Un entorno colaborativo como contexto de desarrollo del maestro de Primaria

Nuria Climent
ENCONTRO TEMÁTICO "A MATEMÁTICA NO 1º CICLO"
Albufeira
21 de abril de 2006

Estructura de la presentación

1. ***¿Qué etapa comprende la educación Primaria y qué materias enseña el maestro de Primaria en España?***
2. ***¿Qué voy a narrar en esta presentación?***
3. ***¿Qué es el PIC?***
   3.1 ***Composición***
   3.2. ***Génesis***
   3.3. ***Evolución***
4. ***¿Cuáles son sus bases?***
   4.1. ***La resolución de problemas como metodología en el aula de matemáticas***
   4.2. ***El conocimiento profesional del profesor para la enseñanza de la matemática***
   4.3. ***Las concepciones del profesor sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática***
   4.4. ***El desarrollo profesional***
   4.5. ***La investigación colaborativa***
   4.6. ***La buena práctica***
   4.7. ***La gestión del profesor de la participación en el aula de matemáticas***
   4.8. ***La importancia del análisis de la práctica y el uso de casos o situaciones reales***
5. ***¿Qué trabajo hemos desarrollado en el PIC?***
   5.1. ***Tipo de actividades***
      5.1.1. Lectura y discusión de documentos
      5.1.2. Diseño de actividades para el aula
      5.1.3. Análisis conjunto de sesiones de clase de las maestras
      5.1.4. Análisis de actividades TIC para el aprendizaje de la matemática en Primaria
      5.1.6. Abordaje de tareas matemáticas
      Debate sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática en Primaria
   5.2. ***Estructura de las sesiones y dinámica de trabajo***
   5.3. ***Nuestra perspectiva de nuestro desarrollo profesional***

6. ***¿Qué consideramos haber conseguido con el trabajo realizado?***
7. ***Obstáculos encontrados***
8. *¿Qué puede ser útil de esta experiencia para otros maestros?*
9. ***¿Qué nos parece clave en un proceso de formación de estas características?***

1. ***¿Qué etapa comprende la educación Primaria y qué materias enseña el maestro de Primaria en España?***

Nivel educativo	Edad de los alumnos	Profesor que lo imparte	Formación del profesor
Educación Infantil (3 cursos)	3-6 años	Maestro de Primaria	Diplomatura de Maestro (3 años)
Educación Primaria (6 cursos)	6-12 años	Maestro de Primaria	Diplomatura de Maestro (3 años)
Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.) (4 cursos)	12-16 años	Profesor de Secundaria*	Licenciatura disciplinar (5 años)
Bachillerato (2 cursos)	16-18 años	Profesor de Secundaria	Licenciatura disciplinar (5 años)

* También Maestros de Primaria con determinadas condiciones (experiencia profesional).

Especialidades actuales de Maestro (L.O.G.S.E., 1992) y áreas o dominios de enseñanza que le competen:

- Maestro especialista en Ed. Infantil (enseñanza en nivel de Ed. Infantil)
- Maestro especialista en Ed. Primaria (matemáticas, conocimiento del medio, lengua castellana y literatura, educación artística)
- Maestro especialista en Lengua Extranjera (inglés y/o francés)
- Maestro especialista en Educación Musical (música)
- Maestro especialista en Educación Física (Educación Física)
- Maestro especialista en Educación Especial (apoyo a niños con necesidades educativas especiales)
- Maestro especialista en Audición y lenguaje (apoyo a niños con necesidades educativas especiales en audición y lenguaje)

[En su caso, 1º ciclo do ensino básico es 6-10 años y 2º ciclo 10-12].

2. ***¿Qué voy a narrar en esta presentación?***

Finalidad: contar la experiencia desarrollada en un trabajo durante 5 años en un grupo de maestras de Primaria y formadores-investigadores del área de Didáctica de la Matemática.
Intentar hacer transparente cómo ha funcionado dicho grupo, en qué ha consistido su trabajo y qué ventajas y problemas le encontramos.
Pensar en voz alta, por último, sobre lo que puede aportar esta experiencia a otros profesores.
(Ir a esquema de la presentación).

