ANEXO 1.b

JUNTA DE ANDALUCÍA **CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN**

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

CONVOCATORIA 2009

1. TÍTULO DEL PROYECTO
CONOCIMIENTO DEL PROFESOR PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. CONTRIBUCIÓN DE LA METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y LAS TIC AL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS BÁSICAS

2. ELECCIÓN DEL OBJETO O TEMA DE INVESTIGACIÓN (Justificación, relación con las líneas prioritarias de la convocatoria e hipótesis de trabajo.)
En el año 1999, en el que comenzamos nuestro primer proyecto de investigación conjunto (PIC 1999/2001[1]), el principal foco de interés era la resolución de problemas como clave en la enseñanza de la matemática en la escuela. En nuestro trabajo durante estos años hemos ido profundizando en este foco, así como incorporando nuevos elementos en nuestra indagación sobre el aula de matemáticas (fundamentalmente el papel de las TIC en la enseñanza de la matemática y la gestión por parte del profesor de la participación de sus alumnos[2]). El objetivo último es la mejora del aprendizaje de nuestros alumnos, que entendemos pasa por nuestra mejora como profesores. De ahí que lo anteriormente mencionado va dirigido a incrementar nuestra comprensión de la práctica docente, sobre todo de lo que caracteriza una buena práctica (Brophy, 1999). En los análisis de ejemplos de buena práctica y en las investigaciones realizadas al hilo de nuestro trabajo en los distintos proyectos conjuntos (Carrillo y Climent, 2006; Climent, 2005; Muñoz-Catalán et al., 2006a, 2007), el conocimiento profesional respecto de la enseñanza de la matemática se ha mostrado decisivo en nuestra práctica

[1] *Desarrollo profesional a través de la investigación colaborativa sobre resolución de problemas* (PIV 098/99). Regulada por Orden de la Consejería de Educación y Ciencia de 22 de marzo de 1999 (BOJA nº 48 de 24 de abril).

[2] Ver proyecto de investigación educativa 2007-08: *Desarrollo profesional a través de la investigación colaborativa sobre la resolución de problemas matemáticos. Uso de las tic y gestión de la participación*, Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía. PIV-056/06.

y desarrollo. Dicho conocimiento sustenta y en algunos casos limita nuestro desarrollo.

En este proyecto nos fijaremos en el conocimiento que necesita el profesor para enseñar matemáticas. Para focalizar la cuestión, hemos elegido un contenido matemático relevante (la orientación espacial) que enlaza con contenidos geométricos abordados en nuestro trabajo anterior y que nos permite enfrentar su tratamiento desde la etapa de Educación Infantil hasta la de Secundaria.

En esta investigación usaremos el diseño de material didáctico (en particular actividades TIC y de resolución de problemas) como vía de indagar sobre nuestro conocimiento profesional y sobre el conocimiento deseable para la enseñanza de la matemática tal como la entiende nuestro grupo.

A tenor de lo expuesto, nuestro trabajo está relacionado con las siguientes líneas prioritarias que se establecen en la convocatoria:

-La puesta en práctica de las tecnologías de la información y la comunicación

-La enseñanza de las diferentes materias instrumentales, en particular, las matemáticas.

-La atención a la diversidad y a la interculturalidad (por la atención a la gestión de la participación y a los alumnos con necesidades educativas especiales)

3. FUNDAMENTACIÓN Y MARCO TEÓRICO EN EL QUE SE SUTENTA LA INVESIGACIÓN

Nuestra perspectiva del aprendizaje de la matemática en la escuela

Los sucesivos Informes PISA y los análisis y reflexiones vertidos por los especialistas (Castro y Molina, 2005; González y Lupiáñez, 2005; IE[3], 2007; INECSE[4], 2004 a,b, 2005; Marín y Guerrero, 2005; OCDE, 2003, 2004, 2005; Pajares, Sanz y Rico, 2004; Recio y Rico, 2005; Rico, 2005) han venido a confirmar carencias en logros de aprendizaje de nuestros alumnos que muchos profesores y educadores en general habían enfrentado o anunciado. Las diferentes leyes educativas (LOGSE, 1990; LOCE, 2002; LOE, 2006) también han tratado de adecuar el currículo a las exigencias de una

[3] Instituto de Evaluación, antiguo INECSE, del Ministerio de Educación y Ciencia

[4] Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, del Ministerio de Educación y Ciencia

sociedad moderna, tanto en lo que se refiere a los valores de sus ciudadanos, como a los conocimientos que éstos deben adquirir para acometer los retos que la sociedad les plantea. Por su parte, las pruebas de diagnóstico (Orden de 28 de junio de 2006) han localizado y concretado esas carencias (y virtudes) por centro educativo, llegándose a la conclusión de que nuestros escolares presentan evidentes deficiencias en las competencias lingüísticas y matemáticas: no comprenden bien los mensajes escritos, no redactan correctamente sus ideas, no comprenden los enunciados de los problemas, no saben diseñar estrategias adecuadas para resolver esos problemas.

