maestra.

Intentamos que el análisis se realice en la sesión más próxima a la observación para que podamos conservar una imagen lo más viva posible. Solemos comenzar con una valoración general en el que intercambiamos nuestras primeras impresiones. Posteriormente iniciamos el análisis en profundidad; dividimos la sesión observada en episodios y analizamos cada uno con los instrumentos de análisis METE (anexo II) y de gestión de la participación (anexo I), además de incluir otros focos como la resolución de problemas o la adecuación del diseño a los alumnos. Ese análisis se realiza en primer lugar de manera individual y, posteriormente, se pone en común justificando nuestras perspectivas. Una vez que disponemos de todos los episodios analizados, seleccionamos aquéllos que en el grupo consideramos que son ejemplos de buena práctica. Al final, elaboramos un informe donde se recoge todo el análisis realizado, informe que nos sirve de base para decidir acerca de la estructura que le otorgamos al CD.

Esta metodología basada en la reflexión conjunta y en profundidad nos ayuda a poner de relieve la complejidad de los fenómenos educativos, la necesidad de un sólido

conocimiento que sirva de base para nuestra interpretación y el carácter no absoluto de dicho conocimiento (Sullivan & Mousley, 2001).

IV.4. Planificación del trabajo: fases y temporalización

Describimos a continuación las fases y temporalización previstas inicialmente.

PRIMER CURSO (06-07)

Fase 0: Inmersión (septiembre, octubre 2006)

Los nuevos miembros se integran en el equipo. Ello supone discutir sobre aspectos relacionados con las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza. Asimismo, se presenta un informe histórico del equipo (1999-2006).

El grupo va adquiriendo un lenguaje común, lo que no evitará discrepancias.

Se elabora el proyecto de investigación.

Se presenta el tema de la gestión de la participación, fundamentalmente dirigido a los nuevos miembros.

Fase 1: Acercamiento teórico-práctico (noviembre, diciembre 2006, enero 2007)

Lectura de documentos sobre resolución de problemas, buena práctica, actividades TIC y gestión de la participación. Esto será una constante en todas las fases.

Análisis de software y actividades TIC.

Fase 2: Diseño de actividad TIC (febrero, marzo, abril 2007)

Diseño de una actividad TIC para 4º de Educación Primaria. Asesoramiento por parte de un profesor experto en el diseño de actividades JClic.

Lectura de documentos sobre el uso del vídeo para el análisis de la práctica.

Lectura de documentos sobre el papel de la reflexión en el desarrollo profesional.

Puesta en práctica y observación de la actividad diseñada.

Análisis de la sesión de clase en función de las dimensiones consideradas (buena práctica, resolución de problemas, la propia actividad TIC y gestión de la participación), así como del papel de la maestra y la adecuación del diseño al grupo de alumnos.

Sugerencias de modificación y correspondiente reelaboración de la actividad TIC.

Fase 3: Prediseño de actividad con materiales manipulativos (mayo, junio 2007)

Prediseño de una actividad para 4º de Educación Primaria empleando materiales manipulativos.

A modo de reflexión o recapitulación, discusión sobre:

1. ¿Cómo debe participar un alumno en la clase de matemáticas?
2. ¿Cómo debe gestionar el maestro la participación matemática de los alumnos?
3. ¿Qué es un problema? ¿Qué es la resolución de problemas?
4. ¿Aprender a resolver problemas para aprender matemáticas o aprender matemáticas para aprender a resolver problemas?
5. ¿Qué contenidos matemáticos son importantes?
6. Papel de los recursos, como materiales manipulativos y TIC en el aprendizaje matemático.
7. ¿Qué matemáticas debe conocer un maestro?
8. ¿Qué es una buena práctica por parte del maestro?

Elaboración de la memoria de progreso.

SEGUNDO CURSO (07-08)

Fase 4: <u>Diseño de actividad con materiales manipulativos (septiembre, octubre 2007)</u>

Adaptación al grupo concreto de alumnos del diseño de una actividad para 4º de Educación Primaria empleando materiales manipulativos.

Observación y análisis de la puesta en práctica de la actividad para 4º. Incluye el papel de la maestra y la adecuación del diseño al grupo de alumnos. Contempla asimismo contenido matemático, resolución de problemas, participación promovida y papel de los materiales manipulativos.

Sugerencias de modificación y correspondiente reelaboración de la actividad.

Fase 5: <u>Diseño de una actividad adaptada (noviembre, diciembre 2007)</u>

Diseño de una actividad adaptada a niños con necesidades educativas especiales de primer ciclo de ESO (nivel cognitivo de Educación Primaria).

Lectura de documentos relacionados con la adaptación de actividades a niños con necesidades educativas especiales.

Observación y análisis de la puesta en práctica de la actividad. Incluye el papel de la maestra y la adecuación del diseño al grupo de alumnos. Contempla asimismo contenido matemático, resolución de problemas, participación promovida.

Sugerencias de modificación y correspondiente reelaboración de la actividad.

Fase 6: Recapitulación teórica (enero, febrero, marzo 2008)

Reflexión y recapitulación sobre el significado de participar en el aula de matemáticas, el papel de la resolución de problemas, las TIC y los materiales manipulativos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y lo que es una buena práctica por parte del profesor. Generación de una teoría local al respecto.

Replanteamiento de la adecuación de los instrumentos de análisis y los referentes teóricos, y correspondiente enriquecimiento de dichos instrumentos.

Fase 7: Edición de resultados (abril, mayo, junio 2008)

Elaboración de informes finales sobre las sesiones observadas.

Selección de episodios de buena práctica en función de las dimensiones consideradas.

Montaje en formato CD de los episodios de las clases y su análisis en función de dichas dimensiones.

Elaboración de la memoria final del proyecto.

V. ACTIVIDADES REALIZADAS

V.1. Fases finales del proyecto

Como se ha indicado en el apartado anterior, al inicio del proyecto se planificaron las distintas actividades a realizar distribuidas en siete fases. Esta planificación ha sufrido algunas modificaciones a lo largo de los dos años de duración del proyecto fundamentalmente en su temporalización teniendo en cuenta las dificultades que se nos presentaron en el diseño de la actividad TIC y la propuesta de un miembro del grupo de adaptar al alumnado de 2º de Educación Secundaria Obligatoria con necesidades educativas especiales, la unidad diseñada para el alumnado de 4º de Educación Primaria En este epígrafe vamos a realizar una descripción general de las distintas fase a la finalización del proyecto, y posteriormente expondremos de forma detallada el trabajo realizado.

PRIMER CURSO (06-07)

Fase 0: Inmersión de los nuevos miembros del grupo

Esta fase se ha desarrollado de acuerdo con lo previsto en la planificación tanto en lo relativo al contenido como a la temporalización. Los nuevos miembros se han ido

integrando en el equipo a partir de las discusiones alrededor de aspectos relacionados con las concepciones de las matemáticas y su enseñanza, la presentación de un informe histórico del equipo (1999-2006), gestión de la participación por parte del maestro y la elaboración del proyecto de investigación del bienio 2006-2008.

Fase 1: Acercamiento teórico-práctico

Esta fase se ha desarrollado a lo largo de los dos cursos del proyecto. En el primer año se trabajaron fundamentalmente tres artículos. El primero de ellos aborda el tema de la gestión de la participación del alumno por parte del maestro. El segundo discute el uso de las nuevas tecnologías. Y el tercero enfrenta la calidad de la educación. La elección de estos artículos está motivada por ser la gestión uno de los temas centrales del proyecto, como sucede con las nuevas tecnologías y la noción de buena práctica; ésta, aunque puede ser definida desde múltiples perspectivas, siempre ha de guardar relación con la idea de educación de calidad.

Fase 2: Diseño, implementación, observación y análisis de una unidad didáctica para 4º de Educación Primaria sobre polígonos partiendo de los cuerpos geométricos.

En esta fase nuestro objetivo era el diseño de una unidad didáctica para 4º de Educación Primaria en la que integraríamos una actividad TIC. Se optó por abordar contenidos geométricos para la unidad teniendo en cuenta, entre otros motivos, las posibilidades que ofrecen las TIC para la visualización espacial de las figuras y cuerpos geométricos. No obstante, aunque el grupo recibió formación en herramientas TIC al objeto de poder diseñar la actividad programada, se acordó posponer su montaje técnico para el próximo curso escolar.

La fase se completó diseñando una unidad sobre polígonos partiendo de los cuerpos geométricos: “Del espacio al plano”; la Maestra lo implementó en el aula en marzo de 2007 y el grupo procedió a su análisis en dos vertientes: desde el punto de vista del instrumento de análisis METE y desde la perspectiva de la gestión de la participación.

Fase 3: Prediseño de una unidad adaptada con materiales manipulativos

Esta fase se inició con la búsqueda de actividades con materiales manipulativos para trabajar geometría con niños con necesidades educativas especiales. Como ya hemos señalado, la unidad parte del mismo contenido que la unidad didáctica de geometría diseñada para 4º de primaria, adaptándola para alumnos de 2º de la ESO con diferentes dificultades de aprendizaje. Se planificó la unidad incluyendo las actividades a realizar y se pospuso su revisión e implementación para el próximo curso escolar.

A la finalización de este curso se inició la elaboración de la memoria de progreso.

SEGUNDO CURSO (07-08)

Fase 1: Acercamiento teórico-práctico

En el segundo curso se han trabajado artículos o normativa relacionados con competencias básicas y la contribución de las matemáticas al desarrollo de las mismas, la enseñanza de la geometría y la finalidad del estudio de los contenidos matemáticos escolares. Alrededor de ellos, establecimos una reflexión, a modo de recapitulación, en la que tratamos de integrar lo aprendido y nuestra experiencia como profesionales de la enseñanza.

Fase 2: Diseño, puesta en práctica y análisis de la unidad adaptada a alumnos con necesidades educativas especiales

Iniciamos esta fase revisando el diseño elaborado el curso anterior y completando aquellos aspectos que habían quedado pendientes. La Maestra lo implementó en el aula y el grupo procedió a su análisis en dos vertientes: desde el punto de vista del instrumento de análisis METE y desde la perspectiva de la gestión de la participación.

Fase 3: Diseño de una actividad geométrica TIC para Primaria

En este curso se ha procedido al diseño de la actividad TIC pendiente del curso anterior. Para ello, se comenzó con la lectura de un documento relacionado con actividades de figuras geométricas para el alumnado de primaria haciendo un estudio detallado de las mismas. Tras el intercambio de opiniones y la reflexión, el grupo comparte la idea de que lo más adecuado sería ocuparse del aspecto didáctico y que fuera un experto en informática y en programación el que realice su diseño y montaje técnico, a partir de nuestras indicaciones. El montaje de la estructura del diseño, acotar el contenido que se iba a trabajar, concretar y adaptar las actividades al nivel y al formato y, finalmente, la revisión didáctica del montaje técnico, nos ha llevado gran parte del tiempo disponible y como consecuencia de ello no ha sido posible su puesta en práctica dentro de este proyecto.

Fase 4: Edición de resultados y preparación para su difusión

Hemos considerado como pilares en el trabajo del proyecto, por un lado, el desarrollo profesional del profesor mediante la reflexión, la práctica y el apoyo teórico; y, por otro, el aprendizaje compartido con otros compañeros. En él, nos planteamos la posibilidad de generar una teoría local mediante la reflexión y recapitulación sobre el significado de participar en el aula de matemáticas, el papel de la resolución de problemas, las TIC y lo que es una buena práctica por parte del profesor. El análisis de las prácticas diseñadas en el grupo ha supuesto la forma idónea de ampliación de nuestro conocimiento

profesional. La propia dinámica adoptada por el grupo en la elaboración de los diseños ha posibilitado un enriquecimiento recíproco y constante entre la teoría y la práctica. El trabajo desarrollado lo hemos plasmado en esta Memoria final del proyecto.

V.2. Descripción general de las fases del primer año

En esta Memoria Final del Proyecto no pasaremos a realizar la descripción de las distintas fases realizadas durante el primer año ya que están recogidas en la Memoria de Progreso elaborada por el grupo y remitida a la Consejería de Educación a la finalización del año 2007.

V.3. Grado de consecución de las fases del 2008

V.3.1. FASE 1: ACERCAMIENTO TEÓRICO-PRÁCTICO

En esta fase, discutimos algunos documentos relativos a la unidad didáctica adaptada y otros más generales sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Aunque en algunos casos, esta discusión no fue previa al trabajo sobre el propio diseño, sino incluido temporalmente en el mismo periodo, hemos querido sacarlo a esta fase para mayor claridad de la memoria. A este respecto, destacamos:

- Análisis de las competencias descritas en el currículo de Secundaria y de qué modo las matemáticas contribuyen al desarrollo de las mismas. (Concreción posteriormente en nuestra unidad, ver fase 2).
- Reflexión sobre la enseñanza de la geometría, a raíz de investigaciones sobre el estudio de la geometría de los sólidos.
- Reflexión sobre el conocimiento matemático implicado en la unidad adaptada.

En lo que se refiere a documentos más generales sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, trabajamos sobre el de Mallavibarrena y Muñoz (en prensa) que aborda la finalidad del estudio de los contenidos matemáticos escolares.

Olvera, F. J. (2007). La enseñanza de la geometría de los sólidos en la escuela primaria. Documento predoctoral. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, Departamento de Matemática Educativa. México, D.F.
En la discusión del documento, se resaltan los siguientes aspectos: • Debido a que el modelo de Van Hiele sugiere varios procesos, puede darse que esos procesos se ordenen en distintos niveles en función del grado de madurez o de conocimiento profundo que interese estudiar. • Para comprender mejor la matematización horizontal y la matematización vertical se abordan varios ejemplos, como el de los números pares o la suma, siendo fieles a la descripción que compete a cada una de estas matematizaciones descritas en el documento, donde "... *precisando un poco más, por la primera se entiende la matematización que da cuenta de la diferencia entre transformar un problema más o menos real en un problema matemático y procesar dentro del sistema matemático, lo cual conlleva una sistematización, una simbolización y una esquematización/modelización.* Mientras que *la segunda se refiere al procesamiento matemático, dentro del*

sistema matemático, y al nivel alcanzado en la estructuración del problema en consideración" [documento enviado por Pepe "*El estudio de la geometría de los sólidos (basado en Olvera, 2007)*"].

- Por último, se trata de explicar qué es la fenomenología de Freudenthal, y a este respecto se revisa la noción propuesta en el documento, haciendo alusión a que fenomenología será sinónimo de situación. Similarmente se analiza la idea de realidad de Freudenthal, entendiendo por ésta a la que "*incluye los contextos reales de la propia matemática siempre que se haya dominado el área matemática correspondiente, no obstante, la idea es establecer conexiones con situaciones de la vida real tanto como sea posible*" [documento enviado por Pepe "*El estudio de la geometría de los sólidos (basado en Olvera, 2007)*"].

CONTENIDO MATEMÁTICO IMPLICADO EN LA UNIDAD ADAPTADA
Una de las preocupaciones de nuestro grupo es analizar el conocimiento que debe tener el profesor del contenido matemático implicado en una unidad. La unidad didáctica "Del espacio al plano", para un grupo de alumnos de 2º de ESO con necesidades educativas especiales, se va llevar a la práctica en el aula, grabar y analizar. Durante su elaboración, nos planteamos profundizar en los contenidos geométricos que intervienen en la unidad. Partimos de la definición de Geometría y su diferenciación en plana y espacial, para seguir con una clasificación de las figuras geométricas en figuras planas y cuerpos geométricos. Como la unidad parte del espacio y pretende llegar al plano, se desarrollan los cuerpos geométricos: definición, tipos (poliedros, cuerpos de revolución y otros) centrándonos finalmente en los poliedros, diferentes clasificaciones, y como caso particular de interés para la unidad, en los prismas y las pirámides. También tratamos cuerpos geométricos interesantes como los antiprismas, poliedros simples o no simples, poliedros eulerianios o polígonos estrellados, aunque estos se salen del contexto de la unidad. Otro contenido analizado y que aparece en la unidad es el proceso de clasificación como la búsqueda de regularidades y diferencias. Todos estos puntos provocan discusiones en el grupo, que nos permiten profundizar y enriquecernos.

Mallavibarrena y Muñoz "Sobre la pregunta: ¿para qué sirve lo que estudio?" (en prensa en La Gaceta de la RSME –Real Sociedad Matemática Española).
Este artículo, que se propone en el grupo para su lectura y discusión, versa sobre el excesivo uso de la utilidad como elemento motivador para el estudio. La tesis general que se sostiene y desarrolla es que hay una fuerte contradicción entre la escuela y la sociedad. La sociedad potencia modelos de conducta unitarios como salir con los amigos, jugar al fútbol o comprar, que se autojustifican o que no necesitan justificación. Sin embargo, para el estudio no sirven ese tipo de justificaciones. El alumnado pregunta para qué sirve lo que estudia, buscando que la utilidad sea inmediata en sentido temporal y espacial. Ya ni siquiera la obtención del título es una buena respuesta pues no hay correlación entre título y salario o prestigio social. El alumnado busca justificación para todo aquello que le supone un esfuerzo y no quiere realizar.

Los estudiantes y algunos docentes quieren contenidos útiles y aplicados, que son importantes, pero a veces están olvidando motivaciones tan importantes para el estudio como el gusto por el saber.
El artículo presenta una encuesta hecha a alumnado de Secundaria y Bachillerato sobre el gusto y la utilidad de las matemáticas. Los resultados más destacables muestran que encuentran más útiles las matemáticas en su formación que en la vida cotidiana, que los contenidos más útiles son casi todos básicos que se trabajan en Primaria, y que un % elevado de alumnos no encuentra ningún gusto ni utilidad en los contenidos matemáticos.
Los autores presentan varios ejemplos de la práctica docente en los que se ve que muchos alumnos no quieren aprender y entender sino aprobar el examen, es la utilidad inmediata que buscan. Por otra parte, el profesor presta cada vez menos atención a los detalles en las explicaciones, pensando que los alumnos no los van a entender, por lo que creamos alumnos insensibles al detalle, poco precisos y acríticos.
A modo de conclusión, los autores reflexiona sobre la necesidad de que instituciones, familias y escuela deben tener en cuenta que hay que aunar esfuerzos en educación, no mandar mensajes contradictorios a los alumnos y dar importancia al saber no solo por su utilidad sino por el gusto de saber.