3. ***¿Qué es el PIC?***

3.1. *Composición*

El grupo de trabajo al que denominamos P.I.C está compuesto en la actualidad por tres maestras de Primaria, dos formadores de profesores-investigadores del área de

Didáctica de la matemática, y dos investigadoras del área (una de ellas, profesora de Secundaria y actualmente inspectora de Educación).

3.2. ***Génesis***

Este grupo debe su nombre al proyecto inicial en torno al cual se originó (Proyecto de investigación colaborativa *Resolución de problemas en primaria a través de una investigación colaborativa*, acogido a la convocatoria de 1999 de proyectos de investigación educativa de la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía).

Posteriormente, el gobierno andaluz ¿ha eliminado dicha convocatoria o no hemos sido aceptados? Actualmente el grupo está reconocido como grupo de trabajo del Centro de Profesores de Huelva y como parte del grupo de investigación DESYM de la Universidad de Huelva.

Resolución de problemas en primaria a través de una investigación colaborativa (P.I.C. 99-00):

El interés inicial de la investigación partió de las maestras. Su preocupación por la mejora de su práctica les llevó a buscar la colaboración de los formadores:

> *[Nuestra implicación en el proyecto] surgió como un deseo y de una necesidad, puesto que ya nosotras estábamos trabajando juntas en un grupo de trabajo pero en el área de lenguaje, y a partir de ahí surgieron una serie de inquietudes [...] en otras áreas, como por ejemplo la de matemáticas. Y nos llevó a plantearnos cosas... a ver que teníamos muchas carencias, que necesitábamos de orientaciones... en fin, todas esas cosas que, si te vas preguntando te vas dando cuenta de que las tienes. [...] en el área de [...] matemáticas, que [...] una vez que analizamos todas confesamos que teníamos grandes necesidades formativas (a nivel de recursos, a nivel de didáctica, a nivel de conocimientos matemáticos), porque veíamos muchísimas carencias que tenemos y no estábamos conformes con cómo estábamos llevando las clases.*
>
> *Además, los cursos que habíamos llevado a cabo pues pensábamos que habían sido cursos que no nos satisfacían porque... a lo mejor eran demasiado teóricos, o a lo mejor se trabajaban contextos que no se correspondían con los que nosotros teníamos [...]. También notábamos que en estos cursos o cursillos había una teoría que a nosotras nos resultaba difícil de extraer para aplicar en nuestra realidad, en nuestra escuela. Por otra parte eran cursillos que nos informaban mucho, pero en cuanto a la formación no nos llegaba a servir. En fin, por todo esto decidimos tomar contacto con profesores de la universidad. [...] les contamos esas necesidades que teníamos y lo que nosotros pretendíamos (que era bastante lejano de lo que al final se desarrolló). Nosotros pretendíamos una orientación... que nos ayudaran de alguna manera o nos asesoraran, porque no conocíamos otra cosa, y el resto del tiempo nosotros trabajaríamos como lo estábamos haciendo en el área de lengua (en un grupo de trabajo, en el que sólo hubiera maestras).*
>
> [Transcripción de la intervención de las maestras en las jornadas sobre Investigación en Educación Matemática, Huelva, 2001]

Tras unas primeras sesiones en las que discutimos las posibilidades de un trabajo conjunto y su orientación, decidimos emprender un camino, no de formación externa proporcionada a las maestras por los formadores, sino de investigación en y sobre su propia práctica para confrontarla con otros modos de enseñanza de la materia.

Por su parte, a los investigadores también les interesaba colaborar con las maestras, dentro de su programa de investigación sobre el conocimiento profesional.

El diseño previo del plan de actuación fue realizado de manera conjunta por todos los miembros del equipo mediante el consenso respecto de los diversos intereses de los participantes y la vía de alcanzarlos en un proyecto común.