Esta desalentadora situación es necesario contextualizarla en un momento en que la sociedad es más una sociedad de la información y la comunicación que del conocimiento establecido, en la que el saber hacer se erige como el paradigma del aprendizaje. Y de esto, como no podría ser de otro modo, se está haciendo eco la escuela a través de diversos proyectos educativos que suponen una dotación en infraestructuras que deben aprovecharse al objeto de formar ciudadanos en sintonía con los valores de la sociedad en la que viven y vivirán en un futuro.

Como hemos mencionado, venimos trabajando en diversos proyectos de investigación educativa desde el año 1999, el último de los cuales, aún en curso, se ha centrado en la resolución de problemas como metodología básica, el uso de las TIC en el aula de matemáticas y la gestión por parte del maestro de la participación del alumno en las tareas matemáticas. Fruto de este trabajo son varios artículos y comunicaciones a congresos (Carrillo, 2001; Carrillo y Climent, 2003; Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. & Muñoz-Catalán, Mª C., 2007; Carrillo, J., Climent, N., Gorgorió, N., Rojas, F. & Prat, M., 2008; Climent y Carrillo, 2002a,b, 2003, 2007a,b; Muñoz-Catalán, Carrillo y Climent, 2006a,b, 2007) y CDs que han sido consultados y aplicados tanto por investigadores, como por profesores no universitarios, así como en la formación inicial de maestros, incluso fuera de nuestras fronteras.

Asumimos el aprendizaje en entornos TIC como medio para el aprendizaje matemático y como fin en sí mismo, ya que una de las competencias que debe adquirir el ciudadano del siglo XXI es la tecnológica; el individuo de esta época sería un analfabeto funcional si careciera de las competencias necesarias para manejarse en el universo digital. Estas dos perspectivas de las TIC no deben estar reñidas. Denunciamos el exceso de mecanización de gran parte del material diseñado para el trabajo de los alumnos en el

aula de matemáticas y creemos que es posible enseñar matemáticas en la escuela, reservando un papel a las nuevas tecnologías, a través de actividades elaboradas desde la perspectiva de resolución de problemas, que supongan retos para los alumnos y potencien su razonamiento, y no meros ejercicios de cálculo o recuerdo de hechos. Estas actividades añaden, al realizarse en entornos TIC, la mayor posibilidad de autonomía del alumno y la mejor adaptación de las mismas a los diferentes ritmos y necesidades de éstos.

La gestión de la participación da cuenta, por un lado, de nuestro interés por enfatizar la concepción de la escuela como contexto de integración e inclusión social, y por otro lado, de nuestro convencimiento del papel del maestro como mediador y orientador de las interacciones que se producen en el aula en el proceso de construcción de conocimiento matemático desde un enfoque constructivista social (Cobb, 1995; Cobb et al., 1996). Hemos constatado cómo diferentes modos de gestionar la participación conduce, no sólo a diferentes modos de construir el conocimiento matemático por parte de los alumnos, sino a diferentes nociones matemáticas y a diferentes actitudes de dichos alumnos.

A lo largo de todos estos años, y así deseamos continuar, la resolución de problemas en matemáticas ha caracterizado el interés del grupo. Por un lado, la resolución de problemas es una estrategia metodológica recomendada en los diseños curriculares y decretos educativos desde la etapa infantil hasta el bachillerato. Asimismo, los diversos enfoques de la consideración de la resolución de problemas dan a ésta una gran versatilidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Los tres enfoques clásicos (Hatfield, 1978) son: resolución de problemas como vía para el aprendizaje de las matemáticas (estrategia metodológica); resolución de problemas como objetivo de la enseñanza de las matemáticas (se enseña matemáticas para resolver problemas, siendo en este caso aquéllas la vía para ésta); y la enseñanza sobre la resolución de problemas, donde se incluye el estudio de fases y estrategias útiles para el abordaje de problemas. Estos tres enfoques no han de entenderse como competidores, sino complementarios, concibiendo la matemática como una rama del saber que ha ido evolucionando a lo largo de la historia a través de la formulación y los intentos de resolución de problemas. De este modo, la resolución de problemas puede considerarse el motor de la

construcción de los conocimientos matemáticos, que, a su vez, son la base para enfrentar nuevos problemas[5], para lo cual es imprescindible conocer los entresijos de la actividad de resolver problemas. Nunokawa (2005) ha añadido a estos enfoques clásicos un cuarto enfoque: resolver problemas para conocer el contexto, es decir, la resolución de problemas puede orientarse también a una mejor y mayor comprensión del contexto en el que la situación problemática se plantea.