El debate en el grupo se centra en el círculo vicioso que expresan los autores, refiriéndose a la poca preocupación del profesor por explicar detalles en un tema específico, *el profesor decide no explicarlo porque los estudiantes no están capacitados para apreciarlo, de modo que nunca se capacitan pues no se les explica o no se les crea la inquietud de preguntar.*
El profesor al planificar y desarrollar las adaptaciones que hace al contenido de las unidades puede pasar por alto aspectos fundamentales del contenido y cómo esto puede influir en la comprensión de un tema. En esta discusión se tratan ejemplos concretos del aula que resultan muy enriquecedores pues provocan reflexiones interesantes para el grupo.

V.3.2 FASE 2: DISEÑO, PUESTA EN PRÁCTICA Y ANÁLISIS DE LA UNIDAD ADAPTADA A ALUMNOS CON NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES

V.3.2.1. Descripción del contexto

V.3.2.1.1. *Descripción del centro*

El centro se encuentra situado en una barriada de Huelva capital. La zona en la que se ubica es considerada zona ZAEP (Zona de Atención Educativa Preferente) por ser un barrio de privación sociocultural. Por otra parte centro preferente de atención a alumnado sordo. Además de los problemas que se derivan de las características socio familiares del centro, se añade la gran diversidad de alumnado que asiste al centro con diferentes problemáticas.

1º. Desde hace varios años el centro escolariza a alumnos con discapacidad auditiva, lo que hace que se disponga desde todos los ámbitos educativos con

recursos humanos, materiales y organizativos que facilitan la intervención educativa con los mismos. En la actualidad contamos con 8 alumnos sordos, de los cuales hay 5 sordos profundos y 3 hipoacúsicos.

2º. Estos dos últimos cursos se lleva en el centro un programa de intervención con alumnado inmigrante. En la actualidad asisten al centro 4 marroquíes, 2 lituanos y 3 rumanos.

3º. Al mismo tiempo el centro atiende a alumnos con diferentes N.E.E. por diversos problemas (Síndrome de Asperger).

4º. Por último, se ha de resaltar el gran número de alumnos con dificultades de aprendizaje asociadas a condiciones sociales desfavorecidas, de lo que se deriva una falta de motivación y un retraso generalizado en todas las áreas.

La dificultad habitual en gran parte de los alumnos es la baja comprensión lectora debido a diferentes causas y relacionadas con problemas físicos, sensoriales (deficiencia auditiva), baja competencia lingüística (alumnos inmigrantes) y códigos lingüísticos muy restringidos por condiciones sociales desfavorables.

Por tanto, ante esta situación, el centro desarrolla un plan de atención a la diversidad en el que el currículo general ha de adaptarse a la tipología del alumnado que nos encontramos en las aulas. Este plan, entre otras medidas, contempla:

- El trabajo con grupos flexibles en los ámbitos sociolingüísticos y científico tecnológico implantado en el presente curso en 1º.
- Grupos flexibles de lengua y matemáticas en segundo y tercer curso.
- Medidas concretas de atención a alumnos inmigrantes, sordos y otras N.E.E.

V.3.2.1.2. *Descripción del grupo de alumnos*

Se trata de un grupo de alumnos de 1º de ESO con bajas competencias curriculares en las diferentes áreas y retraso de aprendizaje por diversos motivos. El grupo tiene 12 alumnos, de los cuales 6 son sordos. Los 6 alumnos oyentes, excepto uno que es nuevo en el centro, procedente de Galicia, son absentistas y esto conlleva un retraso escolar generalizado.

De los alumnos sordos, 2 pueden seguir el ritmo normal de la clase con dificultades propias del déficit auditivo y el resto tienen un nivel de competencia curricular de primer y segundo ciclo de primaria. Por tanto consideramos que el contenido geométrico en la unidad que se presenta puede servir como punto de partida para trabajar actividades comunes para todo el grupo y otras que puedan adaptarse a los diferentes ritmos de aprendizaje en el desarrollo de las tareas propuestas. Por tanto se trata de que todo el grupo participe en la secuencia de actividades que se propongan.

V.3.2.1.3. *Características de la maestra*

Maestra de educación primaria. Especialidad Educación Especial y Ciencias Sociales. Experiencia profesional en primaria de 10 años y 8 años en secundaria., atendiendo a alumnos con deficiencia auditiva y otras necesidades educativas especiales. Con una formación continua a través de grupos de trabajo y proyectos de investigación relacionados con el desarrollo profesional, la resolución de problemas en matemáticas y, por otra parte, en aspectos relacionados con la atención al alumnado de Necesidades Educativas Especiales.

V.3.2.2. Descripción de las fases del diseño y breve resumen

Para poder situarnos en el contexto para el que se desarrollará la unidad y conocer a los alumnos con N.E.E. en el aula de matemáticas, observamos una primera sesión fuera de la unidad didáctica.

Sobre la base de lo observado, retomamos el prediseño de la unidad didáctica realizado en el curso 0607 y lo analizamos con detalle, reformulando cada elemento de la misma y concretándola. Éste es un proceso laborioso, en el que la unidad didáctica prediseñada se ve modificada drásticamente. Diseñamos actividades nuevas a partir de las existentes y modificamos objetivos, contenidos y criterios de evaluación, asociando los primeros a cada actividad. Nos planteamos también a qué capacidades contribuye a desarrollar esta unidad (al hilo de la reflexión general sobre cómo el área de matemáticas contribuye al desarrollo de las competencias establecidas en el currículo de Secundaria –reflejado en Fase 1). Detectamos necesidades formativas de las distintas profesoras del grupo, lo que nos lleva a analizar distintos materiales manipulativos que pudieran ser útiles para la enseñanza de estos contenidos (polyedron, modelos de cuerpos geométricos de distintos materiales, modelos de varillas de distintos cuerpos geométricos –representando sus aristas y vértices). Asimismo, reflexionamos sobre el contenido matemático relativo a la unidad, intentando incidir no sólo en el conocimiento común al respecto, sino en el conocimiento especializado del contenido para la enseñanza (Hill et al., 2007).

V.3.2.3. Programación de la unidad

Ver Anexo III.

V.3.2.4. Descripción de la actividad

Las actividades que describimos a continuación se corresponden con la primera sesión de la unidad didáctica: “Del espacio al plano”, diseñada conjuntamente por la maestra y los miembros del grupo de investigación educativa al que pertenece. La unidad versa

sobre Geometría e incorpora la novedad de trabajar la geometría plana a partir de la espacial.

Para llevar a la práctica esta actividad la maestra utiliza los siguientes recursos:

-Recursos humanos: Además de Pepi, una maestra de apoyo y una maestra especialista en Lenguaje de Signos.

-Recursos materiales: 2 cajas con un juego completo de cuerpos geométricos cada una; numerosas figuras planas elaboradas por la maestra, etiquetas con diferentes nombres de términos geométricos, una caja con objetos cotidianos (caja de zapatos, bote de pegamento, rollo de papel higiénico, caja de auriculares, un lápiz, un portacarteles y una taza de loza) y los propios de un aula (pizarra, tizas, mesas y sillas).

-Recursos espaciales: el aula.

A continuación presentamos una tabla donde se describe cada una de las dos actividades trabajadas en la sesión y se asocian con los objetivos y contenidos correspondientes. Incorporamos otra columna en la que asignamos cada uno de los episodios a cada actividad.

EPISODIOS DE LA SESIÓN	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	OBJETIVOS DIDÁCTICOS	CONTENIDOS DE LA UNIDAD		
			CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
1º episodio: Presentación de la primera actividad 2º episodio: Desarrollo de la actividad (trabajo en grupos). 3º Episodio: Puesta en común de la actividad e institucionalización de los aprendizajes (trabajo en gran grupo).	**ACTIVIDAD 1** Se presentan a los alumnos un conjunto de cuerpos geométricos y figuras planas y se les pide que las separen en grupos, sin darles ningún criterio. Tiene dos partes: a) Puede ser una actividad por parejas b) Puesta en común de la actividad Dependiendo de los grupos que formen, se les pide que justifiquen por qué lo hacen así. Deben expresarlo de forma oral o gestual. Sacar conclusiones que la profesora anotará en la pizarra. En esta puesta en común se les puede poner etiquetas a los diferentes grupos.	Reconocer los cuerpos geométricos entre diversas figuras.	Cuerpos geométricos.	-Diferenciación entre cuerpos geométricos y formas planas. -Justificación oral y gestual de sus modos de resolver situaciones geométricas.	-Interés y gusto por la descripción verbal y gestual de figuras, usando vocabulario adecuado. (sin vocabulario) -Gusto e interés por enfrentarse con situaciones geométricas. -Flexibilidad para enfrentarse a distintas situaciones geométricas desde distintos puntos de vista. -Curiosidad e interés por la investigación sobre formas geométricas en el espacio y en el plano. -Valoración y respeto por las aportaciones de los compañeros (tanto en contenido como en forma). -Aprecio por el trabajo en grupo.

EPISODIOS DE LA SESIÓN	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	OBJETIVOS DIDÁCTICOS	CONTENIDOS DE LA UNIDAD		
			CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
4º episodio: Segunda actividad (trabajo en gran grupo)	**ACTIVIDAD 2** Se trabaja en dos fases: a) Se presenta a los alumnos una caja con los cuerpos geométricos y se les pide que de forma individual observen o recuerden objetos del aula y objetos cotidianos y escriban los nombres de los objetos que son parecidos a las figuras o cuerpos geométricos dados. b) Puesta en común de la actividad. Se les pide a los alumnos asociar los objetos que hayan escrito con los cuerpos geométricos. Estará a disposición de los alumnos una caja con figuras de plástico, de cartulina, de madera.	-Reconocer los cuerpos geométricos entre diversas figuras.	-Cuerpos geométricos.	-Observación y reconocimiento de formas geométricas en el entorno.	-Gusto por identificar figuras y relaciones geométricas en los elementos cotidianos. -Valoración y respeto por las aportaciones de los compañeros (tanto en contenido como en forma).

V.3.2.5. Descripción detallada de la sesión

Ésta es la primera sesión perteneciente a la unidad didáctica "Del espacio al plano", diseñada de manera colaborativa en el grupo al que pertenece la maestra.

Para facilitar y profundizar en el posterior análisis de la sesión, la hemos dividido en 4 episodios:

1º Presentación de la primera parte de la actividad

2º Desarrollo de la actividad (trabajo en grupos)

3º Puesta en común de la actividad e institucionalización de los aprendizajes (trabajo en gran grupo)

4º Segunda actividad (trabajo en gran grupo)

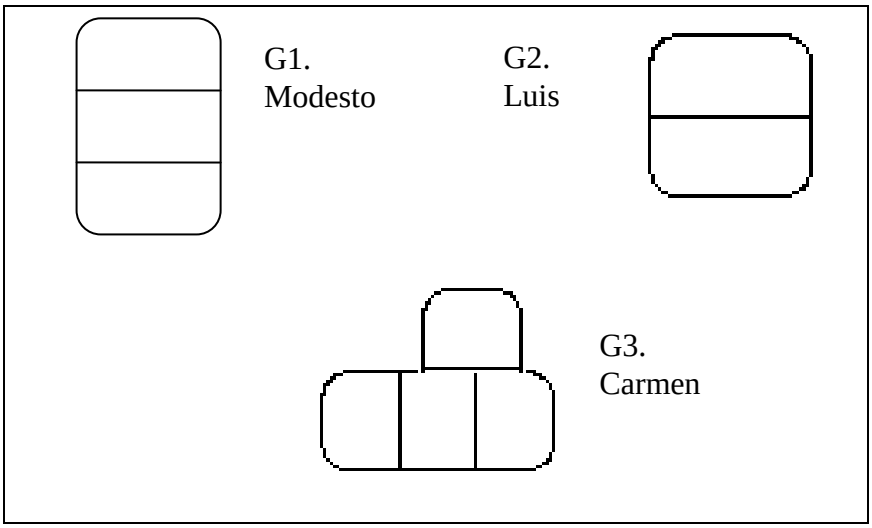
<u>Primer episodio: Presentación de la primera actividad</u>

Asisten sólo 9 alumnos, están sentados en U y acompañan a Pepi una intérprete en lengua de signos y una profesora de apoyo que, en este caso, es la profesora de ámbito científico tecnológico de este grupo de alumnos.

Pepi escribe en la pizarra el título de la unidad: "Del espacio al plano". Se detiene en los conceptos 'espacio' y 'plano', preguntando a los alumnos qué significa cada uno de ellos. Algunos alumnos manifiestan saber qué es el espacio pero no saben explicarlo. Un alumno lo asocia a la palabra lugar. Pepi pregunta cómo se separan los espacios en una casa y ellos contestan que por habitaciones. Se continúa preguntando por el concepto de 'plano' y es Alberto el que pone como ejemplo "un papel".

Pepi alude a una actividad de Lengua en la que se trabajaron ideas previas, para que comprendan que ahora van a realizar una actividad semejante en el área de Matemáticas. Añade que en esta sesión van a trabajar algo nuevo que tiene que ver con la expresión escrita en la pizarra y que pertenece al área de las Matemáticas. Les pregunta qué trabajo creen que van a hacer en relación con ese título y continúa recordando qué contenidos han aprendido ya respecto de esta área: operaciones, números, múltiplos, divisores, sumas, restas, divisiones. "*Ahora vamos a trabajar algo nuevo relacionado con otra parte de las matemáticas, que no digo su nombre, que lo averiguaremos poco a poco*".

Comienza la actividad. Pepi les dice que les va a dar una serie de objetos (cuerpos geométricos y figuras planas), y su tarea va a consistir en separarlos por grupos. Les advierte que no hagan nada hasta que ella explique qué es lo que hay que hacer. Los organiza en 3 grupos, pero Carmen se resiste a incorporarse al grupo que le designa la maestra y, aunque en principio se queda sola, finalmente la maestra accede a que se una al que ella quería. Los alumnos quedan organizados espacialmente según el esquema siguiente: 3 alumnos en el grupo 1, 2 alumnos en el grupo 2 y cuatro en el grupo 3. A excepción del grupo 3, no se modifica la posición de las mesas:



A continuación reparte el material que consiste en: cuerpos geométricos y superficies planas. Explica la actividad: "*Atended, juegos no, vosotros tenéis muchos materiales. Tenéis que separar los materiales en grupos. Quizás tendréis que mirar una característica y pensar cómo lo vamos a clasificar. Pensad en qué se parecen y cómo organizarlos*". Les dice que van a tener 5 minutos para trabajar.

Segundo episodio: Desarrollo de la actividad: trabajo por grupos

Pepi da instrucciones para el trabajo en grupo, haciendo hincapié en que se trata de un trabajo en grupo y que todos han de ayudarse mutuamente. La maestra de apoyo permanece a caballo entre los grupos 1 y 2, mientras que Pepi y la intérprete trabajan junto al grupo 3 que es el más numeroso. Los alumnos no saben acometer la tarea y Pepi, tomando la sugerencia de la maestra de apoyo, les da una pista: "*Sólo podéis separar el material en 2 grupos*", asociando posicionalmente cada grupo a formar con una mesa diferente. En el caso del grupo 3, Pepi tiene que repetir la instrucción varias veces ya que no son capaces de acometer la tarea. Insiste en que trabajen en grupo. Este grupo realiza una primera clasificación en la que sólo manejan los cuerpos geométricos y Pepi les aclara que también las figuras planas han de ser clasificadas. El trabajo se desarrolla de manera bastante guiada, Pepi coge cada pieza y la coloca en el grupo que los alumnos le van indicando. Una vez clasificadas todas las piezas realizan la puesta en común.

En general, en este episodio, hay un clima de clase desordenado, en el que los alumnos se distraen mucho con el material utilizándolos a modo de juguetes. Es por esta razón por la que las maestras han de estar permanentemente atentas al trabajo de los alumnos.

Tercer episodio: puesta en común del trabajo realizado e institucionalización de los aprendizajes

Pepi explica que van a poner en común lo que han trabajado por grupos. Aclara que cada grupo ha realizado la actividad de manera diferente por lo que tendrán que explicar

por qué han decidido clasificarlo en la manera en que lo han hecho. Añade que al principio habían tenido dificultades pero la pista de formar dos grupos les ayudó.

Para la puesta en común, asigna a cada grupo el nombre de uno de sus componentes:

-Al grupo 1, grupo de Modesto

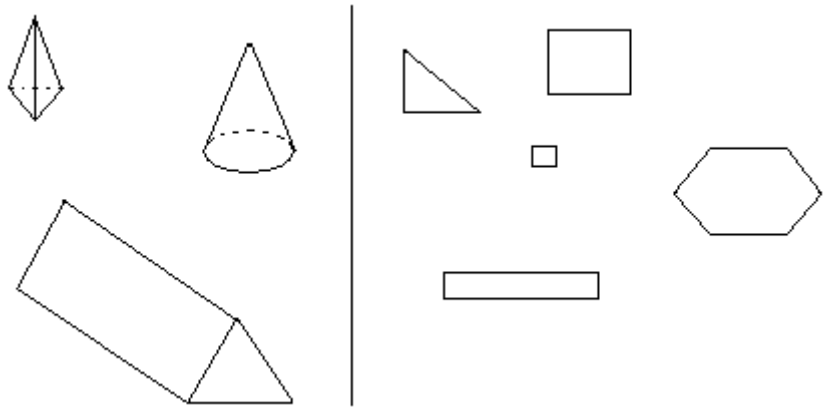
-Al grupo 2, grupo de Luis

-Al grupo 3, grupo de Carmen.

Divide la pizarra en tres columnas para registrar las aportaciones de cada uno de los tres grupos siguiendo el orden: Carmen, Luis y Modesto.