La ***resolución de problemas*** fue el nexo de unión de los dos colectivos desde un primer momento. Las maestras vislumbraban la puesta en práctica de una metodología basada en la resolución de problemas como vía de mejorar su actuación en el aula de matemáticas. Los formadores estaban convencidos de las bondades de la resolución de problemas como metodología (aunque no única) para la enseñanza de las matemáticas en primaria y, al mismo tiempo, como vía de formación para los propios maestros.

Ambos colectivos buscaban su mejora profesional. Parecía claro que debíamos partir del análisis de la situación inicial. Además, esa mejora debía "tomar el rumbo" que el propio grupo considerara deseable y ser mantenida por los interesados. Esto nos llevó a pensar en ***desarrollo profesional*** más que en cambio. Lo fundamental era la reflexión sobre la propia práctica y el conocimiento profesional, así como, indisociablemente, sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en general y el papel en éstos de la resolución de problemas. Como fruto de esa reflexión esperábamos que se produjera la toma de conciencia personal sobre la actuación y el conocimiento profesional y su eventual modificación.

Finalmente, y en relación con lo anterior, no pensábamos que el papel de los formadores/investigadores debía ser el de dirigir la investigación y el de las maestras prestarse a estas directrices. Sí éramos conscientes de las diferencias formativas, de intereses y de experiencias de los dos colectivos, pero buscábamos respetar y sacar partido para todos de esas diferencias. Las maestras, como expertas en la enseñanza de la matemática en primaria, tenían mucho que decir en una investigación sobre la resolución de problemas en el aula de primaria. Los formadores, como expertos en investigación en didáctica de la matemática, también tenían mucho que decir en una investigación sobre la resolución de problemas en el aula de primaria. El tipo de estructura, por tanto, que parecía encajar con lo que teníamos en mente era la de una ***investigación colaborativa***.

Los problemas de investigación que nos planteábamos en nuestros inicios fueron:

a) *nuestro desarrollo profesional a través de la investigación colaborativa sobre resolución de problemas,*

b) *indagar sobre las capacidades necesarias (relacionadas con el conocimiento profesional deseable[1]) para desarrollar una metodología*

[1] Por *conocimiento profesional deseable* entendemos aquel conocimiento que de manera ideal debería tener el profesor para la enseñanza de las matemáticas en el nivel educativo en que trabaja. No se restringe a conocimiento académico. Consideramos también en él capacidades (como capacidad de autocrítica y habilidad para reflexionar), concepciones sobre la materia y su enseñanza y su aprendizaje, y conocimiento práctico (como saber distinguir el aprendizaje que se está produciendo en alumnos

de resolución de problemas en el trabajo en el área de matemáticas con nuestros alumnos de primaria,

c) *indagar sobre el modo de desarrollar estas capacidades, y concepciones adecuadas para el trabajo con resolución de problemas, en una investigación colaborativa.*

(Extraído de la memoria final del proyecto, p. 29).

Éstos se concretaban en los objetivos:

1) *Reflexionar sobre las concepciones más adecuadas para desarrollar una metodología basada en la resolución de problemas en nuestro trabajo con los alumnos en el área de matemáticas.*
2) *Desarrollar el conocimiento teórico-práctico sobre una metodología basada en la resolución de problemas.*
3) *Favorecer nuestro desarrollo profesional, poniendo de manifiesto aspectos mejorables en nuestra actuación docente en lo relativo al área de matemáticas y a su contribución en la formación integral del alumno, así como en lo que se refiere a la evolución de nuestras concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje.*
4) *Construir una propuesta de cuál debe ser el conocimiento profesional deseable del maestro de primaria y el papel de la resolución de problemas en éste, desde la realidad educativa.*
5) *Desarrollar la formación permanente a través de la investigación en el aula.*
6) *Contribuir a la mejora del aprendizaje de nuestros alumnos, al tratamiento de las diferencias de aprendizaje y a su educación en valores, mediante nuestro acercamiento a una metodología de trabajo vía resolución de problemas.*
7) *Desarrollar en nuestros alumnos actitudes de autoestima y de respeto hacia sí mismo y hacia los demás para enfrentarse a situaciones problemáticas.*
8) *Adquirir por parte de nuestros alumnos el uso de estrategias para mejorar el nivel de razonamiento lógico-matemático.*
9) *Desarrollar capacidades que permitan mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.*

(Extraído de la memoria final del proyecto, pp. 29-30).