Nuestra preocupación por la resolución de problemas se ha visto respaldada por los informes de logros de aprendizaje antes citados. Ahora, más que nunca, la dedicación a profundizar en las características de la resolución de problemas, tanto desde el punto de vista del aprendizaje, como de la enseñanza, está de actualidad y es necesaria. Hemos de entender, asimismo, que no podría ser de otro modo, ya que la resolución de problemas es la actividad matemática más genuina, como se infiere del modo en el que la matemática ha generado todo su bagaje. Pero, si profundizamos en el modo de hacer de los matemáticos a lo largo de la historia, en el modo de aceptación de los saberes generados, coincidiremos en que, unidas a la resolución de problemas, aparecen ineludiblemente la comunicación y la argumentación. Efectivamente, para poder hablar de un determinado conocimiento o resultado matemático, es preciso que éste haya circulado entre los propios matemáticos, al menos entre los especialistas más cercanos al asunto en el que se genera ese nuevo resultado. Por otra parte, la aceptación de esos resultados sigue un proceso de argumentación lógica en la que dichos resultados son derivados de otros anteriores aplicando las leyes de la lógica. Por consiguiente, resolución de problemas, comunicación, razonamiento lógico y argumentación suceden en sintonía en la creación matemática y, pensamos, deben suceder del mismo modo en las situaciones de enseñanza y aprendizaje. Esta reflexión nos lleva a incluir estos procesos en nuestra manera de mirar el aula de matemáticas, considerando el análisis y la mejora de competencias en resolución de problemas y razonamiento lógico, competencias lingüísticas y comunicativas, argumentativas, sociales y tecnológicas.

Conviene precisar que el desarrollo de estas competencias es asumible en cualquier etapa educativa, ya que no se refiere exclusivamente al desarrollo de procedimientos formales de prueba, sino también al desarrollo de procedimientos argumentativos que pueden suceder en contextos de prueba o demostración no formal o informal con

[5] Como dijo Isaac Newton a Robert Hooke en referencia a todo el conocimiento previamente construido por la humanidad, “si he visto más lejos es porque estoy sentado sobre los hombros de gigantes”.

rasgos formales (Stylianides y Ball, en prensa).

El conocimiento profesional del profesor para la enseñanza de la matemática

Entendemos el conocimiento profesional del profesor como la conjunción de saberes y experiencias que un profesor posee y de los que hace uso en el desarrollo de su labor docente (Estepa, 2000), esto es, su interpretación del fenómeno educativo con los saberes y asunciones personales que en éste intervienen. En consonancia con ello, interpretamos la mejora o desarrollo profesional del profesor como su mejor comprensión de la práctica (Krainer, 1999).

Dicha mejora en la comprensión no va desligada de la mejora en su actuación, puesto que entendemos que actuación en la práctica y su comprensión se potencian mutuamente.

Dentro de los diferentes aspectos que debe conformar el conocimiento profesional del profesor para la enseñanza de la matemática, nos interesan especialmente aquellos más intrínsecamente ligados a la matemática y su enseñanza y aprendizaje. Nos referimos a las componentes del conocimiento profesional del profesor conocidas como conocimiento didáctico del contenido y conocimiento del contenido (Shulman, 1987; Ball, 1989).

No obstante, aunque reconocemos el valor de la diferenciación hecha en su momento por Lee Shulman con el concepto de conocimiento didáctico del contenido, coincidimos con los últimos trabajos de Deborah Ball en la conveniencia de no diferenciar entre ambos aspectos, ni siquiera como artificio analítico, sino considerar el *conocimiento matemático para la enseñanza* (Ball y Bass, 2003, Ball, Hill y Bass, 2005: Hill, Rowan y Ball, 2005). Se trata, como sostienen Llinares y Krainer (2006), de considerar el conocimiento del profesor de una manera más global y situándolo en la propia práctica.

Como en la perspectiva del grupo de Ball, nuestro objetivo es conocer el conocimiento de los profesores a partir de su propia práctica, no a partir del currículo que los profesores han de enseñar o de los estándares de los que son responsables (Ball, 2000; Ball, 2002; Ball y Bass, 2003, Ball, Hill y Bass, 2005). El análisis de esta práctica permite comprender mejor el trabajo que los profesores hacen y el rol que el conocimiento de contenido juega en ella. Para nosotros, al igual que para Ball (2000), nuestra práctica es el punto de partida para nuestro trabajo, el lugar para la génesis de

ideas, inquietudes y problemas y donde estas ideas se prueban, refinan y algunas veces se abandonan.