Comienzan con el grupo de Modesto. Pepi pregunta quién va a explicarlo y se alegra mucho cuando Daniel, un alumno tímido que a penas suele participar en la dinámica de clase, toma la iniciativa. La maestra muestra a la clase los dos grupos que han formado (figuras planas y cuerpos geométricos) y le pregunta a Daniel por qué los han clasificado así. El alumno responde que han mirado la forma de las figuras y Pepi reformula su respuesta: "*ellos creen que un grupo (de objetos) tiene una forma diferente al segundo grupo*" y les pregunta que por qué son diferentes. La primera respuesta toma como criterio la dureza de los objetos: duro-flexible. Otro de los alumnos del grupo hace referencia al tamaño de las figuras y dice: grande-pequeño. Pepi selecciona un cuerpo geométrico cuyo tamaño es más pequeño que los restantes, desmontando así dicho criterio. Otro criterio que ponen en común es cilindro-cuadrado en función de la similitud de su forma a estas figuras. La maestra de apoyo coge la caja de madera de los cuerpos geométricos y un folio y les pregunta dónde los colocarían. Los alumnos ponen la caja en el grupo de los cuerpos geométricos y el folio junto a las figuras planas.

Pepi se dirige a la pizarra, subdivide la tercera columna en otras dos y dibuja algunas de las figuras planas en la de la derecha. Para representar los cuerpos geométricos en la de la izquierda le pide a Luis, un alumno del grupo 2 con sordera profunda pero con grandes capacidades visuales y espaciales, que salga a la pizarra para que los represente. En la pizarra quedan dibujadas las siguientes figuras:



Javier afirma que una diferencia puede ser que son objetos planos y no planos. Pepi acepta este criterio y anota en la pizarra debajo de cada grupo de objetos: planos y no planos.

Ahora se dirige al grupo de Luis. Pepi pregunta a Daniel, miembro del primer grupo, si se parece a lo que ellos habían hecho y éste afirma que es igual. Pide entonces, a Francisco, que vuelva a repetir el nombre de las etiquetas que antes asignó a los dos grupos de objetos y las escribe en la pizarra, en la columna del grupo de Luis:

Objetos no planos	Objetos planos

Respecto al tercer grupo de Carmen, Pepi advierte que han modificado sus dos grupos de objetos iniciales para acomodarlos a los criterios seguidos por los demás: "*lo habíais hecho de otra forma pero lo habéis cambiado porque lo de los otros grupos os han dado pistas*". Recrimina a un alumno que afirma que lo que el grupo 3 había hecho estaba mal y les pregunta a éstos qué criterios habían seguido para clasificar los objetos como lo habían hecho al principio. Pepi se dirige a este grupo y reestructura el material tal y como estaba al principio. Hay un alumno que proporciona una explicación pero no satisface a Pepi y otro explica que habían formado un grupo con objetos en los que todas las líneas eran rectas, mientras que el otro grupo contenía objetos con alguna línea curva. Pepi afirma que está bien y escribe en la pizarra, en la columna correspondiente a este grupo:

Objetos de forma redonda	Objetos con formas rectas

A continuación, pregunta *"¿Los tres grupos lo han hecho bien? ¿Qué pensáis?"*. Alejandro (grupo 1) afirma que son diferentes. Pepi realiza un pequeño resumen explicando que al principio todos tuvieron dificultades porque podrían salir muchos grupos y creó un poco de confusión y que la pista de formar sólo dos grupos les ayudó. *"¿Vosotros habéis hecho dos grupos? Sí. Los criterios de los grupos 1 y 2 son iguales. ¿El de Carmen lo ha hecho igual que el resto?*". Los alumnos responden que no y Pepi continúa: *"¿Eso quiere decir que está mal?*". Los alumnos vuelven a negarlo y Pepi lo corrobora y afirma que son respuestas diferentes y que todas son correctas.

Finalmente, afirma que van a quedarse con la clasificación de Luis y Modesto, de objetos planos y no planos. A sugerencia de la maestra de apoyo, Pepi pide al grupo de Carmen que clasifique los objetos ajustándose a este criterio.

Pepi borra la pizarra pero deja las figuras planas que ella había dibujado y los cuerpos geométricos de Luis, haciendo hincapié en la calidad y fidelidad de sus dibujos. Advierte que va a hacer una pregunta muy difícil: *"¿Cómo se llaman los objetos planos y los objetos no planos? ¿Qué nombre podemos darles?"*. Francisco (grupo 1) afirma saberlo pero no se siente capaz de explicarlo y Pepi le pregunta *"¿Te ayudo si te doy etiquetas?"*. Se da cuenta de que se le han olvidado las etiquetas que tenía preparadas pero decide escribir en la pizarra el siguiente grupo de palabras:

-Poliedro

-Cuerpos geométricos

-Cuerpos redondos

-Figuras planas

Francisco asocia los objetos planos a la etiqueta de figuras planas y los objetos no planos a la de cuerpo geométrico. Pepi afirma: "*Sé que a los oyentes no les cuesta trabajo pero a los sordos sí, todo el mundo se tiene que aprender las palabras y aprender a diferenciarlas*". En este momento, Pepi, ayudada por la intérprete, pone mucho hincapié en el signo lingüístico y gestual de los términos para intentar que sordos y oyentes tengan una idea inicial del signo correspondiente a las palabras.

<u>4º episodio. Segunda actividad (trabajo en gran grupo)</u>

Pepi formula la siguiente pregunta: *"¿Qué objetos de casa o de la clase se pueden parecer a los cuerpos geométricos?*". Francisco señala el tablero de la mesa y lo asocia al cuadrado. En general se perciben dificultades y Pepi vuelve a repetir la orden y les pide que se fijen en cuerpos geométricos que haya fuera del instituto. Los ejemplos que dan son: la caja, el balón, el huevo y lo asocian correctamente a los cuerpos geométricos correspondientes. Después de cada ejemplo, Pepi suele preguntar al resto de compañeros si está bien la respuesta. Los alumnos poseen muchas dificultades para identificar ejemplos concretos.

A continuación, cambia la orden. Ahora va a sacar diversos objetos y ellos deben asociarlo con el cuerpo geométrico, de los que tienen delante, que más se parece. Saca una gran variedad de figuras y los alumnos se muestran muy entregados y entusiasmados con esta actividad, especialmente Luis, el alumno del grupo 2 que salió a la pizarra a dibujar los cuerpos geométricos. Entre los objetos se encontraban: una caja de zapatos, una taza de loza, rollo de papel, un bote de pegamento, caja de auriculares, caja de lápices, un lápiz (asociado a un prisma hexagonal), un portacarteles. Pepi acompaña a cada respuesta con un ¡muy bien! En el caso en el que la asociación no es correcta, acerca el objeto al alumno para que lo manipule. Esto ocurre con el lápiz que inicialmente fue asociado por Luis al cilindro y, después de tocarlo, cogió el prisma hexagonal.

Para terminar, Pepi retoma la instrucción de que busquen objetos que no estén en la clase pero que se parezcan a esas figuras. Las respuestas son muy variadas. En primer lugar, pensaron en ejemplos que implicaban la composición de figuras como una casa, con los prismas cuadrangulares y triangulares, pero Pepi aclara que lo asocien a objetos simples. Entre los ejemplos se encuentran:

-la pizarra asociada a una caja de zapatos

-las pirámides (En este caso Pepi le pregunta al alumno qué son las pirámides, dónde se encuentran y explica que son construcciones funerarias)

-el capirote de Semana Santa con el cono

-el botón con un cilindro de poca altura

-la lámpara de luz con una semiesfera

-el diamante con el octaedro.

Todos los ejemplos que proporcionan los alumnos son correctos y Pepi valora positivamente cada una de las aportaciones. El hecho de que los alumnos tuvieran por delante los objetos durante toda la sesión, hizo que en algunos momentos se distrajeran con ellos y produjera situaciones en las que Pepi confundiera el juego con la puesta en común de sus ideas, tal y como ocurrió con el capirote de Semana Santa, cuando el alumno se ponía en su cabeza el cono. Pepi le pide perdón.

La intérprete permanece al lado de Pepi durante toda la sesión, traduciendo al lenguaje de signos el discurso de Pepi y convirtiéndose en voz de los alumnos sordos.

Pepi cierra la actividad: *"¿Os dais cuenta de que hay cosas en la vida real que se parecen a…?"* espera a que los alumnos completen la pregunta con 'cuerpos geométricos', aunque lo recuerdan con dificultad.

V.3.2.6. Análisis de la sesión

V3.2.6.1. *Análisis de episodios de buena práctica*

V.3.2.6.1. 1. Justificación de la selección de episodios

Consideramos que el tercer y cuarto episodio son ejemplos de buena práctica porque son los más representativos del modo en que la profesora promueve el aprendizaje matemático en este grupo de alumnos, con características tan particulares ya comentadas. A lo largo de estos episodios se observa el énfasis que la maestra pone en la comprensión conceptual de los términos y en la necesidad de que dicha comprensión se realice a través de diversas experiencias y la manipulación de objetos. Además, la construcción de los conceptos se desarrolla a partir de las aportaciones de los alumnos y de las guías (lingüísticas en su mayoría) que la maestra va proporcionando, con el fin guiarlos hacia un conocimiento más formal de los términos. En estos episodios también se pone de relieve el papel que el lenguaje, tanto escrito como signado, juega en el proceso de aprendizaje matemático y el celo que la maestra, Pepi, pone para superar los obstáculos que origina.

V.3.2.6.1.2. Análisis por episodios con el instrumento METE

Análisis del tercer episodio: Puesta en común del trabajo realizado por parejas e institucionalización de los aprendizajes

Tras el análisis de este tercer episodio, y en cuanto al foco matemático, llegamos al consenso de que se da en primer lugar, el **foco matemático conceptual**. La puesta en común de los criterios de clasificación seguidos por cada grupo está orientada a promover la identificación de los rasgos diferenciadores, con el fin de dotar de significado a los conceptos ejemplificados por los dos grupos de figuras. En este episodio, la construcción de los conceptos de ‘figuras planas’ y ‘cuerpos geométricos’ se realiza en dos fases: en primer lugar, a partir de sus características definitorias: objetos planos y no planos y, en un segundo momento, asociándolos con el significante más apropiado desde un punto de vista matemático, en el lenguaje oral, escrito y de signos.

Por otro lado, podemos identificar también en este episodio **un foco matemático mecánico o procedimental**, como se refleja claramente en la clasificación de las figuras en dos grupos. Se percibe que la maestra está promoviendo el desarrollo de procedimientos para esta actividad mediante la identificación de criterios. Por último, el énfasis de Pepi en la puesta en común es que expliquen por qué han agrupado las figuras de una determinada manera. En esta actitud de la maestra se denota el **foco matemático de razonamiento**. La respuesta a la pregunta ‘¿por qué?’ va asociada al

criterio de clasificación y, a su vez, a su desarrollo conceptual de los dos grupos diferentes de figuras.

Con respecto al contexto referido a la localización de los problemas propuestos en la clase, observamos que la actividad planteada está enmarcada en la propia matemática, así como los objetos manipulados. Por tanto, el **contexto matemático** es el que prima en este episodio.

La realización de esta actividad induce a un **aprendizaje conceptual profundo**, debido a la manipulación y la búsqueda de criterios de clasificación.

Finalmente, en referencia al foco didáctico, observamos que Pepi hace uso de varias estrategias didácticas o pedagógicas. Tras el análisis de la sesión, observamos que el objetivo principal de este episodio es, por un lado, la puesta en común del trabajo de cada grupo y, en segundo lugar, el establecimiento de los términos-etiquetas matemáticamente apropiados para cada concepto. Ambos objetivos se apoyan en la puesta en común de las ideas de cada grupo, por tanto, **la expresión de las propias ideas** se da en la actividad indudablemente. Seguidamente, **el coaching y la formulación de preguntas** son estrategias de las que se vale también la maestra, ya que promueve que sean los propios alumnos quienes, a partir de la manipulación de las figuras, de las actividades planteadas y sus preguntas, lleguen al conocimiento matemático esperado. Por otro lado, el modo en que interactúa con los alumnos y anima a que participen en la actividad es a través de preguntas. Además, estas preguntas le permiten asegurarse del grado de adquisición de los conceptos que los alumnos van logrando.

En todo momento la profesora evita dar explicaciones, pero proporciona ayudas que suplen las carencias lingüísticas de los alumnos ayudándoles en la construcción del conocimiento (**coaching**). Donde se percibe más claramente es cuando Pepi proporciona tres etiquetas lingüísticas para que un alumno identifique cuáles de ellas pueden asociarse a los objetos planos y no planos, dado que éste había manifestado que lo sabía pero se sentía incapaz de explicarlo. También **la motivación** es una estrategia que está presente durante todo el episodio. A través de la puesta en común de sus propias soluciones, la valoración positiva de las distintas respuestas, el aprovechamiento de las capacidades de ciertos alumnos (Luis y el dibujo de cuerpos geométricos en la pizarra) para el desarrollo de la actividad y las ayudas lingüísticas que proporciona a los alumnos a través de las etiquetas, Pepi consigue suprimir los obstáculos (lingüísticos y de atención) que podrían dificultar la implicación cognitiva de los alumnos en el desarrollo de la actividad y que son ajenos a la actividad matemática que está teniendo lugar.

<u>Análisis cuarto episodio: Segunda actividad (Trabajo en gran grupo)</u>

Para comenzar a explorar el episodio hay que destacar que, al igual que ocurrió en los episodios anteriores, el **foco matemático conceptual** está presente en esta segunda actividad, puesto que tiene como finalidad reforzar el concepto de cuerpos geométricos,

a través de la búsqueda de objetos de la vida real cuyas formas se asemejen a las figuras que tienen a mano. En sí misma, esta actividad no es de gran complejidad, pero pensamos que podría considerarse como un problema para estos alumnos, dadas las dificultades que mostraron al inicio del episodio y que fueron resueltas una vez que Pepi les mostró objetos reales. Por tanto, consideramos que el foco matemático de **resolución de problemas** es un objetivo subyacente a las acciones de la maestra.

En esta segunda actividad, el contexto presente es el **matemático**, aunque se dan ciertas dudas puesto que si nos ajustamos exclusivamente a la definición de las categorías, éste es el que impera, ya que la asociación de figuras reales con cuerpos geométricos es una actividad enmarcada en la propia matemática. Sin embargo, tiene el añadido que vincula las matemáticas con la vida real, ayudando al alumno a observar cómo las matemáticas forman parte de los objetos de nuestra vida cotidiana.

En cuanto al tipo de aprendizaje, no podemos afirmar que este episodio por sí mismo promueva un aprendizaje profundo, pero considerado en el conjunto de la clase, está orientado a la familiarización de los alumnos con las distintas figuras que conformaban el grupo de las figuras no planas (cuerpos geométricos). Pepi pretende que interioricen lo aprendido en el episodio anterior y que, a través de la asociación entre cuerpos geométricos y objetos de la vida real, sigan dando sentido a uno de los dos conceptos principales de la sesión (cuerpos geométricos). Por tanto, creemos que ciertamente **el aprendizaje profundo** está presente.

Para finalizar con el análisis de este episodio, nos centraremos en el foco didáctico. En este caso, hemos de destacar que en esta actividad nos hemos percatado de que se da un mayor uso de estrategias didácticas que en los anteriores. La estrategia didáctica fundamental es la **expresión de las propias ideas o compartir**, a través de la cual se desarrolla el episodio. Por otro lado, la sesión tal como está considerada, pone de relieve la estrategia de **coaching,** pues el ejercicio de identificar qué cuerpos geométricos se correspondían con los objetos mostrados por Pepi contribuyó al desarrollo de las habilidades de los alumnos para identificar objetos de la vida real. La riqueza de las respuestas de la fase final de la actividad se vio favorecida por haber intercalado la actividad de identificación. Podemos observar también que la maestra, a través de sus decisiones, recursos (objetos de la vida real), estímulos verbales (valorar positivamente las respuestas correctas), ha creado un ambiente en el que los alumnos se han mostrado muy motivados e implicados en la tarea, favoreciendo el gusto por las matemáticas (**motivación**). Por último, la estrategia de **evaluación** está presente, como puede verse en la siguiente idea. Dadas las dificultades que los alumnos mostraron en la búsqueda de objetos reales, Pepi decide mostrar los que ella había traído. Esta decisión repercutió positivamente en la marcha de la clase, ya que los alumnos fueron capaces de continuar la actividad expresando sus propios ejemplos de objetos cotidianos.

V.3.2.6.1.3. Análisis de la gestión de la participación

El modo en que Pepi gestiona la participación viene determinado por las características de estos alumnos: deficiencia auditiva de un grupo, los retrasos de aprendizaje en el resto, el comportamiento disruptivo, falta de hábitos de trabajo y baja motivación general hacia el estudio de la mayoría. Esta situación hace que Pepi tenga que dirigir más la dinámica de la clase.

Responsabilización del aprendizaje (implicación cognitiva del alumno). La categoría que predomina en toda la sesión es la de *cesión de responsabilización del profesor al alumno*. En ningún momento la maestra realiza explicaciones teóricas, y se promueve que el conocimiento se construya a partir de las ideas y aportaciones de los alumnos. No obstante, consideramos que el alumno no asume la responsabilidad de su aprendizaje ni la de los compañeros, ya que, cuando comunica sus resultados, espera a que sea la maestra quien valide o corrija. Los alumnos están más interesados en sus resultados (cuando están implicados en la tarea) que en expresar su opinión respecto de la respuesta de los demás. Hay que constatar que, cuando trabajan en grupo, no son capaces de expresar los resultados de su trabajo al resto de compañeros, haciéndose necesaria la participación de la maestra.

Comunicación promovida (promoción de contribuciones y significados compartidos). La categoría que predomina es la *comunicación contributiva*. El trabajo se realiza a partir de la puesta en común de las respuestas de los alumnos, que fundamentalmente va dirigida a la maestra. Un ejemplo lo encontramos en el tercer episodio, cuando Pepi constata que el tercer grupo ha utilizado un criterio diferente para clasificar las piezas iniciales, pero no les implica en la valoración matemática de dicho criterio. No obstante, se evitan las valoraciones negativas a la respuesta que es diferente respecto del criterio que se ha tomado como válido.