[destacar 1-2+ 6-8 (foco rp en el aula), 3-4 (foco más teórico)]

Hemos de reconocer que a medida que ha transcurrido el trabajo conjunto nuestro enriquecimiento mutuo ha hecho que la distancia entre los dos mundos de experiencia que en principio nos son propios (la enseñanza en primaria y la investigación[2]) ha disminuido. Sin que ninguno de los colectivos haya alcanzado en el otro terreno la maestría del colectivo correspondiente, podemos decir que los formadores sabemos un poquito más que antes de la realidad de un aula de primaria y los maestros saben un poquito más sobre cómo se investiga en Educación Matemática. Las diferencias iniciales, sin embargo, eran muy notables. Esto hizo que en el diseño inicial del

concretos y saber adecuar la enseñanza a éste). Aunque consideramos que debe tener componentes específicas de la enseñanza y el aprendizaje de la materia y componentes generales (de la enseñanza y el aprendizaje) nos fijaremos en las primeras, por ser sobre las que podemos incidir desde nuestro área de conocimiento.

[2] Hay otro mundo de experiencia: el de la formación de maestros, al que después nos referiremos.

proyecto parte de la terminología usada perteneciese a la propia de los formadores (*investigación colaborativa*, *desarrollo profesional*). No así las ideas sobre cuál era nuestro plan.

El trabajo desarrollado en estos dos cursos consistió principalmente en:

Curso 99-00

- Análisis de investigaciones y documentos curriculares sobre la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática.
- Análisis de la práctica de cada maestra con el referente de la puesta en práctica de la resolución de problemas en el aula (Videograbación y análisis conjunto de sesiones de clase de las maestras).
- Discusiones sobre la puesta en práctica de una metodología de resolución de problemas en el aula de matemáticas (al hilo de los dos puntos anteriores).
- Discusiones sobre el conocimiento profesional que debe tener el maestro para llevar a la práctica una metodología de resolución de problemas en el aula de matemáticas y sobre nuestras necesidades.

Curso 00-01

- Elaboración de una unidad didáctica, su puesta en práctica y su evaluación.

3.3. ***Evolución***

Como resultado de lo realizado durante los cursos 99-00 y 00-01, se consolidó un grupo de trabajo estable, con el que nos sentíamos satisfechos tanto personal como profesionalmente. Todos veíamos la oportunidad única que éste nos ofrecía para aprender más sobre la enseñanza de la matemática de cara a nuestras profesiones (cubriendo lagunas de cada uno de los colectivos).

Frente a esto, pesaba el esfuerzo que había que dedicarle (extra a nuestras tareas profesionales y sin apenas reconocimiento externo).

Lo anterior ha llevado a que el P.I.C. haya seguido trabajando hasta la actualidad, con periodos de inactividad (dos cursos académicos no consecutivos).

Durante este tiempo ha ido cambiando en algunos aspectos, adaptándose a las circunstancias e intereses del momento, y, a su vez, consolidando algunos otros aspectos que le han hecho tener su personalidad. Han ido cambiando sus componentes (con incorporaciones a los del primer proyecto) y evolucionando sus focos de interés y modos de abordarlos.

El cuadro adjunto (CUADRO --) sintetiza esta evolución.

4. *¿Cuáles son sus bases?*

4.1. ***La resolución de problemas como metodología en el aula de matemáticas***

Entendemos por tal metodología que la actividad base de aprendizaje del alumno sea la resolución de situaciones matemáticas problemáticas (situaciones para las que no tienen una respuesta dada). El profesor propone dichas situaciones y apoya la reflexión y el trabajo de los alumnos. Coincidiría con la tendencia didáctica investigativa de las descritas en Carrillo (1998) (para el caso del profesor de matemáticas de Secundaria) y Climent (2005) (para el maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática).