El conocimiento matemático para la enseñaza se define, en íntima conexión con su papel en la práctica, como: "el conocimiento matemático usado para llevar a cabo el trabajo de enseñanza de las matemáticas. Ejemplo de este trabajo de enseñanza incluye explicar términos y conceptos a los estudiantes, interpretar sus afirmaciones y soluciones, juzgar y corregir el tratamiento que los libros de texto realizan sobre determinados tópicos, usar representaciones con exactitud en la clase, proporcionar a los estudiantes ejemplos de conceptos matemáticos, algoritmos y pruebas" (Hill, Rowan y Ball, 2005, p. 373).

Ball, Hill y Bass (2005) afirman que este conocimiento está formado por dos elementos claves: el conocimiento matemático común y el conocimiento matemático especializado. Por conocimiento común se refieren a aquél que cualquier adulto bien formado debería tener, mientras que el conocimiento especializado es el conocimiento específico del trabajo de enseñanza y sólo los profesores necesitan tenerlo.

El conocimiento matemático para la enseñanza pone de relieve la especificidad del conocimiento matemático que debe tener el profesor (frente al conocimiento matemático para otras competencias o profesiones), y ha de responder a las demandas de la práctica de la enseñanza en la escuela (Moreira y David, 2008). Así, el profesor de matemáticas debe ser capaz de descomprimir el conocimiento matemático, para que sus estudiantes puedan reconstruirlo; debe ser capaz de ayudar a sus alumnos a que conecten las ideas matemáticas que están aprendiendo (tanto entre tópicos distintos como a lo largo del tiempo); necesita anticipar cómo cambian y crecen las ideas matemáticas, y pensar en los 'horizontes matemáticos' de los alumnos (Ball y Bass, 2003). Este conocimiento del profesor es totalmente necesario para que el alumno aprenda matemáticas, tal como nosotros lo entendemos.

El diseño didáctico como vía de indagación

Con el objetivo de situarnos en el conocimiento profesional del profesor desde la perspectiva de su trabajo (García Blanco, 1999), nos fijaremos en tres momentos respecto de su acción en el aula: la planificación de su enseñanza, su práctica de lo planificado, y su reflexión. La reflexión sobre su práctica no se considerará sólo tras la acción. Serán también de interés las reflexiones del profesor antes y durante su acción

en el aula. Es más, estamos con aquellos autores que relacionan la calidad de dichas reflexiones con la riqueza del conocimiento profesional del profesor.

Además, dicha reflexión será considerada individualmente y en grupo, puesto que no nos interesa tanto determinar cuál es el conocimiento profesional de las distintas profesoras implicadas en el grupo, como extraer características del conocimiento profesional deseable a partir de la práctica.

A medio plazo, nos interesa también indagar sobre la potencialidad del diseño conjunto de material para el aula y el análisis de su puesta en práctica, como vías de enriquecimiento del conocimiento profesional del profesor. En particular, su potencialidad para aprender a problematizar la práctica (Jaworski, 1996, 1998) desde el punto de vista del contenido matemático a enseñar. De este modo, tenemos más garantías de que el desarrollo del profesor sea generativo (Franke et al., 1998).

El entorno de nuestro grupo nos parece especialmente interesante para los planteamientos de este proyecto, puesto que defendemos que es en entornos colaborativos de aprendizaje compartido donde el profesor podrá desarrollarse profesionalmente, a través del análisis de su práctica. El trabajo en estos entornos debe ser además parte de su práctica profesional.

El tema matemático elegido: la orientación espacial

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) sugiere que la enseñanza de las matemáticas en la escuela debe prestar más atención a la comprensión de objetos geométricos y sus relaciones y al uso de la geometría en la resolución de problemas, y menos atención a la memorización de vocabulario, hechos y relaciones geométricas. Asimismo, el National Council of Supervisors of Mathematics (1989) incluyó la geometría como una de las doce componentes de las matemáticas esenciales para el siglo XXI, y por su parte, el NCTM (1989, p. 112) propuso que el curriculum incluyera el estudio de la geometría de una, dos y tres dimensiones en variedad de situaciones de modo que los estudiantes, al finalizar el actual 2º de E.S.O., fueran capaces de:

- *identificar, describir, comparar y clasificar figuras geométricas;*
- *visualizar y representar figuras geométricas con atención especial al desarrollo del sentido espacial;*
- *explorar transformaciones de figuras geométricas;*

- *representar y resolver problemas usando modelos geométricos;*
- *comprender y aplicar propiedades y relaciones geométricas;*
- *desarrollar una apreciación de la geometría como medio de describir el mundo físico.*

Esta orientación forma parte de la propuesta formulada por el NCTM (2000) para la enseñanza de las matemáticas desde infantil a secundaria, y la mayoría de los currículos se han expresado en términos similares.