Validación del conocimiento (construcción de significados pertinentes). El protagonismo en *la validación* lo posee *el profesor*. Esto se puede percibir a lo largo de la sesión en diferentes momentos. Un ejemplo lo encontramos en el tercer episodio, cuando los tres grupos ponen en común sus criterios; es Pepi la que afirma que se va a optar por el criterio de clasificación de plano/no plano, sin hacer explícitos los motivos de su decisión. Pocas veces se da la opción a los alumnos para que corrijan a sus compañeros. Además, suele ser ella la que, cuando la respuesta es correcta, refuerza positivamente a los alumnos mediante estímulos verbales. En el último episodio se hace más patente, cuando valora a Luis después de cada una de sus intervenciones. Esto se explica porque en el contexto de la educación especial es muy importante destacar especialmente aquellas ocasiones en las que un alumno realiza bien sus tareas, para compensar el historial de fracasos que normalmente posee.

V.3.2.6.2. *Análisis global de la sesión*

V.3.2.6.2.1. Desde el punto de vista del contenido matemático

En la gestión que Pepi realiza del contenido matemático se observa un gran énfasis en el aprendizaje conceptual, frente al mero aprendizaje de términos, a través del manejo de materiales y del trabajo personal en la búsqueda de criterios. Este enfoque es coherente con los procesos de aprendizaje que los alumnos de estas características han de seguir para el aprendizaje de los conceptos geométricos.

Queremos destacar las implicaciones cognitivas que poseen los significantes en el lenguaje de signos de cara a la comprensión de los conceptos matemáticos. El signo de 'cuerpos geométricos' se realiza con dos gestos: el primero, describiendo la forma de un prisma rectangular y, el segundo, indicando su dimensión espacial. Este signo induce una restricción conceptual del término ya que reduce los cuerpos geométricos al subgrupo de los prismas, y más concretamente, a los de base rectangular. Para el aprendizaje de las matemáticas, constituido por conocimientos abstractos, la comunicación gestual imprime ciertas restricciones que han de ser tenidas en cuenta por la maestra.

V.3.2.6.2. 2. Desde el punto de vista de la resolución de problemas

La maestra, a lo largo de toda la sesión, intenta que los alumnos por sí mismos se aproximen al concepto de cuerpo geométrico. Siempre se parte de las ideas previas, se programan actividades bien secuenciadas y se promueve que sea el alumno quien, a través de su implicación en la tarea, construya los conceptos.

La maestra no sólo le da importancia al resultado de las actividades, sino que suele hacer un resumen de cómo lo han hecho y de qué pistas les han ayudado a resolverlo (metacognición).

V.3.2.6.2. 3. Papel de la maestra

A lo largo de la sesión, Pepi orienta y organiza el proceso de enseñanza-aprendizaje a través de la estructuración de las tareas según su nivel de dificultad, y siempre partiendo del nivel de razonamiento geométrico según el conocimiento que posee de los alumnos. También ayuda y guía en el proceso, con recursos que permiten compensar las carencias lingüísticas de los alumnos con déficit auditivo (uso de las etiquetas). Dados los comportamientos disruptivos habituales de este grupo de alumnos, la motivación constante de Pepi se asume como una estrategia didáctica para implicarlos en el desarrollo de las tareas. La motivación se ha fomentado a través de la manipulación de diversos recursos (figuras, objetos reales), trabajo en grupo (agrupamiento diferente al habitual) y los refuerzos verbales positivos.

V.3.2.6.2.4. Discusión sobre la adecuación del diseño al grupo

En general, consideramos que el diseño de la sesión es adecuado para promover el aprendizaje del contenido matemático implicado.

Hay que tener en cuenta que estos alumnos, a pesar de pertenecer a un grupo de 1º de ESO, tienen un nivel de competencia curricular muy bajo, debido, por una parte, a la deficiencia auditiva de un grupo de ellos y, por otra, al retraso de aprendizaje del resto. Su nivel curricular en Matemáticas, en algunos casos, oscila entre el primer ciclo de primaria y el tercero. Debido a esta diversidad, la selección del contenido es un aspecto crucial a la hora del diseño didáctico con el fin de hacer accesible el trabajo a todos los alumnos. Desde esta perspectiva, consideramos que el diseño de esta actividad y el contenido que trabaja implican un nivel de razonamiento geométrico que ha permitido que la mayor parte de los alumnos fueran capaces de realizar las actividades propuestas.

El modo en que las actividades se han secuenciado ha propiciado una adecuada comprensión de los conceptos, puesto que ha respetado el proceso que estos alumnos han de seguir para la adquisición de los conceptos geométricos. El acercamiento al concepto de cuerpo geométrico se ha realizado en varias fases: en primer lugar, mediante la manipulación de objetos planos y no planos y la diferenciación de unos y otros. En segundo lugar, asignando el significante lingüístico matemático apropiado en cada lenguaje (verbal y gestual) y, en tercer lugar, identificando la diversidad de formas que existe en el grupo de los cuerpos geométricos mediante la manipulación de figuras, su asociación con objetos de la vida real y viceversa.

La principal crítica tiene que ver con el material entregado a los alumnos. Creemos que una de las causas de las dificultades que los alumnos encontraron para la clasificación inicial de las figuras (segundo episodio) procedía de la gran cantidad de ellas que tenían que manejar, así como de la variedad de formas. Pensamos que, de cara a la puesta en práctica de la misma actividad en el futuro, es un aspecto que la maestra debe tener en cuenta.

V.3.3. FASE 3: DISEÑO DE UNA ACTIVIDAD GEOMÉTRICA TIC PARA PRIMARIA

Para la elaboración de la actividad TIC, se comienza con la lectura de un documento relacionado con actividades de figuras geométricas para alumnado de primaria y se hace un estudio detallado de las actividades. Para ello, todos los componentes del grupo expresan la impresión general sobre las actividades, y posteriormente cada uno propone los posibles cambios que puedan realizarse para adaptar las actividades al uso de las TIC.

Seguidamente, se argumenta que para la realización de esta actividad, a partir del uso de las TIC, servirían de mucha ayuda algunos programas o páginas ya existentes, ya que el fin fundamental que se persigue, es conseguir un aprendizaje completo a través del uso

de este recurso. Lo que se pretendió fue que el diseño de estas actividades ofreciera las siguientes posibilidades entre muchas otras:

1. Que permitiera al alumnado la manipulación, movimiento o giro total de figuras, de una manera muy rápida.
2. Que permitiera que el alumno sea capaz de tomar decisiones, que sean capaces de reflexionar, en fin una cierta autonomía.
3. Que ofreciera distintos itinerarios y distintos heurísticos, para que el alumno pueda elegir.
4. Que ofreciera distintos tipos de ayudas, que haya un registro de las mismas y que los alumnos puedan justificar su elección.
5. Que permitiera algún tipo de autoevaluación durante todo el proceso de realización de la actividad.

Tras el intercambio de opiniones y la reflexión, el grupo comparte la idea de que lo más adecuado sería ocuparse del aspecto didáctico que fuera un experto en informática y en programación el que realice el trabajo, a partir de nuestras indicaciones.

Para realizar las modificaciones pertinentes de la actividad, se comienza por plantear **qué tipos de figuras se van a incluir** en la actividad. Se siguen para ello estos pasos:

- Se enumeran todas:
  - Figura 1, cuadrado.
  - Figura 2, triángulo rectángulo mayor.
  - Figura 3, rectángulo mayor.
  - Figura 4, triángulo equilátero.
  - Figura 5, triángulo rectángulo pequeño.
  - Figura 6, rectángulo pequeño.
  - Figura 7, triángulo rectángulo isósceles.
  - Figura 8, triángulo isósceles.
- Se suprimen, el triángulo equilátero pequeño y el triángulo isósceles pequeño.
- Se establecen las medidas:

1.1 **Mide a**: longitud del lado del cuadrado (1) = longitud del cateto menor del triángulo rectángulo (2) = longitud del rectángulo mayor (3) = longitud del lado del triángulo equilátero (4) = longitud de la hipotenusa y del cateto mayor del triángulo rectángulo menor (5) = longitud de la base del triángulo isósceles (8.

1.2 **Mide 2a**: longitud del cateto mayor del triángulo rectángulo mayor (2) = longitud del lado mayor del rectángulo mayor (3) = longitud lado mayor que el rectángulo (6) = longitud de los lados iguales del triángulo isósceles (8.

1.3 **Mide a/ 3**: longitud del lado menor del rectángulo (6.

1.4 **Mide a/2**: longitud del cateto menor del triángulo rectángulo pequeño (5.

1.5 **Mide a raíz de 5**: longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo mayor (2.

- Se cree conveniente modificar la posición de algunas de las figuras, para que no sean siempre posiciones convencionales.

En cuanto al ***análisis de la actividad 1***, se llega a la conclusión de que lo más adecuado sería presentar ocho sacos u ocho cajas, de los cuales se extraen los distintos tipos de figuras. Por ejemplo, el saco 1 contenía varios cuadrados iguales al modelo dado.

El **apartado a** de esta actividad se modificaría y se dividirá en dos, en el primero formarán cuadrados con dos figuras de los sacos, ya sea del mismo saco o de distinto saco, y en el segundo apartado, formarán rectángulos cumpliendo la condición ya dada anteriormente.

Estos dos apartados se reflejarán en una tabla, es decir, el niño realizará los cuadrados y rectángulos y los arrastrará a la tabla. Se pretende con esto, que los alumnos puedan comprobar que figuras han podido realizar y cuáles no. Tener un lugar, en el cual realizarán el trabajo y otro donde pondrán los resultados y las características de cada figura (tipo de ángulos, número de lados, tipos de figuras,)

(*) Surgen muchas ideas, pero no se llega a un acuerdo en cuanto a las características que nos interesan, ni cómo se mostrarán a los alumnos, debido a que se plantea el problema de nuestro desconocimiento acerca de las TIC, es decir, de lo que puede o no realizarse con el programa informático y se acuerda que cada miembro del grupo realice la actividad, para poder conocer y observar las distintas posibilidades que pueden surgir.

En cuanto al ***análisis de la actividad 2***, unos comentan que la trama puede limitar, otros afirman que la trama tiene la ventaja de inducir a unir puntos. Otros piensan que lo más acertado sería dar el cuadro dibujado en la trama, ya que esta actividad puede suscitar ciertos problemas entre los alumnos, en cuanto a las habilidades en el manejo del ratón.

Teniendo en cuenta todas estas posibilidades y la confusión que causa medir la longitud del lado del cuadrado, finalmente nos decantamos por utilizar la trama y dibujar dos cuadrados distintos, uno de longitud de lado 4 y otro de longitud de lado 5 (longitud par e impar), para que los alumnos realicen distintas divisiones, y haya opción de que salgan en el ejercicio figuras no convencionales. Posteriormente cada componente del grupo realiza la actividad para comprobar las distintas posibilidades que se presentan y se determinan las características que interesa que los alumnos estudien en cada figura.

A partir de las distintas propuestas que surgen tras la realización individual de la actividad, se llevan a cabo nuevas modificaciones en el diseño pedagógico y técnico de la misma con el fin de conseguir la correcta realización de éstas a través del uso de las

TIC y se considera que lo primordial es conseguir que los alumnos no lleguen sólo a las conclusiones de la actividad, sino que la actividad vaya mucho más allá y que éstos conozcan que también hay otras posibilidades. Además se intentará dejar abierta la investigación para que los niños puedan intuir que hay mucho más.

Finalmente, acordamos llamarla "De 3 a 4 lados ¡A ver cómo te las compones!" y después de varias revisiones queda modificada como se presenta en el anexo IV (archivo adjunto a la memoria).

V.3.4. FASE 4: EDICIÓN DE RESULTADOS Y PREPARACIÓN PARA SU DIFUSIÓN.

V.3.4.1. II Jornadas de la Investigación/Innovación educativa en Didácticas específicas a la actividad empresarial (Universidad de Huelva).

El grupo recibió una invitación para participar como ponentes en estas Jornadas organizadas por los responsables del máster oficial interuniversitario (Universidades de Huelva, Extremadura e Internacional de Andalucía) "Investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias experimentales, sociales y matemáticas" (dentro del programa Universidad-Empresa) y dirigidas a los alumnos de dicho máster. Todo el grupo participó en su elaboración y, aunque todos estuvimos presentes y participamos en el turno de preguntas, se optó por que fuera presentada por tres miembros del grupo.

La comunicación se llevó a cabo el 23 de abril de 2008 bajo el título: "*Un entorno colaborativo como contexto de desarrollo profesional del Maestro de Primaria*".

El hecho de que en el título se mencione únicamente al Maestro de Primaria se debe a sus orígenes ya que, actualmente, el grupo se ha ampliado con Estudiantes para Maestro, Maestras de Infantil y Profesores de Secundaria, además de los Investigadores-Formadores e Investigadores en Didáctica de las Matemáticas que han formado parte del grupo desde sus inicios.

Nuestros objetivos fueron tres:

1. Exponer la experiencia desarrollada durante 5 años en un trabajo llevado a cabo por un grupo de maestras de Primaria y formadores-investigadores del área de Didáctica de la Matemática.
2. Intentar hacer transparente cómo ha funcionado dicho grupo, en qué ha consistido su trabajo y qué ventajas y problemas le encontramos.
3. Compartir con los asistentes lo que nos ha aportado esta experiencia para nuestra formación y reflexionar sobre lo que puede aportar a otros profesionales de la enseñanza.

La sesión se estructuró en tres partes:

1. Origen y evolución del PIC.

- ¿Qué es el PIC? Características de nuestro trabajo colaborativo:

- PIC: Proyecto de Investigación Colaborativa.
- Nos reunimos una vez cada 15 días, en sesiones de 3 horas cada una.
- La heterogeneidad del grupo le confiere su riqueza. Formado por profesionales de la enseñanza de diversos niveles educativos (desde estudiantes para Maestros, Educación Infantil a Universidad). Su composición ha cambiado a lo largo de los años.
- Es una empresa colaborativa: Existen roles e intereses diferenciados, pero objetivos y planes de acciones comunes.

❖ Evolución histórica de nuestro trabajo desde el curso 1999/2000

- Componentes
- Focos de interés
- Actividades desarrolladas

2. Utilización del vídeo como instrumento de trabajo del grupo.

❖ Análisis de vídeos en entornos colaborativos:

- Habitual en el grupo la utilización de la grabación, visionado y análisis de vídeos.
- Observación no participante de todos los miembros a una sesión en el aula real y vídeo-grabación (foco: la profesora).
- Se realiza un primer análisis conjunto en una sesión del grupo (cercana temporalmente) con comentarios de carácter general y división de dicha sesión en EPISODIOS.
- Posteriormente se realiza un análisis individual con los instrumentos:
  - Instrumento METE (focos: matemático, Contexto matemático, Tipo de aprendizaje inducido, didáctico).
  - Instrumento gestión de la participación (foco: cómo promueve el profesor la participación de los alumnos).
- Se finaliza con un análisis y discusión conjunta para lograr consenso en las conclusiones.

❖ Análisis de vídeos en entornos colaborativos. Ejemplificación:

- Como ejemplo del trabajo realizado en el grupo, se proyectó un vídeo de una de las sesiones grabadas, centrándonos en el análisis del Episodio 1:
  - Resumen de la sesión
  - Actividades de la sesión
  - Descripción del Episodio 1
  - Instrumentos de análisis

- Análisis de la sesión desde la perspectiva de la Gestión de la Participación.

3. Reflexión sobre la experiencia. Exponemos algunas de las conclusiones:

❖ ¿Qué consideramos haber conseguido con el trabajo realizado?

- Importancia de la formación permanente. El proceso de desarrollo profesional es absolutamente dinámico y continuo, no está nunca acabado.
- El análisis y la reflexión que realizamos nos permite mejorar el conocimiento del trabajo en el aula en el área de matemáticas.
- La importancia del papel de la maestra durante el proceso de enseñanza aprendizaje de los alumnos: ella tiene que reorientar y dinamizar constantemente dicho proceso, para lo cual debe estar capacitada.
- Asimismo, somos conscientes de la evolución de nuestras concepciones sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, así como de la mejora de nuestro conocimiento matemático y didáctico del contenido matemático.
- Participación en un grupo con un clima abierto, cooperativo y de confianza y respeto mutuo, donde las decisiones se toman con un alto grado de consenso.
- El trabajo realizado ha supuesto un enriquecimiento tanto profesional como personal muy satisfactorio para todas las personas que hemos participado, manifestado en repetidas ocasiones.

❖ Obstáculos encontrados.

- No se nos han planteado grandes dificultades, excepto las derivadas del tiempo de dedicación.

❖ ¿Qué puede ser útil de esta experiencia para otros maestros?

- Es una forma de trabajar distintas, y bastante desconocida, a las habituales ofertas formativas. El conocimiento de nuestra experiencia puede favorecer la creación de otros grupos de trabajo en entornos colaborativos.

❖ ¿Qué nos parece clave en un proceso de formación de estas características?

- La formación factor fundamental para el desarrollo profesional.
- En un entorno colaborativo, cada miembro del grupo tiene su propio objetivo al combinar diversidad de intereses; es más fácil encontrar puntos de encuentro en grupos de formación homogéneos. Pero precisamente en esa diversidad está la riqueza

de este proceso de formación ya que nos permite aprender más con las distintas aportaciones que se producen.

- El análisis y la reflexión de nuestra propia actuación sobre nosotros mismos y sobre otros compañeros nos lleva a un mayor grado de coherencia entre nuestras concepciones y nuestra práctica.
- Integración de las variables (Desarrollo Profesional, Investigación educativa y Enseñanza Aprendizaje), que hemos querido considerar fundamentales en nuestra práctica docente.