Para nosotros la resolución de problemas no es sólo un vehículo especialmente valioso para la enseñanza de la matemática sino que la matemática que se puede aprender con

este vehículo (y otros conocimientos, actitudes y capacidades extramatemáticos) nos hace darle un valor añadido.

4.2. ***El conocimiento profesional del profesor para la enseñanza de la matemática***

Si pensamos en lo deseable (conocimiento profesional deseable) sería lo que el profesor debe saber y saber hacer para la enseñanza de la matemática. No se trata sólo de conocimientos académicos y que pueden enunciarse como proposiciones. Incluye el conocimiento derivado de la experiencia.

Como partes esenciales de este conocimiento (que pueden diferenciarse sólo con fines analíticos) nos interesa el conocimiento de la propia materia (conocimiento de la materia para su enseñanza, Ball, 1990b, 2000; o conocimiento profesionalizado del contenido, Martín y Porlán, 1999, Blanco y Contreras, 2002) y de lo específico de su enseñanza y aprendizaje (conocimiento didáctico del contenido, Shulman, 1986).

Una de las preocupaciones constantes en nuestro proyecto ha sido indagar sobre cuál es el conocimiento profesional deseable del maestro para la enseñanza de la matemática (desde las necesidades que percibimos en nuestra práctica) e intentar ampliar nuestro conocimiento profesional.

4.3. ***Las concepciones del profesor sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática***

Cómo concibe el profesor el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia (cómo ve, por ejemplo, su papel y el del alumno, o a través de qué tipo de actividades considera que se debe organizar la enseñanza) es un elemento fundamental en su práctica.

Aunque somos conscientes de que muchas de estas concepciones no se restringen al terreno de la enseñanza de la matemática (tomando de una visión personal del mundo o cosmovisión) nos preguntamos siempre por la enseñanza de la matemática.

En el PIC nos preocupa:

- hacernos conscientes de cuáles son nuestras concepciones (tanto las que somos capaces de hacer explícitas verbalmente, como aquellas implícitas en nuestras prácticas),
- preguntarnos por cuáles son las concepciones idóneas para una enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas
- buscar la evolución de nuestras concepciones hacia aquéllas consideradas como idóneas.

4.4. ***El desarrollo profesional***

Con desarrollo profesional nos referimos a la mejora profesional del profesor en relación con la enseñanza de la matemática.

Aunque estamos convencidos de la conveniencia de la resolución de problemas como metodología base para la enseñanza de la matemática (pero no única), entendemos esa mejora en términos de nuestra mejor comprensión de la práctica (de los elementos que intervienen en ella y su papel) (Krainer, 1999b; Climent, 2005).

Creemos que somos mejores profesores de matemáticas cuando somos mejores analistas de lo que ocurre y somos más capaces de prever lo que ocurrirá y de adaptarnos a lo que realmente ocurre. Nuestra apuesta es que en ese sentido, seremos más capaces de ajustarnos a lo que necesitan nuestros alumnos y confiamos en que eso redunde positivamente en su aprendizaje (el fin último de nuestro desarrollo).

Este desarrollo profesional debe considerar necesariamente nuestro conocimiento profesional, nuestras concepciones y nuestra capacidad para reflexionar sobre el fenómeno educativo.

La reflexión es para nosotros un elemento clave en este desarrollo, configurándose como medio y referente de ese desarrollo (una práctica reflexiva, Jaworski, 1998).
Nuestra idea de desarrollo profesional necesita de un profesor que determine el rumbo de su desarrollo, qué carencias detecta y qué vías está dispuesto a abordar. Debe estar asimismo dispuesto a asumir la responsabilidad de su desarrollo (para el que tiene un apoyo en el grupo).

4.5. ***La investigación colaborativa y el entorno colaborativo***

Consideramos que el desarrollo profesional del profesor desde la perspectiva antes señalada sería muy difícil y muy limitado si éste no se realiza con el apoyo de un grupo de profesionales. Lo ideal, de este modo, es que este aprendizaje se realice en parte en el seno de un grupo de profesores, que sirva

- para compartir ideas,
- para contrastar las propias y examinarlas de un modo más crítico,
- para considerar otras ideas y perspectivas,
- como apoyo afectivo e intelectual, para abordar tareas que de manera individual serían inmanejables.