Por consiguiente, es pertinente tomar como concreción del objeto de investigación la enseñanza y el aprendizaje de contenidos geométricos. A esta concreción la hemos llamado orientación espacial, con el propósito de enfatizar las dimensiones de representación, orientación y visualización inherentes al conocimiento geométrico, como puede leerse arriba, y que al mismo tiempo es compatible con las cuatro dimensiones de la geometría propuestas por Usiskin (1987, en Clements y Battista, 1992): *a) visualización, dibujo y construcción de figuras, b) estudio de aspectos espaciales del mundo físico, c) uso como vehículo de representación de conceptos y relaciones matemática no visuales, y d) representación como un sistema matemático formal* (p. 420).

Un asunto que subyacerá al enfoque de este trabajo es el desarrollo del razonamiento geométrico[6], en el que habremos de considerar actualizaciones de la teoría de los van Hiele en las que se proponen transiciones entre niveles, su aplicación a la geometría de los sólidos (Guillén, 1997), así como la necesidad de analizar, incluso en el mismo nivel, diferentes tipos de razonamiento (Clements y Batista, 2001; Gutiérrez et al., 1991).

4. METODOLOGÍA (Técnicas e instrumentos de recogida de datos y del tratamiento de la información)

Objetivos

- Obtener una propuesta inicial para la elaboración de un instrumento de análisis del conocimiento del profesor para enseñar un contenido matemático a distintos niveles.
- Innovar en nuestra propia práctica a partir de la reflexión sobre ella desde una

[6] Battista (2007) presenta una extensa recopilación de estudios y perspectivas al respecto.

perspectiva investigadora.

Informantes

Las profesoras que nos servirán de referente para extraer los elementos del conocimiento profesional deseable respecto de la enseñanza de los contenidos, serán las cuatro profesoras que forman parte de nuestro grupo (de Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria), así como la estudiante para maestro.

De este modo queremos dar cuenta de una doble perspectiva. Primero, siendo coherentes con nuestra concepción de la formación inicial y permanente del profesor como un continuo (Carrillo, Coriat y Oliveira, 1999), nos interesan también las necesidades que puedan poner de manifiesto un profesor novel o futuro profesor. En el caso de la estudiante para maestro, la práctica propia en sentido completo sería sustituida por la implicación en el diseño conjunto y la puesta en práctica en el aula de compañeras del proyecto.

Por otra parte, al abarcar las tres etapas educativas, queremos dibujarnos ese horizonte que el profesor debe conocer sobre el conocimiento matemático de sus alumnos y situarnos en él para detectar necesidades. Esto esperamos que nos permita detectar tanto necesidades específicas del profesor de cada etapa, como necesidades generales del profesor respecto de la enseñanza de dichos contenidos.

Fases

Dada la duración de este proyecto (un año) y la necesidad de compaginarlo con nuestro quehacer docente, nuestra propuesta de investigación se abordará en dos etapas, la primera de las cuales corresponde al proyecto que nos ocupa.

Por otra parte, para aprovechar al máximo las diferencias de “background” de los miembros del grupo, el conjunto de sus componentes a veces se dividirá en subgrupos de investigación, como a continuación detallaremos.

ETAPA 1 (2009)

- Primer análisis del contenido desde el punto de vista matemático y curricular (en dos subgrupos: a) Maestra de Ed. Infantil, Maestra de Primaria y estudiante para Maestro; b) profesoras de Secundaria). Elaboración de sendos documentos

que plasmen cuáles son las ideas matemáticas centrales respecto del contenido en cada etapa (cada grupo la suya correspondiente) y las conexiones entre ellas.

- Presentación y discusión en el gran grupo de los dos documentos anteriores. Primera reflexión sobre el horizonte del contenido matemático desde Infantil hasta Secundaria y sobre necesidades profesionales.
- Discusión de casos sobre la enseñanza de estos contenidos en dichas etapas (elaborados de otras investigaciones o extraídos de experiencias personales o de compañeros).
- Lectura y discusión sobre bibliografía disponible respecto de la enseñanza y aprendizaje del contenido.
- Diseño de actividades para Educación Infantil, Primaria y Secundaria obligatoria para trabajar el contenido (propuestas desde la resolución de problemas, buscando la potenciación de las competencias básicas; alguna de las actividades se diseñarán en entornos TIC)[7].
- Elaboración a partir de los pasos anteriores de una propuesta inicial de descriptores y medidas del conocimiento del profesor para la enseñanza de esos contenidos.

ETAPA 2 (2010)

Aunque no corresponda a este proyecto, en el año siguiente completaríamos el diseño, pondríamos en práctica las actividades diseñadas y extraeríamos información sobre las necesidades de las profesoras durante la práctica y en el análisis posterior de la misma.