El grupo ha realizado una reflexión, a posteriori, sobre su participación en estas Jornadas. Su valoración ha sido muy positiva, no sólo porque nos ha permitido comunicar a otros profesionales de la enseñanza nuestro trabajo en el grupo, sino también por haber sabido poner de manifiesto el entusiasmo con el que lo abordamos, como se deduce del interés manifestado por los asistentes y de las intervenciones que se produjeron a lo largo y a la finalización de la exposición.

V.3.4.2. XII Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas

Nuestra participación en estas Jornadas se produjo con la comunicación: ***"El análisis de actividades matemáticas en entornos colaborativos de formación continua".***

Remitimos a la referencia de la publicación: Casatejada J., Diez A., Hidalgo M.J., Jiménez I., Pérez R., González, A., Sosa L., Carrillo J., Climent, N. y Muñoz-Catalán M.C. (En prensa). El análisis de actividades matemáticas en entornos colaborativos de formación continua. *XII Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, Sevilla, España.

V.3.4.3. I Jornadas andaluzas de investigación e innovación educativa

"Un entorno colaborativo como contexto de desarrollo del profesor respecto de la enseñanza de la matemática". Granada, 2008.

Una de las actividades básicas que definen nuestra metodología de trabajo, y en la que centramos esta comunicación, es el análisis de sesiones de clase de las profesoras del grupo. La sesión de clase es observada en vivo (como observadores no participantes) por el resto de los miembros del grupo, videograbada y analizada posteriormente de modo colaborativo. Hemos diseñado instrumentos para el análisis. La sesión se analiza primero individualmente por cada miembro del grupo y después conjuntamente por todo el grupo. Del análisis extraemos episodios (fragmentos de la lección) de buena práctica, justificando por qué se caracterizan (en función de las dimensiones de análisis consideradas). Con los fragmentos seleccionados y su análisis, confeccionamos CDs que usamos en la formación inicial y permanente del profesorado y proponemos como elementos de reflexión para el profesor respecto de la enseñanza de la matemática. En la

línea de dicha reflexión, creemos que tanto el material como la experiencia son útiles para otros profesores.

Nuestra comunicación en el congreso tuvo dos partes: la presentación del propio entorno colaborativo y cómo se organiza, como modelo de desarrollo profesional del profesor, y el análisis de nuestra práctica como uno de los modos de profundizar en nuestra caracterización de buena práctica en el aula de matemáticas.

En lo que se refiere al análisis de los vídeos de nuestra práctica, explicamos el proceso de análisis, los instrumentos y su generación, y ejemplificamos con uno de los vídeos analizados. Se trataba de una sesión de 4º de Primaria que aborda el paso del plano al espacio y viceversa, y que reúne aspectos en el tratamiento del tema que nos parecen poco habituales en las aulas de Primaria, como son el razonamiento espacial (entendido como la capacidad de imaginarse las figuras, analizar sus partes y moverlas a partir de dicha imagen) y la comparación crítica de estrategias de recuento (asociado, además, a cuerpos geométricos, lo cual no es una asociación habitual). Describimos brevemente los episodios de la sesión, incidiendo especialmente en aquellos en los que se centró nuestro análisis. Se mostraron los resultados de nuestro análisis sólo desde el foco de la gestión de la participación de los alumnos, aspecto que nos parece especialmente novedoso. Con estos resultados tratamos de mostrar cómo se utilizan los instrumentos de análisis, qué tipo de resultados extraemos y cómo nos aportan indicadores sobre buena práctica en el aula de matemática. Además, pretendimos ejemplificar cómo el propio proceso de análisis incide en la mejora de los instrumentos usados.

En cuanto al modelo colaborativo, presentamos qué nos aporta respecto de nuestro desarrollo y la investigación sobre él, los aspectos que consideramos claves y qué obstáculos encontramos, y en qué medida creemos que puede ser útil para otros profesores.

V.3.4.4. Otras actividades

A continuación, presentamos un breve resumen realizado sobre la participación en las actividades señaladas en V.3.4.2 y V.3.4.3. (en las que, además de las presentación de nuestro trabajo, hemos asistido a la presentación de otras experiencias).

Asimismo, distintos miembros del proyecto han asistido a congresos nacionales e internacionales, con carácter formativo. Algunos de ellos han sido financiados o cofinanciados por medios externos a este proyecto de investigación. Hemos de destacar la asistencia de 4 de los miembros de este proyecto al Congreso anual de la SEIEM Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática) celebrado en Badajoz en septiembre de 2008.

Breve reseña de la asistencia de cuatro miembros del grupo: "*XXI Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: la actividad matemática en el aula del siglo XXI*", celebrado en Sevilla del 10 al 13 de octubre de 2008.

Al plantearnos en el grupo la conveniencia de asistir y participar algunos miembros en el XII Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, lo hicimos con un doble objetivo. En primer lugar, nos parecía importante el contacto e intercambio de experiencias con profesionales de las matemáticas teniendo en cuenta que muchos de ellos trabajan aspectos que están incluidos en nuestro propio trabajo, como la resolución de problemas o las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Por ello, nos pareció interesante aportar nuestra propia experiencia presentando la comunicación: "El análisis de actividades matemáticas en entornos colaborativos de formación continua". En segundo lugar, dada la importancia que para nosotros tiene la formación continua, la asistencia a una actividad formativa nos ha permitido a los asistentes, e indirectamente al resto de miembros del grupo, mejorar nuestra formación a nivel individual.

El Congreso estaba estructurado en: Conferencias, ponencias, comunicaciones, talleres y debates. Además, se incluían exposiciones abiertas al público durante todo el congreso en el mismo horario.

Las Conferencias han sido tres:

1. *Las Matemáticas y la realidad: ¿unidas por siete puentes?* (Juan Valdés, Universidad de Sevilla).

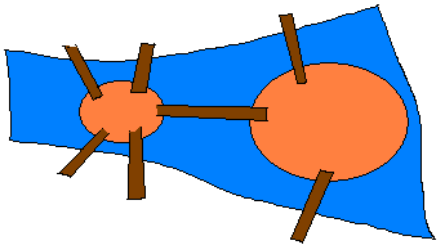
En esta conferencia, el autor utiliza el problema de "los puentes de Königsberg" como hilo conductor para responder a tres objetivos:

a. Dar respuesta a ¿para qué sirven las Matemáticas?

b. Proporcionar al profesorado de ESO y Secundaria información sobre la Teoría de Grafos como herramienta para responder a las cuestiones planteadas a lo largo de la ponencia.

c. Explicar en qué consiste el trabajo matemático.

En la ciudad de Königsberg, la actual Kaliningrado, poseía 7 puentes sobre el río Pregel, que conectaban las dos islas y las dos orillas de la manera que a continuación se presenta:



El problema está planteado de la siguiente manera: "¿Es posible recorrer todas las zonas de la ciudad, atravesando todos los puentes una y sólo una vez cada uno de ellos?". Fue Leonhard Euler quien resolvió este problema en el siglo XVIII, desarrollando la teoría de grafos, llegando a la solución de que es imposible.

El ponente nos ofreció breves pinceladas sobre la teoría de grafos y cómo se utiliza en la actualidad en las líneas de Metro, en la red de carreteras, en los sistemas eléctricos o

para representar las constelaciones, entre otros ejemplos, destacando así la relevancia para ser tratado como contenido para la Educación Secundaria.

A su vez, el problema sirvió para explicar cómo partiendo de un problema real se construye un modelo matemático que permite trabajar el problema de forma más simplificada, y una vez resuelto éste se aplica al mundo real.

2. *Materiales manipulables y Educación Matemática* (M. Antònia Canals i Tolosa, Universitat de Girona)

En esta ponencia, M. Antònia se centró en el papel que poseen los materiales manipulativos para el aprendizaje matemático significativo y conceptual, destacando la importancia de la elaboración de materiales por el propio profesor. Le atribuyó las siguientes propiedades:

- El material es sólo para experimentar, es decir, para comenzar el acercamiento a un concepto concreto. Es un punto de partida y un paso a la manipulación mental.
- Es un medio para el aprendizaje, y por tanto, no lo asegura. Lo importante no es el medio en sí mismo, sino el modo en que el profesor provoca el aprendizaje, acoge las respuestas de los alumnos y promueve que el alumno se exprese.

Todas estas características se entienden cuando el aprendizaje matemático se concibe de la siguiente manera: "*Aprender consiste en crear significado personal de un conocimiento cultural o científico existente*".

En esta ponencia, M. Antònia nos mostró una gran cantidad de materiales elaborados por ella y nos explicó cómo los utiliza para trabajar la noción de cantidad, los conceptos de suma y de fracciones y sus operaciones.

3. *La Matemática aplicada al análisis de la música flamenca* (José Miguel Díaz Báñez, Universidad de Sevilla y, a la guitarra, Francisco J. Escobar)

En la primera parte de la conferencia se presentan una selección de problemas de matemáticas que surgen cuando se realiza un análisis riguroso de los aspectos musicales del flamenco haciendo uso de herramientas informáticas y tecnológicas. Es un estudio sistemático de las formas rítmicas y melódicas de los cantes flamencos que permite "codificarlo" y, de este modo, extraer información sobre el origen, evolución y clasificación de los estilos que componen esta música tan peculiar.

La segunda parte de la conferencia consistió en una actuación de guitarra, cante y palmas.

Los principales temas tratados en las ponencias, comunicaciones, talleres y debates fueron:

- El juego.
- Materiales y recursos.
- TIC.
- Nuevo currículo.
- Competencias básicas.
- La diversidad en el aula de matemáticas.

Ha sido un congreso interesante en el que se han compartido experiencias con otros profesionales de las matemáticas y se han proporcionaron una gran cantidad de recursos y materiales para usar en la clase de matemáticas.

Teniendo en cuenta la diversidad de nuestro grupo, la repercusión que a nivel individual ha tenido el Congreso ha sido muy variada, y la asistencia a las distintas ponencias, debates o talleres se ha realizado en función de los intereses de cada uno de nosotros, lo que has permitido obtener una visión más global del mismo. Esta repercusión individual, sin duda, va a redundar de forma positiva en el trabajo que realizamos dentro del grupo.

***"I Jornadas andaluzas de investigación e innovación educativa"*, celebradas los días 29 y 30 de Octubre de 2008 en Granada.**

Nuestro grupo presentó una comunicación titulada: "**Un entorno colaborativo como contexto de desarrollo del profesor respecto de la enseñanza de la matemática"**.

Esta comunicación fue seleccionada para participar en la Feria de Experiencias con un póster, y para intervenir en el Panel I de la Mesa de trabajo: "**La innovación y la investigación en la formación inicial y permanente del profesorado. El desarrollo profesional docente"**

En la Feria de Experiencias, los pósters estaban clasificados por temáticas: Competencias básicas, Nuevas Tecnologías aplicadas al aula, Proyectos de lectura y biblioteca, Coeducación, Formación del Profesorado, etc.

Nuestro póster mostraba los puntos más importantes de nuestro grupo y nuestra forma de trabajar: la diversidad de componentes en nuestro modelo de formación permanente, las características del grupo, nuestros objetivos y una experiencia de análisis de vídeos en un caso concreto de una sesión con el instrumento de la gestión de la participación.

Como apoyo digital al póster se llevó un CD sobre La División, que podía ser manipulado por los asistentes para ver uno de los materiales elaborados por nuestro grupo.

En el Panel I de la Mesa, el comité organizador había establecido una dinámica de trabajo que consistía en proponer previamente unas cuestiones que debíamos abordar en

nuestra intervención (de 10 minutos) desde la experiencia de nuestro Proyecto. Además, en este trabajo previo teníamos que preparar unas preguntas para los asistentes a la mesa que servirían para apoyar el debate o sacar conclusiones.

Las cuestiones que nos propusieron para nuestra presentación fueron las siguientes:

- ¿Qué condiciones existen para que la innovación y la investigación se conviertan en atributo propio del quehacer del profesorado?
    - ¿Cómo puede iniciarse en la formación inicial? ¿Qué habría de característico? ¿Qué limitaciones?
    - ¿Cómo pueden mejorarse las condiciones de los centros y del modelo de formación?
- Discusión sobre modelos de formación:
    - Cursos
    - Congresos
    - Grupos de trabajo
    - Formación en centro
    - Entornos colaborativos
    - Desarrollo profesional – formación del profesorado
    - Redes de formación.
- ¿Tiene sentido plantear la formación permanente/inicial a través de grupos colaborativos?

En nuestra intervención intentamos contestar estos interrogantes desde nuestra experiencia.

El debate en la mesa se desarrolló en torno a los siguientes puntos:

1. Profesionalizar la formación. Análisis de los modelos formativos. Asesoramiento colaborativo. Compartir el proceso formativo con los centros. Investigación de la propia formación. Adaptación a los diferentes niveles de desarrollo profesional.
2. Acompañamiento docente. Tutorización del profesorado innovador y más experimentado.
3. Trabajo colaborativo en red: profesorado, alumnado, familias: comunidad de aprendizaje. Crear comunidades de práctica reflexivas. Redes de alumnado y familias. Registro de redes.
4. Integración ineludible de las TIC en el desarrollo docente para la innovación. Alfabetización digital multimodal para el cambio y preparación para la vida. Usabilidad de las herramientas virtuales de desarrollo profesional: Bitácoras, Blogs, plataformas, aulas virtuales, web 2.0.... Evaluación de su aplicación en el

aula. Diseño compartido de materiales para el aula.

5. Aprendizaje profesional interconectado unido al aprendizaje interconectado de los centros. Agrupaciones y hermanamientos escolares desde las aulas, sin fronteras.
6. Incorporar la I+I en el quehacer diario del profesorado. Papel de los Equipos Directivos y ETCP en la integración de la investigación y la innovación en el proyecto educativo
7. Unir innovación-evaluación. Elaboración de instrumentos de análisis adaptados. Sistematicidad en el seguimiento.
8. Ventajas de las TIC: alumnado protagonista del aprendizaje, mejora de la acción tutorial, la convivencia, la atención a la diversidad, los rendimientos y la adquisición de competencias
9. Cambios en las tareas y en las programaciones. Nueva pedagogía basada en la comunicación y en el compartir.
10. Apoyo institucional a la I+I. Valoración del conocimiento que se genera.

De modo global nuestra mesa presentó las siguientes conclusiones y aportaciones:

- Se destaca la actitud favorable del profesorado a continuar implicándose en proyectos de innovación e investigación. En este sentido, es necesario promover espacios que den cabida a proyectos del profesorado, incluso más allá de los proyectos institucionales. La promoción de estos espacios y de jornadas de intercambio y difusión de experiencias en las que se favorezca la reflexión conjunta, se consideran instrumentos adecuados para el sostenimiento del desarrollo profesional.
- Bajo la concepción de la formación inicial y la formación permanente como un continuo, se demanda la promoción de grupos y proyectos colaborativos en los que se puedan integrar distintos niveles – Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria, Formación Profesional, Educación Permanente, Centros del Profesorado, Universidades, estudiantes...-. En particular, se señala la enorme disponibilidad a abrir el aula a otros compañeros y compañeras dentro de procesos de formación vinculados a la práctica.
- Se apoya la necesidad de integrar la innovación y la investigación mediante entornos colaborativos de aprendizaje profesional, presenciales y virtuales. Dentro de los entornos colaborativos se han expuesto las potencialidades del trabajo en red para el aprendizaje del alumnado y para una mayor capacitación profesional mediante el uso de múltiples herramientas, así como para romper la soledad del profesorado innovador e investigador.
- Como descriptores o constantes del debate, han emergido la comunicación entre el profesorado y toda la comunidad educativa, la interactividad, la ilusión por compartir las experiencias y el conocimiento, la apertura y valoración del trabajo

de las compañeras y compañeros y de otros profesionales, la reflexión individual y conjunta. Todo ello teniendo como telón de fondo **el compromiso con el desarrollo profesional**, un proceso continuo de aprendizaje y mejora como profesional reflexivo y crítico de su práctica.

Además de compartir estas conclusiones, la participación en estas Jornadas ha hecho reflexionar a nuestro grupo sobre la importancia de dar a conocer nuestro trabajo y de establecer relaciones con otros grupos para compartir experiencias.

VI. RESULTADOS OBTENIDOS Y MATERIAL ELABORADO

Hemos considerado como pilares en el trabajo del proyecto, por un lado, el desarrollo profesional del profesor mediante la reflexión, la práctica y el apoyo teórico; y, por otro, el aprendizaje compartido con otros compañeros. Los valores de los miembros participantes en el proyecto, los objetivos comunes y el trabajo compartido son los rasgos que han caracterizado nuestro trabajo. Pensamos que los procesos de investigación que hemos desarrollado están en consonancia con nuestra concepción del desarrollo profesional, al conceder un lugar privilegiado a los procesos de reflexión individual y grupal como promotor y apoyo del proceso. Pasamos ahora a detallar lo realizado en cada uno de los resultados pretendidos.

***Mejora de nuestra práctica educativa e incremento de nuestro conocimiento profesional a través del análisis de la práctica propia y la de otros, la detección de elementos que pueden ser mejorados y el trabajo conjunto y personal para lograrlo*.**

Se han realizado el análisis de dos prácticas: Diseño de una unidad sobre polígonos partiendo de los cuerpos geométricos para 4º de Primaria y Diseño de una actividad adaptada a niños con necesidades educativas especiales de 2º de ESO (nivel cognitivo de Educación Primaria).

El análisis de las prácticas diseñadas en el grupo ha supuesto la forma idónea de ampliación de nuestro conocimiento profesional. La propia dinámica adoptada por el grupo en la elaboración de los diseños en la que se contemplaba un constante “ir y venir” de la práctica a la teoría, ha supuesto un enriquecimiento de ambas recíproco y constante en las dimensiones consideradas en el análisis (buena práctica, resolución de problemas, gestión de la participación, papel de la maestra y adecuación del diseño de actividades al grupo de alumnos). Estos son algunos de los aspectos relevantes de las reflexiones realizadas en el análisis de las prácticas. Valoramos positivamente estas conclusiones porque se constituyen en un conocimiento profesional elaborado por el grupo, procedente de nuestra propia práctica.

- Con carácter general, todos estábamos de acuerdo en que es fundamental la labor del profesor para crear un clima de trabajo adecuado en el aula.