En nuestro caso, hemos constatado las ventajas de la hetereogeneidad en los miembros del grupo:

- en cuanto a experiencias y conocimientos (background)
- en cuanto a perspectivas e intereses

Se trata de sacar partido a las diferencias de modo que puedan potenciar el enriquecimiento y el análisis crítico de nuestras ideas.
De ahí que nuestra opción inicial encajaba en lo que entendíamos por investigación colaborativa, en la que los distintos componentes del grupo mantienen roles e intereses diferenciados pero consensúan un plan de acción común (en el que todos participan de manera equitativa) que busca la colaboración mutua para alcanzar tanto los intereses particulares como los intereses compartidos.
Algunos autores se preocupan de la medida en que bajo dicha estructura (la investigación colaborativa) se respete por igual los intereses y el papel de sus distintos miembros. Desde esta perspectiva (Feldman, 1993), nuestro trabajo en el PIC es equitativo en cuanto al establecimiento de objetivos comunes y el diseño conjunto, las tareas que se asumen, la responsabilidad en la marcha del grupo, la identificación de problemas de interés y el establecimiento de cómo abordarlos. Esto no significa que los roles de los distintos miembros del grupo no sean diferentes. De este modo, las maestras son las que aportan problemas y áreas de interés provenientes de su práctica, las que acercan discusiones teóricas a experiencias reales concretas, y tienen un papel fundamental en la toma de conciencia de sus concepciones, ideas y necesidades. Por otro lado, los investigadores juegan un papel más relevante en la introducción de perspectivas de la enseñanza de la matemática provenientes de la investigación, en la propuesta de documentos teóricos y en la propuesta de instrumentos de análisis de la práctica provenientes asimismo de la investigación en el área.
En la actualidad, consideramos que el trabajo en el PIC se ajusta más a un entorno colaborativo como núcleo de reflexión, desarrollo e investigación. En ese sentido, la vertiente de investigación cohabita con la de formación y desarrollo, con igualdad de interés. Además, en nuestro proyecto, coexisten distintos tipos de investigación, con distintos niveles de formalidad y distintos intereses (investigaciones en el terreno más académico, junto con indagaciones sobre nuestra práctica).

4.6. ***La buena práctica***

Una de nociones que nos han sido útiles para avanzar en nuestra comprensión de nuestra práctica ha sido la de buena práctica. Con esto, no nos referimos a una definición universal de lo que es buena práctica en la enseñanza de la matemática. Por el contrario, se trata de aspectos que nuestro grupo considera de buena práctica y, sobre todo, aspectos que dentro del contexto de una situación de aula determinada constituyen para nosotros rasgos de buena práctica.

En cualquier caso, se compartan o no como ejemplos de buena práctica por otros profesores, pueden ser útiles para movilizar las ideas de éstos y hacerlas explícitas. En ese sentido, Goffree, Oliveira, Serrazina y Szendrei (1999) hablan de *paradigmas de buena práctica*, como ejemplos, casos u observaciones que muestren un alto nivel de saber pedagógico y didáctico, práctico y teórico. Estos paradigmas *deberían ser considerados como un rico recurso para los estudiantes para profesor, en los cuales pueden encontrarse muchas buenas razones para aprender lo esencial de la profesión* (p. 156).

4.7. ***La gestión del profesor de la participación en el aula de matemáticas***

Nos interesa la participación de los alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje y el papel del profesor en el fomento de una participación equitativa de éstos. Específicamente queremos indagar sobre qué tipos de participación favorece el profesor en actividades TIC y de resolución de problemas. Para nosotros dicha gestión sería uno de los aspectos a considerar en la caracterización de una buena práctica.