Recogida de información

Para acometer este estudio necesitamos un planteamiento metodológico basado en el estudio de casos, pues pretendemos comprender una realidad en profundidad, no establecer generalidades (Stake, 1998). Los datos provendrán de la aplicación de métodos cualitativos. Las herramientas metodológicas que aplicaremos son las que siguen:

a) estudio de bibliografía relacionada

[7] Es previsible que este año no podamos abordar el diseño de actividades para las tres etapas, por lo que el año siguiente se completaría dicho diseño.

b) cuestionarios y entrevistas (individuales y colectivas) a los profesores participantes

c) diseño de actividades matemáticas (algunas de ellas en soporte TIC),

En la segunda etapa, además de los instrumentos anteriores, serían instrumentos de recogida de información útiles el diario del profesor y la observación de las sesiones de clase.

5. RESULTADOS ESPERADOS

-Propuesta inicial de descriptores y medidas del conocimiento profesional del profesor para la enseñanza de la orientación espacial.

Se obtendrán como resultados secundarios:

-Actividades sobre orientación espacial para Educación Infantil, Primaria y ESO (orientadas desde la resolución de problemas, buscando la potenciación de las competencias básicas y usando, en algunos casos, el formato TIC).

-Documento de síntesis de nuestro análisis del contenido matemático y curricular relacionado con la orientación espacial en los tres ciclos (E. Infantil, Primaria y ESO)

6. PLANIFICACIÓN (Fases de trabajo, distribución de tareas y temporalización)

Hemos indicado las fases en el apartado 4. Aquí presentamos de manera detallada la planificación del trabajo:

FECHA	ACTIVIDAD	MIEMBROS IMPLICADOS
Enero de 2009	Análisis del contenido en Educación Infantil y Primaria. Elaboración de un documento resumen 1.	Maestras de Infantil y Primaria y Estudiante para Maestro.
	Análisis del contenido en Educación Secundaria. Elaboración de un documento resumen 2.	Profesoras de Secundaria
	Elaboración de casos de enseñanza extraídos de la investigación, así como selección y preparación de lecturas para la fundamentación teórica.	Investigadores
Febrero de 2009	Presentación y discusión de los documentos 1 y 2.	Todos
	Primera reflexión sobre el horizonte del contenido matemático desde	Todos

	Infantil hasta Secundaria y sobre necesidades profesionales	
	Elaboración de casos extraídos de la práctica personal.	Todos
Marzo y abril 2009	Discusión de casos	Todos
	Lectura y discusión sobre bibliografía disponible respecto de la enseñanza y aprendizaje del contenido	Todos
Mayo-septiembre 2009	Diseño actividades	Todos
Octubre y noviembre 2009	Elaboración de propuesta inicial de descriptores y medidas del conocimiento del profesor para la enseñanza de esos contenidos	Todos
Diciembre	Elaboración de la memoria	Todos

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ball, D.L. (1989). Research on Teaching Mathematics: Making Subject Matter Knowledge Part of the Equation. En Brophy, J. (Ed.) *Advances in Research on Teaching*, vol.2. Greenwich: JAI Press.

Ball, D.L. (2000): Bridging practices. Interwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. En *Journal of Teacher Education*, Vol. 51 (3), pp. 241-247).

Ball, D. L. (2002, summer): Knowing mathematics for teaching: Relations between research and practice. In *Mathematics and Education Reform Newsletter*, 14 (3), 1-5.

Ball, D. L Y Bass, H. (2003): "Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. En B. Davis y E. Simmt (Eds.), *proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, Edmonton, AB: CMESG/GCEDM

Ball, D. L., Hill, H. C. y Bass, H. (2005): 'Knowing Mathematics for Teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?' *En American Educator*. Pp. 14-46

Battista, M.T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F.K. Lester, Jr. (ed) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics.

Brophy, J. (1999). *Teaching*. Educational Practices series UNESCO with the International Academy of Education and the International Bureau of Education.

Carrillo, J. (2001). Aprender desde la resolución de problemas. En I. Lopes, J. Silva & Paulo Figueiredo (eds) *Actas do ProfMat 2001* (71-80). Vila Real, Portugal:

Associaçao de Profesores de Matemática.

Carrillo, J. y Climent, N. (2003). El caso del desarrollo profesional de una maestra. En J. Murillo, P.M. Arnal, R. Escolano, J.M. Gairín y L. Blanco (eds) Investigación en Educación Matemática. Actas del VI Simposio de la SEIEM (Logroño, 2002) (p. 47-67). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Zaragoza: Universidad de La Rioja.