Muchos de los aspectos que a continuación se indican afectan a la creación de este buen clima por parte del profesor.

- El profesor debe trabajar, a lo largo de la unidad o de la sesión, teniendo en cuenta los distintos niveles de comunicación con los alumnos: afectivo; conocimiento; conocer y aprovechar, en su caso, al alumno que participa y al que no, etc., al objeto de mejorar su autoestima.
- En la clases observadas, se considera una buena práctica la valoración positiva que la maestra realiza de las intervenciones de los alumnos; el facilitar su participación responsabilizarlos de su propio aprendizaje y potenciar el reconocimiento de sus propios compañeros.
- Es importante que el profesor sepa conjugar la paciencia que permita a cada alumno expresarse y aprender según su propio ritmo de aprendizaje con la habilidad de entusiasmarlos en la tarea que se emprende.
- Un profesor efectivo debe saber interpretar lo que está ocurriendo en el aula, procesando la información y ser capaz de introducir cambios en función de las necesidades detectadas.
- Es necesario que el profesor tenga unos objetivos claros de la materia o la unidad de modo que los contenidos que se impartan estén en función de ellos lo que llevará al alumno a un aprendizaje significativo de los mismos.
- Referido a los profesores, “ellos creen que sus estudiantes son capaces de aprender” es una actitud que todo el profesorado debería tener, ya que sus expectativas, tanto positivas como negativas, influyen, en gran manera en el aprendizaje de sus alumnos.
- Consideramos importante los signos de la participación, y la trayectoria de participación, es decir, las acciones que ha realizado el profesor para que se den esos signos.
- Se plantea la necesidad de un trabajo previo por parte del profesor para que los alumnos adquieran la habilidad que les posibilite el trabajo en pareja o en pequeño grupo. Una buena práctica para enseñarles y potenciar ese trabajo sería el hacer reflexionar a los alumnos sobre los aspectos positivos que han encontrado cuando el trabajo lo han realizado de esta manera.
- El darle importancia a la comprensión de una actividad desde el principio, transciende lo que es la propia actividad, es decir, los niños sienten que la actividad planteada es para que ellos la hagan, se sienten considerados cuando hay esa insistencia por parte de la maestra en que quede comprendida. Esa insistencia no incide solamente en la resolución del problema sino también en la consideración que tienen los niños de para qué son las actividades que se realizan en el aula.

- El trabajar la comprensión debe ir unido a trabajar la responsabilidad del propio alumno, en el sentido de que él también debe sentirse responsable de comprender la actividad planteada.
- Se plantea la gestión de la participación a través de la resolución de problemas con el alumnado de necesidades educativas especiales. ¿Es posible plantear las actividades de modo que estos alumnos puedan participar en la clase? Se está de acuerdo en el grupo en que esto es posible cuando el problema es de retraso de aprendizaje, pero se considera complicado en el caso de alumnos con necesidades educativas especiales asociadas a discapacidad psíquica.
- Se valora positivamente por parte de todos cómo la reflexión que realizamos en el grupo nos va influyendo en nuestras concepciones, ideas y prácticas.

Actividad TIC para una clase de matemáticas de 4º de Educación Primaria (según nuestra concepción de la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas): diseño, puesta en práctica y resultados del análisis de la práctica. Actividad definitiva (con las correspondientes propuestas de mejora).

Una manera viable de avanzar en nuestros conocimientos sobre programas informáticos para la elaboración de actividades TIC ha sido el análisis de software y recibir formación en herramientas TIC, para poder abordar el diseño de la actividad programada. En este sentido hemos llevado a cabo las siguientes sesiones formativas y actuaciones del grupo:

*Sesión de asesoramiento en el diseño de actividades TIC:

El profesor de Enseñanza Secundaria del IES *Guadiana* de Ayamonte y coordinador TIC de su centro D. Mario Gil, imparte una sesión sobre "*Herramientas TIC para hacer las matemáticas interactivas*".

Como actividad práctica creamos un proyecto con Jclic Author durante la sesión, con diferentes actividades.

*Práctica del grupo con Jclic Author:

Para practicar lo aprendido de Jclic Author, dedicamos una sesión a hacer algunas modificaciones de actividades que hay en la red sobre Geometría. Estas actividades formarán parte de la unidad didáctica de Polígonos para 4º de Educación Primaria que estamos diseñando para llevar a la práctica en el aula.

Partiendo de una actividad TIC ya elaborada sobre cuerpos geométricos, del C.P. San Miguel de Mora de Rubielos (Teruel) para Primaria, analizamos cada uno de los apartados de la actividad, y nos propusimos modificarla en función de las finalidades

que queríamos conseguir con dicha actividad, las necesidades que presentaba nuestro alumnado y la previsión de posibles errores que pudiera inducir.

Se sugirieron las siguientes modificaciones:

- Que se aceptara como lado la base de cualquier polígono.
- Eliminar algunas diapositivas referentes a cubos que pudieran crear confusión.
- Eliminar una de las dos vías iniciales que ofrecía para poder optar, referente a la circunferencia y el círculo.

*Participación de un miembro del grupo en una actividad de formación en herramientas TIC:

El curso se denominaba *"Creación de recursos didácticos innovadores con JClic y HotPotatoes"* de THALES de 60 horas, cuya modalidad era a distancia.

Los contenidos que fueron abordados durante el transcurso del mismo giraban en torno al funcionamiento de las dos herramientas nombradas en su título.

Con todo, hemos abordado ya, en este 2º año del proyecto, el diseño de la actividad en formato digital. En ella, hemos seleccionado un contenido relacionado con la unidad de polígonos diseñada, la propuesta de trabajo se concreta en el estudio de algunas condiciones para formar ciertas figuras planas para 4º de Primaria que hemos titulado "DE 3 A 4 LADOS ¡A VER CÓMO TE LAS COMPONES!". El montaje de la estructura del diseño, acotar el contenido que se iba a trabajar, concretar y adaptar las actividades al nivel y al formato y, finalmente, la revisión didáctica del montaje técnico, nos ha llevado gran parte del tiempo disponible y como consecuencia de ello no ha sido posible su puesta en práctica dentro de este proyecto.

Ampliación de nuestro marco teórico respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en Primaria (especialmente en relación con nuestros focos de interés – resolución de problemas, gestión de la participación, buena práctica, uso de las TIC y de material manipulativo).

En nuestro proyecto, nos planteamos la posibilidad de generar una teoría local mediante la reflexión y recapitulación sobre el significado de participar en el aula de matemáticas, el papel de la resolución de problemas, las TIC y lo que es una buena práctica por parte del profesor. Para ello, además era necesario el replanteamiento de la adecuación de los instrumentos de análisis y los referentes teóricos que permitiera el correspondiente enriquecimiento de dichos instrumentos.

Para conseguir este objetivo hemos diversificado nuestra actividad en tres vías:

- La lectura de documentos.
- La discusión y reflexión en común sobre temas concretos.
- La indagación continua sobre la propia práctica.

Han sido tres los artículos que hemos trabajado fundamentalmente. El primero de ellos aborda el tema de la gestión de la participación del alumno por parte del maestro. El segundo discute el uso de las nuevas tecnologías. Y el tercero enfrenta la calidad de la educación. La elección de estos artículos está motivada por ser la gestión uno de los temas centrales del proyecto, como sucede con las nuevas tecnologías y la noción de buena práctica; ésta, aunque puede ser definida desde múltiples perspectivas, siempre ha de guardar relación con la idea de educación de calidad.

- La gestión de la participación de los alumnos en las tareas matemáticas es vista en el artículo como un asunto central en su implicación social y cognitiva en el aprendizaje matemático. Se discuten los tipos de procesos de responsabilización, comunicación y validación en el aprendizaje.
- El uso de las nuevas tecnologías aparece como algo neutral, sin concederle el artículo un calificativo de bondad o maldad de por sí. Por el contrario, el artículo insiste en la necesidad de una planificación cuidadosa de las actividades en el ordenador, así como evitar el abuso del mismo: no es la panacea metodológica.
- El tercer artículo nos presenta diez factores en relación con la calidad de la educación, aportando datos comparativos entre países y teniendo muy presente el Informe PISA desde una perspectiva crítica.

Las discusiones y reflexiones han permitido al grupo adquirir un lenguaje común, contemplando acuerdos y dando cabida a las discrepancias.

Destacamos las reflexiones y conclusiones obtenidas tras el planteamiento del "Cuestionario de concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática" que son las que siguen.

- El maestro no puede actuar como mero instructor, debe actuar como guía, ser motivador, concienciar al alumno de su responsabilidad en el aprendizaje y del respeto a las opiniones de los demás. Para todo ello, es importante, dentro del conocimiento profesional del maestro, su conocimiento matemático y didáctico del contenido.
- Respecto del aprendizaje profundo, se concluye que, a pesar de la ambigüedad del término, está relacionado con el aprendizaje significativo y, desde el punto de vista de la enseñanza, con el uso de diferentes metodologías y recursos.
- Para que se dé aprendizaje profundo es necesario que todos los implicados en el acto de aprender sepan y asuman su papel en el sentido de que, ante una situación planteada, no sea sólo el maestro el que exponga sus ideas y valide el conocimiento, sino que el alumno aporte ideas, justifique sus respuestas, escuche las ideas de los demás, exista un consenso, una puesta en común, etc. De esta manera el alumno aprende de forma responsable ya que ha sido partícipe de lo que se ha aprendido.

- Para que haya aprendizaje profundo deben trabajarse los contenidos dentro de redes conceptuales, lo que se favorece a través de una metodología de resolución de problemas.

Revisión y mejora de los instrumentos disponibles (usados en proyectos anteriores) para el análisis de la práctica según nuestros focos de interés.

Ya en nuestra memoria de progreso recogemos como avances importantes el desarrollo de los dos instrumentos de análisis de la práctica: una adaptación del instrumento del proyecto europeo METE y otro para el análisis de la gestión de la participación del alumno en el aula.

Este último instrumento ha sido elaborado por el grupo y modificado durante el análisis de la puesta en práctica de la unidad de polígonos. Teniendo en cuenta las dificultades que se nos plantearon al realizar el análisis con las dimensiones consideradas inicialmente, introdujimos las modificaciones pertinentes que nos permitieran la identificación clara de buenas prácticas en la gestión de la participación por parte del profesor.

Ambos instrumentos se adjuntan como Anexo I: gestión de la participación AnexoII: instrumento METE.

Edición digital de episodios de buena práctica (relativas a las sesiones analizadas) y su análisis correspondiente.

El análisis correspondiente a las prácticas de la unidad diseñada para 4º de Primaria y de la unidad didáctica adaptada para primer ciclo de ESO (nivel cognitivo de Educación Primaria) se ha realizado. Se puede acceder a su diseño digital en la dirección: http://www.uhu.es/jose.carrillo/pic/

El contenido de este análisis queda recogido en el siguiente esquema:

1. **Descripción del contexto**

   Descripción del centro

   Descripción del grupo de alumnos

   Características de la maestra

2. **Programación de la unidad didáctica "Del espacio al plano"**

   Marco legal del curriculum

   Contextualización

   Programación de la unidad

3. **Selección de episodios grabados en vídeo**
4. **Análisis del vídeo**

   Descripción de las actividades trabajadas en la sesión

   Transcripción resumida de la sesión por episodios

   Análisis de episodios de buena práctica

   Justificación de los episodios seleccionados para el análisis

   Análisis con el instrumento METE

   Análisis desde la perspectiva de la gestión de la participación

   Análisis global de la sesión

   Análisis desde el punto de vista del contenido matemático

   Análisis desde la perspectiva de la Resolución de Problema

   Papel de la maestra

   Discusión sobre la adecuación del diseño al grupo

Informes sobre el análisis de software educativo y actividades TIC para la enseñanza de la matemática en Educación Primaria.

Se ha analizado dos softwares de actividades matemáticas según las categorías que se recogen en un instrumento elaborado por el grupo en cursos anteriores. Las actividades, dirigidas al alumnado de Educación Primaria, han sido: "Juega con las matemáticas" y "El conejo matemático"

El análisis realizado, organizado en la plantilla diseñada para tal fin, se presenta en el ANEXO V.

Entre los resultados esperados consideramos que algunos pueden tener un carácter más interno (nuestra propia mejora profesional) y otros pueden resultar, además, una aportación para el trabajo de otros docentes y nuestra labor futura. En ese sentido, los materiales elaborados y los instrumentos de análisis que se han desarrollado pueden servir para la discusión y el análisis de la práctica de otros profesores y profesionales de la enseñanza.

Instrumentos o materiales elaborados

<u>Realizados durante el curso 06-07</u>[6]

1. Informe sobre la gestión de la participación

[6] Presentados en la Memoria de Progreso.

2. Cuestionario de concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática
3. Presentación de la historia del PIC
4. Actividades Jclic adaptadas
5. Diseño de la unidad didáctica en polígonos para 4º de Primaria.
6. Análisis de la unidad didáctica para 4º de Primaria.
7. Prediseño de la unidad para alumnos con NEE.

Realizados durante el curso 07-08

1. Diseño de una actividad adaptada a niños con necesidades educativas especiales de primer ciclo de ESO (nivel cognitivo de Educación Primaria)
2. Análisis de la unidad didáctica adaptada para primer ciclo de ESO (nivel cognitivo de Educación Primaria).
3. Diseño de actividad TIC para 4º de Educación Primaria: diseño de la estructura y diseño digital al que se accede desde http://www.uhu.es/jose.carrillo/pic/
4. Diseño digital con episodios de buena práctica (relativas a las sesiones analizadas) y su análisis correspondiente.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Armento, B. (1991). Changing Conceptions of Research on the Teaching of Social Studies. En Shaver, J. (Ed) Handbook of Research on Social Studies Teaching and Learning. New York: Macmillan.

Arnal, J. et al. (1992). Investigación Educativa. Fundamentos y metodología. Barcelona: Labor.

Azcárate, P. (1999a). El conocimiento profesional: naturaleza, fuentes, organización y desarrollo Quadrante, 8, 111-138.

Azcárate, P. (1999b). Los ámbitos de investigación profesional (A.I.P.) como organizadores del currículum del profesor. Actas del PROFMAT 99, Conferencia 24, 121-134. Portimao: Portugal.

Ball, D.L. (1989). Research on Teaching Mathematics: Making Subject Matter Knowledge Part of the Equation. En Brophy, J. (Ed.) Advances in Research on Teaching, vol.2. Greenwich: JAI Press.

Ball, D.L. (2000): Bridging practices. Interwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. En *Journal of Teacher Education*, Vol. 51 (3), pp. 241-247).

Blanco, L.J. (1996). Aprender a enseñar matemáticas: tipos de conocimiento. En Jiménez, J.; Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.). El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática, 199-221. Granada: Comares.

Blanco, L.; Mellado, V. y Ruiz, C. (1995). Conocimiento Didáctico del Contenido de Ciencias y Matemáticas y Formación de Profesores Revista de Educación, 307, 427-446.

Boaler, J. (2003). Studying and capturing the complexity of practice: The case of the dance of agency. En N. Pateman, B.J. Dougherty, y J.T. Zilliox (Eds.). Proceedings of the 27th PME International Conference, 1, 3-16.

Boavida, A.M. y Ponte (2002) Investigacao colaborativa: potencialidades e problemas. En GTI (Org.). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM. Pp. 43-55.

Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153.

Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En Biehler, R. et al. (Eds) Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Brown, C.A. y Borko, H. (1992). Becoming a Mathematics Teacher. En Grouws, D.A. (Eds) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, 209-239. New York: Macmillan.

Carl, I.M. (1989). Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The Position of the National Council of Supervisors of Mathematics. *Mathematics Teacher*, 82(6), 470-474.

Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones.* Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

Carrillo, J. (1999). Comentarios e ideas sobre la naturaleza del conocimiento profesional. Documento de trabajo del grupo DESYM. (Sin publicar).

Carrillo, J. (2000). Aportaciones desde la resolución de problemas a la construcción de conocimiento profesional. *Quadrante*, 9(2), 27-54.

Clandinin, D.J. y Connelly, F.M. (1988). Conocimiento práctico personal de los profesores: imagen y unidad narrativa. En Villar, L.M. (Ed.) Conocimiento, creenciasy teorías de los profesores. Alcoy: Marfil.

Climent, N. (2005). El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso. Michigan: Proquest Michigan University (www.proquest.co.uk).

Climent, N. y Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. Una experiencia en Matemáticas con maestras. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(3), 387-404.

Contreras, L.C. (1999). Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

Cooney, T.J. (1994). Research and teacher education: in search of common ground Journal for Research in Mathematics Education, 25(6), 608-636.

Cooney, T. (1998). Conceptualizing the professional development of teachers. Selección de Conferencias del ICME 8, 101-117. Sevilla: España.

Cooney, T.J. y Shealy, B.E. (1997). On understanding the Structure of Teachers'Beliefs and Their Relationship to Change. En Fennema, E. y Nelson, B.S. (Eds.) Mathematics Teachers in Transition. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Cooney, T.J.; Shealy, B. y Arvold, B. (1998). Conceptualizing Belief Structures of Preservice Secondary Mathematics Teachers Journal for Research in Mathematics Education, 29(3), 306-333.

Clark, C. et al. (1996). Collaboration as dialogue: Teachers and researchers engage in conversation and professional development. En *American Educational Research Journal*, 33(1), pp. 193-231.

D'Ambrosio, U. (1979). Metas y objetivos generales de la Educación Matemática. En Steiner, H. and Christiansen, B. (Eds.) *Nuevas tendencias en la enseñanza de la Matemática*, vol.IV, Unesco, París.

Dewey, J. (1933). How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. Boston: D.C. Heath.

Elbaz, F. (1983). Teacher thinking: A study of practical knowledge. London: Croom-Helm.

Eraut, M. (1995). Schön shock: A case for reframing reflection-in-action? Teachers and Teaching: Theory and Practice, 1(1), 9-22.

Pehkonen, E. (ed) (2001). *Problem Solving Around the World*. Turku: University of Turku.