4.8. ***La importancia del análisis de la práctica y el uso de casos***

El análisis con cierto detenimiento de lo que ocurre en una sesión real de clase tiene un valor formativo incuestionable (tanto si es tu propia práctica como si es la de otro compañero, cada variante con sus ventajas e inconvenientes). Además, si ese análisis se realiza con otros profesionales y si, por otro lado, se usan herramientas analíticas que permitan profundizar más en él, aumenta su valía formativa.

Cada profesor pierde un poco el pudor a la privacidad de sus clases y compartir su hacer con otros y ser objeto de escrutinio crítico por ellos es asumido como parte de la profesión, de cara al propio progreso.

El objetivo de dicho análisis tiene en nosotros una doble vertiente desde el punto de vista de nuestro desarrollo: cuestionarnos aspectos de la misma, y tomarla como referencia concreta para mejorar en nuestra comprensión de estas situaciones.

5. *¿Qué trabajo hemos desarrollado en el PIC?*

5.1. ***Tipo de actividades***

En el cuadro sobre la trayectoria del PIC (Cuadro 1) se ha plasmado cuáles han sido las principales actividades desarrolladas durante sus cuatro etapas (5 cursos académicos). Vamos ahora a resaltar aquellas actividades que consideramos pueden ser más ilustrativas del tipo de trabajo que se realiza en el grupo y de su dinámica de funcionamiento:

5.1.1. lectura y discusión de documentos
5.1.2. diseño de actividades para el aula
5.1.3. análisis conjunto de sesiones de clase de las maestras
5.1.4. análisis de actividades TIC para el aprendizaje de la matemática en Primaria
5.1.6. abordaje de tareas matemáticas
5.1.7. debate sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática en Primaria

El gráfico que sigue, expresa las relaciones que se establecen entre pensamiento y acción a través de estas actividades. Después ahondaremos en estas relaciones (al explicar el contenido de cada una de estas actividades en los epígrafes correspondientes).