Carrillo, J. & Climent, N. (2006). Analysing teaching practice in collaborative environments. En G. Nickmans, M. Bosmans & L. Brants (eds) *First European Conference for Practice-based and Practitioner Research. Improving quality in teaching and learning: developmental work and implementation challenges* (p. 19-20). University of Leuven, 19-21 octubre. European Association for Research on Learning and Instruction (EARLI) and Centre for Research on Teaching and Teaching (COD).

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. & Muñoz, Mª C. (2007). Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Ejemplificación en un entorno colaborativo. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(1), 33-44.

Carrillo, J., Climent, N., Gorgorió, N., Rojas, F. & Prat, M. (2008). Análisis de secuencias de aprendizaje matemático desde la perspectiva de la gestión de la participación. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(1), 59-68.

Carrillo, J., Coriat, M. y Oliveira, H. (1999). Teacher education and investigations into teacher's knowledge. En K. Krainer & F. Goffree (eds.) *On Research in Mathematics Teacher Education.. From a Study of Teaching Practices to Issues in Teacher Education*. Osnabrück: University of Osnabrück. Chapter 3. Pp. 99-145

Castro, E. y Molina, M. (2005). Rendimiento en competencias matemáticas de los estudiantes españoles en el Informe PISA 2003. *Padres y Madres de Alumnos*, Revista de la CEAPA, 82.

Clements, D.H. y Battista, M.T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D.A. Grouws (ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: NCTM & Macmillan.

Clements, D.H. y Battista, M.T. (2001). *Logo and Geometry. Journal for Research in Mathematics Education Monograph*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Climent, N. (2005). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*. Michigan: Proquest Michigan University (www.proquest.co.uk).

Climent, N. & Carrillo, J. (2002a). Una propuesta para la formación inicial de maestros. Ejemplificación: los triángulos, una situación de primaria. *Revista EMA. Investigación e innovación en educación matemática*, 7(2), 171-205.

Climent, N. & Carrillo, J. (2002b). Developing and researching profesional knowledge with primary teachers. En J. Novotná (ed) *European Research in Mathematics Education II, Proceedings of the CERME 2*, 269-280. Praga: Charles University.

Climent, N. & Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. Una experiencia en Matemáticas con maestras. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(3), 387-404.

Climent, N. & Carrillo, J. (2007a). El uso del vídeo para el análisis de la práctica en

entornos colaborativos. *Investigación en la Escuela*, 61, 23-35.

Climent, N. & Carrillo, J. (2007b). El análisis de clases de matemáticas en la formación inicial del maestro. Un estudio exploratorio. *Investigación en educación matemática* XI, 307-314.

Cobb, P. (1995): Continuing the Conversations: A response to Smith. In Educational Researcher, Vol. 24 (7), pp. 25-27)

Cobb, P.; Jaworski, B. Presmeg, N. (1996): Emergent and sociocultural views of mathematical activity. En L. Steffe y P. Nesher (eds), Theories of mathematical learning. New Jersey: Lawrence Erlbaum associates publishers,

Estepa, J. (2000). El conocimiento professional de los profesores de Ciencias Sociales. En Pagés, J.; Estepa, J. y Travé, G. (Eds.) *Modelos, contenidos y experiencias en la formación profesional del profesorado de Ciencias Sociales*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

Franke, M.L. et al. (1998). Understanding teachers' self-sustaining, generative change in the context of professional development *Teaching and Teacher Education*, 14(1), 67-80.

García Blanco, M. (1997). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas*. *El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*. Sevilla: GIEM-Universidad de Sevilla.

González, M.J. y Lupiáñez, J.L. (2005). ¿Qué valor social tiene el conocimiento matemático? *Padres y Madres de Alumnos*, Revista de la CEAPA, 82.

Guillén, G. (1997). El modelo de van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje. Tesis doctoral Universitàt de Valencia (Publicada en 1999 en la colección Tesis doctorales en microfichas).

Gutiérrez, A., Jaime, A. & Fortuny, J.M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 237-251.

Hatfield, L. (1978). Heuristical Emphases in the Instruction of Mathematical Problem Solving: Rationales Research. En L. Hatfield, y D. Bradbard (eds) *Mathematical Problem Solving: Papers from Research work shop*. Ohio: ERIC/SMEAC.

Hill, H., Rowan, B., y Ball, D. L. (2005): Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement. *American Education Research Journal*, 42 (2), pp. 371-406.

IE (2007). *PISA 2006. Informe español*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

INECSE (2004a). *Aprender para el mundo de mañana. Resumen de resultados PISA 2003*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

INECSE (2004b). *Evaluación PISA 2003. Resumen de los primeros resultados en España*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

INECSE (2005). *PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

JAWORSKI, B. (1996). A study of teachers inquiry into the processes of mathematics teaching. *Proceedings of the XX PME*, vol. 3, 129-136. Valencia: España.