Ernest, P. (1989). The knowledge, belief and attitudes of the mathematics teacher. A model Journal of Education for Teaching, 15(1), 13-33.

Fennema, E. y Franke, M.L. (1992). Teachers' knowledge and Its Impact. En Grouws, D.A. (Eds.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, 147-164. Reston, Virginia: NCTM .

Forman, E.A. (1996). Learning mathematics as participation in classroom practice: implications of sociocultural theory for educational reform. En L. P. Steffe, P.

Nesher, P. Cobb, J. A. Goldin, & B. Greer (eds) *Theories of mathematical learning* (pp. 115-130). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Franke, M.L. et al. (1998). Understanding teachers' self-sustaining, generative change in the context of professional development Teaching and Teacher Education, 14(1), 67-80.

Gil, D. (1991) ¿Qué hemos de saber y saber hacer los profesores de ciencias? (Intento de síntesis de las aportaciones de la investigación didáctica) Enseñanza de las Ciencias, 9(1), 69-77.

Gil, D. (1993) Aportaciones de la investigación en didáctica de las ciencias a la formación y actividad del profesorado Qurriculum, 6-7, 45-66.

Gimeno, J. y Pérez, A.I. (1993). Comprender y transformar la enseñanza. Barcelona: Morata.

Goffre, F. & Oonk, W. (2001): Digitizing real teaching practice for teacher education programmes: the MILE approach, in F.L. Lin & T.J. Cooney (eds): *Making sense of mathematics teacher education,* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 111-146.

Goetz, J.P. y Lecompte, M.D. (1988). Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa. Madrid: Morata.

Gómez-Chacón, I.M. (2002). Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional. En J. Carrillo (ed) *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas*. Huela: Universidad de Huelva Publicaciones.

Gorgorió, N. (2006). Jeopardizing learning opportunities in multicultural mathematical classrooms. Documento inédito.

Green, T. (1971). The activities of teaching. New York: McGraw Hill.

Guevara, F. y Carrillo, J. (2000). Factors of resistance to Change. A Study of Teachers Beliefs. Taller desarrollado en el *CIEAEM51*, celebrado en Chichester (Reino Unido) en julio de 1999. Pp. 323-328.

Hill, H.; Ball, D.L. y Schilling, S.G. (2007). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. Journal for Research in Mathematics Education (in review).

Jaworski, B. (1994). Investigating Mathematics Teaching. A constructivist Enquiry. London: The Falmer Press.

Jaworski, B. (1996). A study of teachers inquiry into the processes of mathematics teaching. Proceedings of the XX PME, vol. 3, 129-136. Valencia: España.

John-Steiner et al (1998). The challenge of studying collaboration, *American Educational Research Journal*, 35(4), pp. 773-783.

Keiny, S. (1994). Teachers' Professional Development as a Process of Conceptual Change. En Carlgren, I; Handal, G. y Vaage, S. (Eds.) Research on teachers' thinking and practice. London: The Falmer Press.

Krainer, K. (1998). Some considerations on problems and perspectives of inservice mathematics teacher education. Selección de Conferencias del ICME 8, 303-321. Sevilla: España.

Krainer, K. (1999). Teacher education and investigations into teacher education: A conference as a learning environment. En Krainer, K.; Goffree, F. y Berger, P. (Eds.) European Research in Mathematics Education I.III. On Research in Mathematics Teacher Education. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik. Osnabrück, Alemania. Cap.1, pp. 13-39.

Krainer, K. (2001). Investigations into practice as a powerful means of promoting (student) teachers' professional growth. En Novotná, J. (Ed.) European Research in Mathematics Education II, vol.1, 269-280.

Kuhs, t. y Ball, D.L. (1986). Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills and disposition (Research Memo). Lansing, MI: Michingan State University, Centre of Teacher Education.

Lave, J. y Wenger, E. (1991). *Situated learning: legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.

Latorre, A.; Del Rincón, D. y Arnal, J. (1997). *Bases metodológicas de la Investigación Educativa*. Barcelona: Hurtado Ediciones.

Leinhardt, G. y Smith, D.A. (1985) Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge Journal of Educational Psychology, 3, 247-271.

Leinhardt, G.; Putnam, R.T.; Stein, M.K. y Baxter, J. (1991). Where subject knowledge matters. En Brophy, J. (Ed.) Advances in Research on Teaching, vol.2. Greenwich: Jai Press Inc.

Levin, B.B. y Rock, T.C. (2003). The effects of collaborative action research on preservice and experienced teacher partners in professional development schools, *Journal of Teacher Education*, 54(2), pp. 135-149.

Lester, F.K. (1994). Musing about mathematical problem-solv*ing* research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.

Lieberman, A. (1986): 'Collaborative research: working with, not working on…", *Educational Leadership*, vol. 43, pp. 28-33.

Llinares, S. (1994). El profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En Santaló, L. et al. La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia. Madrid: Rialp, pp. 296-337.

Llinares, S. & Krainer, K. (2006): "Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners". En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.) *Handbook of Research on*

the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future, 429-459. Sense Publishers B.V. (Rotterdam, The Netherlands)

Marcelo, C. (1992). Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didáctico del contenido. En Montero, L. y Vez, J.M. (Eds.) Las didácticas específicas en la formación del profesorado. Santiago: Tórculo, 151-186.

Martín, R y Porlán, R. (1999). Tendencias en la formación del profesorado sobre los contenidos escolares, *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 35, 115-128.

Matos, J.F. (2000). Aprendizagem e prática social: contributos para a construçao de ferramentas de análise da aprendizagem matemática escolar. En Ponte, J.P. y Serrazina, L. (Organizadores) Educaçao Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verao-1999. Secçao de Educaçao e Matemática- Sociedade portuguesa de Ciências da Educaçao.

Miller, L.D. y Hunt, N.P. (1994). Professional Development through Action Research. En Aichele, D.B. (Ed.) Professional Development for Teachers of Mathematics. 1994 Yearbook. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, INC.

McLeod, D.B. (1992). Research on Affects in Mathematics Education: a Reconceptualization. En D. Grouws (ed) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.

Pehkonen, E. (ed) (2001). *Problem Solving Around the World*. Turku: University of Turku.

Planas, N. y Gorgorió, N. (2001). Estudio de la diversidad de interpretaciones de la norma matemática en un aula multicultural. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(1), 135-150.

Porlán, R. (1995). Las creencias pedagógicas y cientifícas de los profesores Enseñanza de las Ciencias de la Tierra, 22, 7-13.

Porlán, R. y Rivero, A. (1998). El conocimiento de los profesores. Sevilla: Díada.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própia prática. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM. [Se puede consultar en http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20(GTI).pdf]

Ponte, J.P. y Chapman, O. (2006a). Mathematics teachers' knowledge and development. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.) Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers. Pp. 461-494.

Ponte, J.P. y Chapman, O. (2006b). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. Documento en preparación.

Putnam, R.T. y Leinhardt, G. (1986). Curriculum scripts and the adjustment of content in mathematics lessons. Paper presented at the annual meeting of the Educational Research Association, San Francisco.

Raymond, A.M. y Leinenbach, M. (2000). Collaborative action research on the learning and teaching of algebra: A story of one mathematics teacher's development, *Educational Studies in Mathematics*, v. 41, pp. 283-307.

Rico, L. (1997). Reflexión sobre los fines de la Educación Matemática. *Suma*, nº 24, 5-19.

Sánchez, V. (1996). Del pensamiento del profesor al conocimiento profesional. Un itinerario de investigación en educación matemática. En Ruiz, M.L. (Ed.) El saber en el espacio didáctico. Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Santos, V.M. (1994). An analysis of teacher candidates' reflections about their understanding of rational numbers. En Ponte, J.P. y Matos, J.F. (Eds.) Proceedings of the XVIII PME Conference, vol. 4, 201-208. Lisboa (Portugal): Univ. de Lisboa.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics. En D. Grouws (ed) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.

Schön, D.A. (1983). The reflective practicioner. How professionals think in action. Basic Books Inc. [Versión en castellano: Schön, D.A. (1998). El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan. Barcelona: Paidós].

Schön, D.A. (1987). Educating the reflective practicioner. S. Francisco: Jossey-Bass Publishers. [Versión en castellano: Schön, D.A. (1992). La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje de las profesiones. Barcelona: M.E.C.-Paidós].

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching Educational Researcher, 15(2), 4-14.

Serrazina, L. (1998). Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal. Tesis doctoral. Lisboa: Associaçao de Professores de Matemática.

Skott, J. (2006). The role of the practice of theorising practice. En M. Bosch y otros (eds) Proceedings of the Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. (pp. 1526-1536). Barcelona: FUNDEMI IQS, Universitat Ramón Llull.

Sullivan, P. & Mousley, J.: 2001, 'Thinking teaching: seeing mathematics teachers as active decision makers', in F.L. Lin & T.J. Cooney (eds) Making sense of mathematics teacher education, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp.147-163.

Tharp, R.G. & Gallimore, R.G. (1988). *Rousing minds to life: teaching, learning, and schooling in social context*. New York: Cambridge University Press.

Thompson, A. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of Research. En Grouws, D.A. (Ed.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: McMillan & NCTM.

Van Oers, B. (1996). Learning mathematics as a meaningful activity. En L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, J. A. Goldin, & B. Greer (eds) *Theories of mathematical learning* (pp. 159-174). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Vila, A. Y Callejo, Mª L. (2004) *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.

Warren, E. y Nisbet, S. (2000). Factors in primary school teachers' beliefs about mathematics and teaching and learning mathematics. MERGA23 Proceedings, 632-639.

Woods, P. (1992). Symbolic interactionism: Theory and method. En M.D. LeCompte; W.L. Millroy y J. Preissle (Eds.) *The Handbook of Qualitative Research in Education.* London: Academic Press., pp 337-404.

VIII. ANEXOS

ANEXO I: INSTRUMENTO DE ANÁLISIS DE LA GESTIÓN DEL PROFESOR DE LA PARTICIPACIÓN EN EL AULA

Dimensiones	**Niveles o tipos**	**Código**
Responsabilización del aprendizaje	Transmisión	**RT**
	Responsabilización del profesor hacia el alumno	**RPA**
	Co-responsabilización	**RC**
Comunicación promovida	Unidireccional	**CU**
	Contributiva	**CC**
	Reflexiva	**CR**
	Instructiva	**CI**
Validación del conocimiento	El profesor	**VP**
	El profesor y los alumnos	**VPA**
	Los alumnos	**VA**

ANEXO II: INSTRUMENTO DE ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA ADAPTADO DEL PROYECTO METE

Foco matemático	El foco matemático se refiere a los objetivos subyacentes en las acciones y en la toma de decisiones del profesor. Puede haber más de un foco en cada episodio en una lección o, incluso, puede no existir foco para un episodio en particular. Sin embargo, la totalidad de tales características e probablemente un indicador del modo o el estilo de enseñanza.	
	Conceptual	Parece que el profesor enfatiza o promueve el desarrollo conceptual de sus estudiantes.
	Derivational	Parece que el profesor enfatiza o promueve el proceso de desarrollo de nuevos entes matemáticos a partir del conocimiento existente.
	Estructural	Parece que el profesor enfatiza o promueve los nexos o conexiones entre diferentes entes matemáticos: conceptos, propiedades, etc.
	Mecánico	Parece que el profesor enfatiza o promueve la adquisición de destrezas, procedimientos, técnicas o algoritmos.
	Eficiente	Parece que el profesor enfatiza o promueve en los aprendices la comprensión o adquisición de procesos o técnicas que desarrollan la flexibilidad, la elegancia o la comparación crítica del trabajo.
	Resolución de problemas	Parece que el profesor enfatiza o promueve la implicación de los aprendices en la solución de tareas no triviales o no rutinarias.
	Razonamiento	Parece que el profesor enfatiza o promueve en los aprendices el desarrollo y la articulación de justificaciones y argumentaciones.

Contexto matemático	El contexto matemático se refiere a la localización de los problemas propuestos en la clase de matemáticas.	
	Realista	Un problema realista es o bien un problema del mundo real con datos genuinos o procedentes de un enunciado real imaginativo.
	Quasi realista	Un problema quasi realista es un problema elaborado que se presenta como si fuera realista. El contexto puede ser plausible pero los datos, las condiciones o las cuestiones propuestas no.
	Matemático	Un problema matemático es is el que está enmarcado en la propia matemática.

Actividades que inducen	Diferentes tipos de actividades inducen probablemente diferentes tipos de aprendizaje	
	Aprendizaje profundo	Las actividades que inducen aprendizaje profundo normalmente hacen que los alumnos se impliquen en la construcción de significado.
	Aprendizaje superficial	Las actividades que inducen aprendizaje superficial normalmente fracasan a la hora de hacer que los alumnos se impliquen en la construcción de significado.

Foco didáctico	Los profesores utilizan diferentes estrategias didácticas o pedagógicas en función de las diferentes condiciones y contextos. A excepción de la actividad didáctica de compartir las propias ideas, la cual consiste en un acto público explícito todas las estrategias podían ser vistas tanto en sus dos contextos tanto público (el grupo clase) como privado (trabajo individual)	
	Acceso al conocimiento previo	El profesor implica a los alumnos en una actividad que pretende focalizar la atención en el contenido matemático ya adquirido por el alumno. Normalmente, podría considerarse como un periodo de revisión o preparación para las actividades que se van a realizar.
	Explicación	El profesor explica una idea o solución. Puede incluir demostraciones, explicaciones concretas o que pretenden ser un modelo pedagógico de pensamiento de un nivel superior. En estos casos, el maestro es el que interviene sin a penas respuesta del alumno.
	Expresión de las propias ideas	El profesor anima a los alumnos a compartir públicamente sus ideas, soluciones o respuestas con sus compañeros. Puede incluir discusiones del grupo clase, así como el modelo socrático de formulación de preguntas en el cual el maestro se convierte en un gestor de las actividades, más que un mero informador.
	Exploración	El profesor implica a los alumnos en una actividad se pretende que emerja una nueva idea matemática. Podría ser una investigación o una secuencia de problemas estructurados, pero en todos los casos se espera que sean los alumnos quienes articulen sus descubrimientos.
	Coaching	El profesor ofrece indicios, sugiere u ofrece retroalimentación para facilitar su comprensión o desarrollar habilidades para poder llevar a acabo las tareas
	Valoración o evaluación	El profesor valora o evalúa las respuestas de los alumnos para determinar la dirección de su próxima actuación.
	Motivación	El profesor, a través de sus acciones, ofrece estímulos o dirige las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas.
	Formulación de preguntas	Se refiere a todas las formas de formulación de preguntas.

ANEXO III: UNIDAD DIDÁCTICA ADAPTADA A ALUMNOS CON NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES

PROGRAMACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA "*DEL ESPACIO AL PLANO*"

ÍNDICE

Marco legal del curriculum

Programación

1. Objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria
2. Objetivos generales del área de Matemáticas
3. Objetivos Didácticos y Criterios de evaluación
4. Contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales
5. Contribución de la unidad al desarrollo de competencias para Secundaria
6. Actividades
   - 6.1. Actividad 1
   - 6.2. Actividad 2
   - 6.3. Actividad 3
   - 6.4. Actividad 4
7. Asociación de actividades con los objetivos, competencias y contenidos correspondientes
8. Estrategias de evaluación y recursos didácticos

JUSTIFICACIÓN

Para llevar a la práctica esta unidad didáctica tenemos en cuenta la normativa legal vigente, las características del centro donde se desarrollará la unidad y las características del alumnado del aula en la que se llevara a cabo la propuesta práctica.

MARCO LEGAL DEL CURRÍCULUM

En primer lugar el Real decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, aprobado por el Ministerio de Educación y ciencia (MEC), por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la educación secundaria obligatoria (B.O.E. 5-1-2007), ha sido desarrollado, en el marco de las competencias atribuidas a la Comunidad Autónoma de Andalucía en el artículo 52.2 del Estatuto de Autonomía para Andalucía y de acuerdo con lo establecido en el artículo 6.2 de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE) (B.O.E. 4-5-2006), por el Decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación secundaria en Andalucía (B.O.J.A. 8-8-2007), la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente (B.O.J.A. 30-8-2007) y la Orden de 10 de

agosto de 2007, por la que se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía (B.O.J.A. 23-8-1007).

Por otra parte:

- Decreto 147/2002, de 14 de mayo, por el que se establece la ordenación de la atención educativa a los alumnos y alumnas con N.E.E. asociadas a sus capacidades personales (Boja 18/05/2002).
- Decreto 167/2003, de 17 de junio, por el que se establece la ordenación educativa a los alumnos y alumnas con N.E.E. asociadas a condiciones sociales desfavorecidas (Boja 23/06/2003).

PROGRAMACIÓN

1. OBJETIVOS DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

La educación secundaria obligatoria contribuirá a desarrollar en el alumnado los saberes, las capacidades, los hábitos, las actitudes y los valores que le permitan alcanzar los siguientes objetivos:

Según la LOE y **Seleccionados para esta unidad:**

a)Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

f) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

El Decreto además añade

h) Adquirir habilidades que les permitan desenvolverse con autonomía en el ámbito familiar y doméstico, así como en los grupos sociales con los que se relacionan, participando con actitudes solidarias, tolerantes y libres de prejuicios.

i) Interpretar y producir con propiedad, autonomía y creatividad mensajes que utilicen códigos artísticos, científicos y técnicos.

2. OBJETIVOS GENERALES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS

El tema que se va a trabajar se recoge **en los objetivos generales de área de matemáticas:**

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.

2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.

5. Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.

7. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o a perseverancia en la búsqueda de soluciones.

8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.