JAWORSKI, B. (1998). Mathematics teacher research: Process, practice and the development of teaching *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(1), 3-31.

KRAINER, K. (1999). Teacher education and investigations into teacher education: A conference as a learning environment. En Krainer, K.; Goffree, F. y Berger, P. (Eds.) *European Research in Mathematics Education I.III. On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik. Osnabrück, Alemania. Cap.1, pp. 13-39.

Llinares, S. & Krainer, K. (2006): "Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners". En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, 429-459. Sense Publishers B.V. (Rotterdam, The Netherlands)

LOCE**:** Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación (B.O.E. nº 307, de 24 de diciembre de 2002)

LOE**:** Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (B.O.E. nº 106, de 4 de mayo de 2006)

LOGSE**:** Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo (B.O.E. nº 238, de 4 de octubre de 1990)

Marín, A. y Guerrero, S. (2005). Una lectura del informe PISA desde la Secundaria. *Padres y Madres de Alumnos*, Revista de la CEAPA, 82.

Moreira, P.C. & David, M.M. (2008). Academic Mathematics and Mathematics Knowledge Needed in School Teaching Practice: Some Conflicting Elements. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(1), 23-40.

Muñoz-Catalán, C.; Carrillo, J. & Climent, N. (2006a). The transition from initial training to the immersion in practice. The case of a mathematics primary teacher. En M. Bosch et al. (eds) *Proceedings of the Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Pp. 1526-1536. Sant Feliú de Guixols, España. 17-21 febrero 2005. Barcelona: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.

Muñoz-Catalán, M.C., Carrillo, J. & Climent, N. (2006b). La reflexión de una maestra de matemáticas en el *Practicum* y en los inicios de su práctica docente. En P. Bolea, M.J. González y M. Moreno (eds) *Investigación en Educación Matemática. Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Huesca: Universidad de Zaragoza. (p. 217-224)

Muñoz-Catalán, M.C., Carrillo, J. & Climent, N. (2007). The professional development of a novice teacher in a collaborative context: An analysis of classroom practice. En D. Pitta-Pantazi, G. Philippou et al (eds) *Proceedings of the V Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5)*. Larnaca, Chipre: University of Cyprus. (1935-1944)

National Council of Supervisors of Mathematics (1989). Essential Mathematics for the twenty-first Century. *Mathematics Teacher*, 82, 470-474.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.

Nunokawa, K. (2005). Mathematical problem solving and learning mathematics: What

we expect students to obtain. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 325-340.

OCDE (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. París: OCDE.

OCDE (2004). *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003*. París: OCDE.

OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana*. Madrid: Santillana.

Orden de 28 de junio de 2006, por la que se regulan las pruebas de la evaluación de diagnóstico y el procedimiento de aplicación en los centros docentes de Andalucía sostenidos con fondos públicos. (B.O.J.A. nº 150, de 4 de agosto de 2006)

Pajares, R., Sanz, A. y Rico, L. (2004). *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

Recio, T. y Rico, L. (2005). El informe PISA 2003 y las matemáticas. *El País*, 24-01-05.

Rico, L. (2005). La alfabetización matemática y el proyecto PISA de la OCDE. *Padres y Madres de Alumnos*, Revista de la CEAPA, 82.

SHULMAN, L.S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos.* Madrid, España: Ediciones Morata.

Stylianides, A.J. y Ball, D.L. (en prensa). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of Mathematics Teacher Education*.

7. PERSONAL QUE COLABORA EN EL PROYECTO

Profesorado y personal docente de las universidades andaluzas

Apellidos y nombre	NIF.	Categoría	Facultad y Universidad
Climent Rodríguez, Nuria	29.052.120-S	Profesora Colaboradora	Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Huelva
Carrillo Yánez, José	29.746.085-R	Titular de Universidad	Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Huelva
Muñoz Catalán, Mª Cinta	48.920.899-Z	Profesor Asociado a tiempo parcial	Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de

			Huelva
Investigadores e investigadoras de centros públicos de investigación andaluces			
Apellidos y nombre	NIF	Centro de investigación	
Díez Fernández, Alice	30.185.660-T	Universidad de Huelva. Grupo DESYM (HUM-068)	
Alumnos de los dos últimos cursos de las facultades de Ciencia de la Educación o que cursen estudios de postgrado en Educación			
Apellidos y nombre	NIF	Facultad y Universidad	
González Cabrera, Águeda (aluma de 3er curso de Maestro de E. Primaria)	44.239.573-Q	Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Huelva	
Sosa Guerrero, Leticia (alumna de postgrado)	Pasaporte: 06350019049	Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Huelva	