10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

11. Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN

OBJETIVOS DIDÁCTICOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1. Reconocer los cuerpos geométricos entre diversas figuras.	1.1. Selecciona, entre un conjunto de figuras, las que son cuerpos geométricos y justifica la elección realizada.
2. Reconocer y clasificar cuerpos geométricos	2.1. Identifica y nombra los distintos cuerpos geométricos (lenguaje oral, escrito y gestual).
3. Reconocer y clasificar poliedros	3.1 Conoce y nombra los distintos elementos de un poliedro (aristas, vértices, caras, caras laterales de los prismas, bases de los prismas y pirámides...). 3.2. Clasifica un conjunto de poliedros.
4. Analizar los elementos de los poliedros	3.3/4.1. Describe un poliedro y lo clasifica atendiendo a las características expuestas.
5. Obtener el desarrollo plano de los poliedros	5.1. Dibuja de forma aproximada el desarrollo de prismas. 5.2. Dibuja de forma aproximada el desarrollo de pirámides.

4. CONTENIDOS CONCEPTUALES, PROCEDIMENTALES Y ACTITUDINALES

CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
C1 Cuerpos geométricos. C2 Tipos de cuerpos geométricos. C3 Tipos de poliedros (prismas y pirámides). C4 Elementos de los poliedros: caras, aristas y vértices. C5 Caras de poliedros. Polígonos. C6 Desarrollos planos de un poliedro.	P1 Diferenciación entre cuerpos y formas planas. P2 Justificación oral y gestual de sus modos de resolver situaciones geométricas. P3 Observación y reconocimiento de formas geométricas en el entorno. P4 Asociación de la imagen conceptual de tipos de cuerpos geométricos con sus nombres y signos. P5 Descripción de un poliedro por sus elementos: tipos de caras, número de aristas y vértices, etcétera. P6 Clasificación de poliedros según distintos criterios. P7 Desarrollo plano de poliedros.	A1 Reconocimiento y apreciación de la geometría para descubrir y resolver situaciones problemáticas. A2 Gusto por identificar figuras y relaciones geométricas en los elementos cotidianos. A3 Interés y gusto por la descripción verbal y gestual de figuras, usando vocabulario adecuado. A4 Gusto e interés por enfrentarse con situaciones geométricas. A5 Flexibilidad para enfrentarse a distintas situaciones geométricas desde distintos puntos de vista. A6 Interés por la presentación ordenada, limpia y clara de los trabajos geométricos, reconociendo el valor práctico que posee. A7 Curiosidad e interés por la investigación sobre formas geométricas en el plano y en el espacio. A8 Capacidad de crítica ante errores geométricos en construcciones o representaciones. A9 Valoración y respeto por las aportaciones de los compañeros (tanto en contenido como en forma) A10 Aprecio por el trabajo en grupo.

5. CONTRIBUCIÓN DE LA UNIDAD AL DESARROLLO DE COMPETENCIAS PARA SECUNDARIA

Las competencias básicas son aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles desde un punto de vista integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. El trabajo de esta unidad contribuye a la adquisición de ciertos objetivos de la etapa y al desarrollo de algunas de las competencias como son:

C1. **Competencia matemática:** Todo el currículo del área potencia utilizar y relacionar las distintas formas de pensamiento matemático (números, operaciones, razonamiento) para describir, interpretar la realidad y actuar sobre ella. Es importante potenciar la funcionalidad de los aprendizajes matemáticos, su utilidad para comprender el mundo y las estrategias de resolución de problemas aplicables a distintas situaciones de la vida cotidiana.

C2. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico: Esto se potencia mediante la geometría (formas, visión plana y espacial…) y mediante la creación de un modelo a partir de la observación de las pautas de una situación real.

C4. Competencia en comunicación lingüística: Las Matemáticas usan continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de ideas, y muy especialmente en la resolución de problemas

C6. Competencia social y ciudadana: La estadística y la probabilidad describen fenómenos sociales y permiten predecir y tomar decisiones. Además la resolución de problemas potencia un espíritu constructivo, que asuma los propios errores y acepte los puntos de vista de otros.

C7. Competencia en aprender a aprender: Las técnicas de resolución de problemas contribuyen a esta competencia porque potencian la perseverancia, la sistematización y la reflexión crítica.

C8. Autonomía e iniciativa personal: Los procesos de resolución de problemas contribuyen a esta competencia pues el alumno tiene que planificar estrategias, asumir retos y tomar decisiones.

6. ACTIVIDADES

6.1. ACTIVIDAD 1

a) Se presentan a los alumnos cuerpos geométricos y figuras planas y se les pide que las separen en grupos, sin darles ningún criterio. Puede ser una actividad por parejas.

b) Puesta en común de la actividad

Dependiendo de los grupos que se hayan formado, se les pide que justifiquen por qué lo han hecho así, bien de manera oral o gestual. El profesor anotará en la pizarra las conclusiones a las que se lleguen. Si fuera necesario, se les puede asignar etiquetas a los diferentes grupos de figuras obtenidos.

Objetivo 1: Reconocer los cuerpos geométricos entre diversas figuras. Se pretende que busquen semejanzas y diferencias, procedimiento intrínseco al proceso de clasificación.
OBSERVACIONES
Debe propiciarse la distinción entre poliedros y cuerpos redondos (aunque no se le asocien los nombres).

6.2. ACTIVIDAD 2

a) Se presenta a los alumnos una caja con los cuerpos geométricos. Los alumnos, de manera individual, han de observar o recordar objetos del aula o de la vida cotidiana, que sean parecidos a los cuerpos geométricos dados. Deben registrar por escrito el nombre de estos objetos.

b) Puesta en común de la actividad.

Se les pide a los alumnos que asocien los nombres de los objetos con los cuerpos geométricos a los cuales se parecen.

Estará a disposición de los alumnos una caja con los cuerpos geométricos (ya sean de plástico, cartulina o madera) para que puedan manipularlo.

c) Se les pide a los alumnos que hagan dos grupos con los cuerpos geométricos (se pretende que diferencien los cuerpos redondos de los poliedros). Se les pone nombres a ambos tipos.

Se apartan los cuerpos redondos y se pide que vuelvan a hacer dos grupos (se pretende que diferencien prismas de pirámides). Se les pone etiquetas a ambos tipos.

Objetivo 1: Reconocer los cuerpos geométricos entre diversas figuras. Objetivo 2: Reconocer y clasificar cuerpos geométricos.

6.3. ACTIVIDAD 3

En esta actividad se centra el interés de los alumnos en los poliedros. Los alumnos dibujan algunos poliedros tal y como los ven (aprovechando que ya en la asignatura de tecnología han dado el tema de dibujo a mano alzada).

Con los poliedros a la vista tienen que describirlos. El objetivo es que salgan términos como cara plana, triángulo, rectángulo, cuadrado, lado, vértice del polígono y del poliedro, en principio de modo informal, sin pretensión de alcanzar una definición. Se trata de iniciar la caracterización de la frontera de los poliedros.

Posteriormente deben dibujar los distintos polígonos que observen en cada uno de los poliedros y asociarles sus nombres y signos.

Objetivo 3: Clasificar poliedros. Objetivo 4: Analizar los elementos de los poliedros
OBSERVACIÓN
Si hay alumnos que tienen dificultades en el dibujo, se les darán las geotiras o el geoplano para construir las figuras planas que están viendo para que después las dibujen.

6.4. ACTIVIDAD 4

Los alumnos construyen poliedros con el polyhedron. A continuación, dibujan el desarrollo plano de una figura. Luego componen otra figura distinta con las mismas piezas (caras), al menos con el mismo tipo de piezas (polígonos), aunque no se conserven el número de caras.

Se pretende que salgan figuras no convencionales. En el desarrollo plano, en esta fase, se pide que, al menos, digan qué polígonos forman parte de esas figuras...

Se intentará hacer una clasificación por el número de caras.

Finalmente, los alumnos dibujarán los polígonos que han usado, junto a su nombre, así como los números de caras de los poliedros en los que los hayan usado, dando un nombre informal a dichos poliedros.

Objetivo 3: Reconocer y clasificar poliedros. Objetivo 5: Obtener el desarrollo plano de los poliedros.
OBSERVACIÓN
La maestra proporcionará una tabla, cuyas columnas sean: el polígono, número de polígonos usados en un determinado poliedro y nombre informal de estas figuras.

7. ASOCIACIÓN DE ACTIVIDADES CON LOS OBJETIVOS, COMPETENCIAS Y CONTENIDOS CORRESPONDIENTES

Actividad	Competencias	Objetivos generales	Objetivos de materia	Objetivos didácticos	Contenidos
1.	C1, C2, C4, C6, C7 y C8	OEb, OEg	OA5	1.	C1, P1,P2, A3 (sin vocabulario preciso), A4, A5, A7, A9, A10
2.a, 2.b		OEb, OEg	OA5	1	C1, P3, A2, A9
2.c		--	OA5,	2, 3	C2, C3, P4, A3
3		OEb	OA1, OA9, OA10	3 (clasificar), 4	C4, C5, P5, A4, A6, A8
4		Comunes	OA8	3, 5	C4, C5, C6, P1, P2, P5, P6, P7, A3, A4, A5, A7, A8, A9.

*Los objetivos OEa, OEb, OEc y OEd, OEg serán comunes a la unidad, y dependerán de cómo la maestra gestione las actividades.
* OA1, OA5 (objetivo común que particularmente se trabaja en las actividades 1 y 2, Compartimos los aspectos que destaca este objetivo: estimular creatividad, análisis propiedades, aunque sin la atención particular a la vida cotidiana) y OA9, general a toda la unidad.

8. ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN Y RECURSOS DIDÁCTICOS

ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	RECURSOS DIDÁCTICOS
ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN 1. Observación directa y sistemática del trabajo en el aula, valorando: 1.1. Orden y limpieza en los cuadernos de clase. 1.2. Orden y limpieza en los trabajos realizados en el aula. 1.3. Participación correcta en los trabajos en grupo. 1.4. Habilidad y destrezas demostradas a lo largo del desarrollo de la unidad. 1.5. Hábitos de trabajo. 2. Análisis de las realizaciones prácticas de los alumnos. 3. Intercambios (a través de intérprete, si fuera necesario) orales: preguntas, intervenciones en clase... 4. Pruebas escritas específicas de la unidad para comprobar la consolidación de los contenidos de la unidad. **INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN** a) Ficha personal del alumno, que incluirá: - Registro diario de asistencia del alumno a clase. - Registro de la ejecución de tareas. - Registro de corrección de trabajos. - Registro de actitudes. b) Control del cuaderno de clase. c) Análisis de los trabajos realizados por los alumnos tanto individualmente como en grupo. d) Pruebas escritas: - preguntas breves y concretas - definición de conceptos e) Diario de clase para el registro de las incidencias relativas al proceso de enseñanza-aprendizaje. f) Plantilla de observaciones del desarrollo de las actividades.	• Material de geometría: poliedrón, cuerpos geométricos, geotiras, geoplanos, figuras planas… • Otros materiales: cajas, tarjetas, imágenes, etiquetas…

ANEXO V: ANÁLISIS DE SOFTWARES EDUCATIVOS MATEMÁTICOS

NOMBRE DEL SOFTWARE: JUEGA CON LAS MATEMÁTICAS			
1. Tipos de contenidos	Conceptos		Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, porcentajes, decimales, fracciones. Medida; tiempo, longitud, áreas, perímetros, simetría. Cálculo mental.
	Procedimientos		Sumas, restas, multiplicación, división, porcentajes, simplificar fracciones. Movimientos; rotación, traslación. Realización de simetría. Estimación y gráficas.
	Actitudes / valores		Precisión, autonomía, aprendizaje como juego, el error como elemento importante y que construye.
2. Tipo de actividades	Ejercicios		Máquina de cálculo: operaciones.
	Problemas		Todo lo demás son problemas vistos desde la dificultad que supone para los niños.
3. Fuente de motivación y hasta qué punto es motivador	Animación		Bastante animación que incluso puede llegar a distraer, pero se puede seleccionar la cantidad.
	Voces de personajes		Atractivas, familiares y cercanas a los tonos del país.
	Música		Adecuadas al contexto y no interfieren en la realización de la actividad excepto en las operaciones.
	Colores		Mucho colorido llamativo y motivador.
	Premios		Superación y puntos para acabar con los malos y ayudar a los buenos.
4. Lenguaje	Órdenes	Simples	Depende del nivel, pero adaptadas al mismo
		Complejas	Adaptadas al nivel.
	Vocabulario		Correcto y adaptado, se entiende perfectamente.

5. Características de las ayudas	Son adecuadas y se caracterizan porque suelen definir la primera vez los conceptos implicados y la segunda cómo llegar a la solución.		
6. Corrección del error	Ofrece directamente la solución		Al segundo fallo.
	Nuevas oportunidades	Repetición	Una vez
		Pista	Da una pista y a la segunda pista da la solución, los personajes dan dos pistas.
7. Niveles de dificultad	Criterios empleados para distinguirlos		Dificultad del contenido. Forma de presentar la orden.
	Equivalencia entre niveles		No existe equivalencia.
8. Rentabilidad de su uso	Grado de novedad (de la actividad) para el alumno, cada vez que se usa.		Muy elevado: en cada nivel y en cada partida.
	Relación uso del medio/aprendizaje		Bastante, porque se trabajan contenidos relevantes y variados.

9. Conocimientos y habilidades previos requeridos	Memoria, rapidez, habilidad motriz, lectura comprensiva, percepción visual, atención, cálculo mental, facilidad en el uso del ratón, trabajo previo de ciertos contenidos.	
10. Manejabilidad	Resistencia en la selección del contexto lento porque se hace la explicación.	
11. Contexto de la actividad.	Relevante	Atlántida, Grecia. Egipto, Azteca.
	Superfluo	
	Matemático	Operaciones aritméticas. Los cuatro contextos.
	Realista	
	Casi realista	
	Ficción	
12. Observaciones: El juego es de aplicación y no de desarrollo de contenidos. Muy positiva la variedad en el contexto. Se podría trabajar como aplicación una vez al mes. Es adecuado por la variedad de actividades, creemos que los alumnos tardarían en aburrirse.		

ANÁLISIS DE SOFTWARES EDUCATIVOS MATEMÁTICOS (II)

NOMBRE DEL SOFTWARE: El conejo matemático			
1. Tipos de contenidos	Conceptos		Mayor que, menor que, igual, sumas, restas, cantidad y símbolos.
	Procedimientos		Seriaciones, comparación de números. Memoria visual, contar, asociación nº cantidad, cálculo mental, algoritmo de suma y resta, orientación espacial, estimación.
	Actitudes / valores		Aprendizaje con juega, superación, presición, memoria, perseverancia.
2. Tipo de actividades	Ejercicios		Prácticamente son ejercicios pero en un nivel adecuado pueden convertirse en problemas.
	Problemas		
3. Fuente de motivación y hasta qué punto es motivador	Animación		El entorno del circo es una buena animación y en estas edades resulta motivador.
	Voces de personajes		Atractivas, divertidas. Dirige, anima, corrige, explica. No es estridente.
	Música		Música de circo, adecuada al contexto. Entretiene pero permite ser cortada y concentrarse en el trabajo.
	Colores		Muy colorido, con diversidad y llamativo como corresponde al mundo del circo.
	Premios		Puntos para cambiar en la tómbola. Permiten en sí un ejercicio de cálculo y además invitan a jugar para conseguir más boletos.
4. Lenguaje	Órdenes	Simples	Prácticamente todas.
		Complejas	
	Vocabulario		Sencillo y adecuado a la edad.

5. Características de las ayudas			No son ayudas como tal . Dan oportunidad o directamente dan la solución.
6. Corrección del error	Ofrece directamente la solución		En el elefante y la foca.
	Nuevas oportunidades	Repetición	
		Pista	No
7. Niveles de dificultad	Criterios empleados para distinguirlos		Nivel de dificultad de más a menos fácil. Se distinguen distintos tipos de juegos.
	Equivalencia entre niveles		No hay los mismos niveles, varían en cada juego.
8. Rentabilidad de su uso	Grado de novedad (de la actividad) para el alumno, cada vez que se usa.		Comienza cada vez con números distintos. Se repiten cada vez que se fallan.
	Relación uso del medio/aprendizaje		Resulta rentable porque su uso es sencillo y los aprendizajes son relevantes para esta edad. También se puede usar como refuerzo de los conceptos.

9. Conocimientos y habilidades previos requeridos		Conocer los números, sumar y restar. Entender mensajes cortos y sencillos. Facilidad en el uso del ordenador.
10. Manejabilidad		Fácil manejo.
11. Contexto de la actividad.	Relevante	Es una forma de meter el aprendizaje en un contexto que les gusta.
	Superfluo	
	Matemático	Se gastan puntos en la tómbola.
	Realista	
	Casi realista	
	Ficción	
12. Observaciones: Adecuado y rentable en 1º y 2º de primaria.		

IX. JUSTIFICACIÓN DE GASTOS

1. RELACIÓN DE CONCEPTOS SUBVENCIONADOS	Cantidad presupuestada	Cantidad empleada
a. Material fungible: cintas de vídeo, CDs, tinta para impresora.	**250,00**	**124,00**
b. Material fungible: papel y fotocopias.	**250,00**	**0,00**
c. Adquisición de materiales y equipos de carácter no fungible: material bibliográfico.	**250,00**	**0,00**
d. Adquisición de materiales y equipos de carácter no fungible: cámara de vídeo.	**750,00**	**1000,00**
e. Desplazamientos, manutención y alojamiento de miembros del grupo: asistencia a simposios de la Sociedad Española de Educación Matemática.	**2300,00**	**2408,92**
f. Desplazamientos, manutención y alojamiento de miembros del grupo: asistencia a congresos internacionales de investigación.	**0,00**	**0,00**
g. Contratación de servicios de asesoramiento o asistencia técnica externa al proyecto: diseño informático de la actividad TIC.	**1500,00**	**1767,08**
TOTAL	**5300,00**	**5300,00**

2. SUBVENCIÓN EMPLEADA EN EL PROYECTO		
SUBVENCIÓN APROBADA POR LA CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN	SUBVENCIÓN EMPLEADA EN EL DESARROLLO DEL PROYECTO	
Cuantía: 5300,00	Cuantía: 5300,00	Porcentaje que representa sobre el total de la subvención aprobada: 100 %

En Huelva, a 30 de enero de 2009

Fdo.: Inmaculada Jiménez Cabello