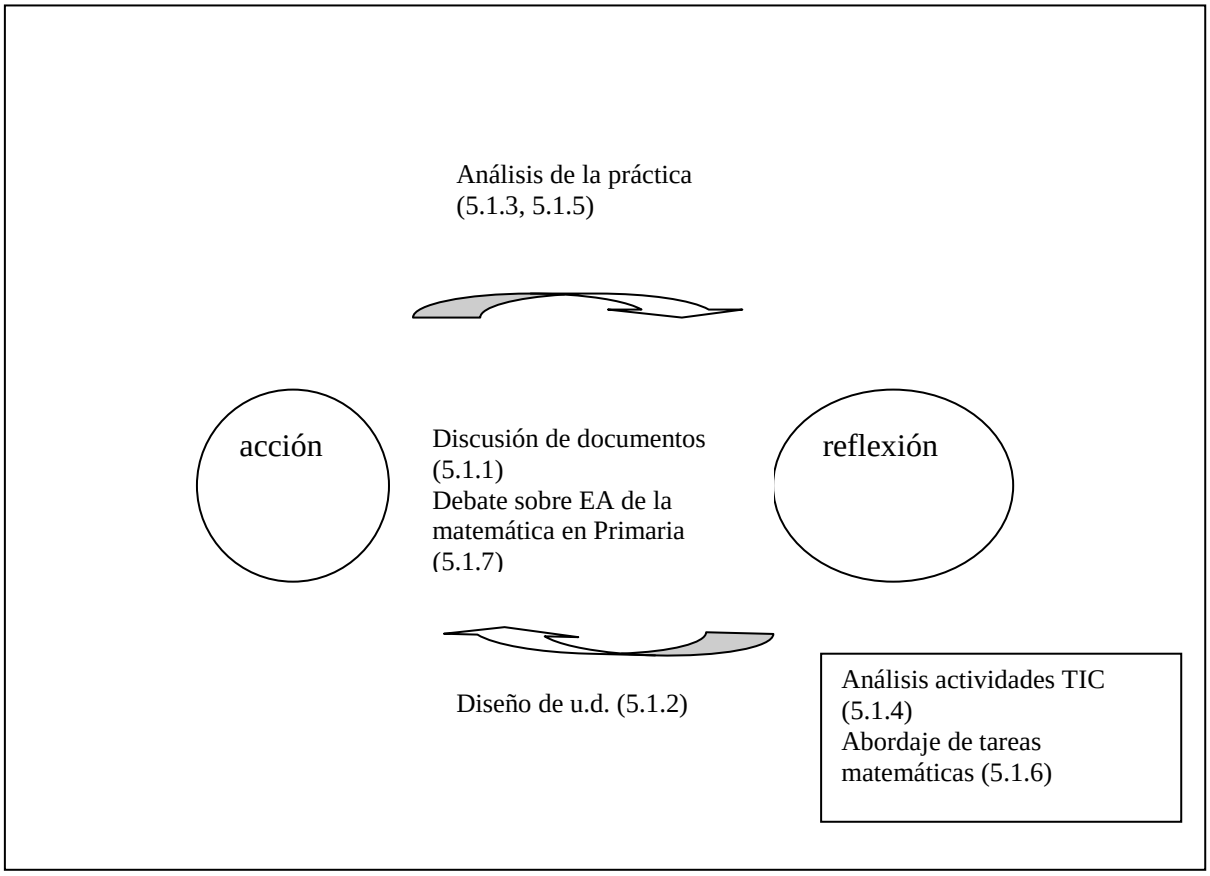


Gráfico 1: Relaciones entre pensamiento y acción a través de las actividades del PIC.

5.1.1. Lectura y discusión de documentos

Este es un pilar básico de nuestro trabajo. Además de enriquecer nuestras reflexiones sobre la enseñanza de la matemática y aspectos particulares de ésta con las ideas de nuestros compañeros del PIC, necesitamos ampliar nuestras perspectivas con aportes externos al grupo, en este caso con aportaciones de trabajos fundamentados desde el estudio y la investigación en el área.

Los documentos trabajados han abordado las distintas temáticas de interés del grupo, junto con aspectos generales de la enseñanza de la materia. En ese sentido, los documentos están en relación con la evolución del grupo y la incorporación de nuevos intereses (resolución de problemas en la enseñanza de la matemática, concepciones del profesor sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, enseñanza y aprendizaje de determinados tópicos matemáticos, aprendizaje de la matemática desde una perspectiva sociocultural).

Los principales objetivos que cumple esta actividad son:

a) Contrastar nuestras ideas con otras sopesadas, ampliando nuestra perspectiva

b) Fundamentar nuestras ideas en el cuerpo de conocimiento de didáctica de la matemática (¿qué significa esto?)
c) Conocernos y comprendernos mejor (los miembros del PIC), reflexionando juntos sobre estas aportaciones
d) Construir un marco de referencia y un lenguaje comunes, como base para nuestra comunicación y nuestro desarrollo
e) Familiarizarnos con instrumentos teóricos que puedan servirnos para analizar nuestra práctica y nuestras ideas sistemáticamente

Para abordar esta tarea, primero hacemos una lectura y reflexión individual (fuera de las reuniones del PIC) y después dedicamos parte de una sesión del PIC al contraste de nuestras reflexiones.
La intensidad de esta lectura ha ido también variando a lo largo de la evolución del PIC. En el primer proyecto (99-01), la necesidad de conocernos y construir bases comunes, nos llevaron a dedicar prácticamente el primer curso académico a esta actividad. Éste fue un asunto problemático para las maestras (como veremos). En los siguientes cursos el ritmo de lectura no ha sido tan fuerte, aunque podemos abordar documentos más complejos. Además, estas lecturas están más diseminadas en el trabajo conjunto y relacionadas con aspectos más concretos de éste.
Hemos visto los resultados de este trabajo a largo plazo, contribuyendo a la progresiva solidez del grupo como tal (relacionado con c y d anteriores) y a la explicitación, evolución y firmeza de nuestras ideas (relacionado con a y b).

5.1.2. Diseño de actividades para el aula

El diseño de actividades para llevar a la práctica, intentando plasmar la perspectiva de enseñanza de la matemática de resolución de problemas, ha sido una de las primeras necesidades sentidas por todos (especialmente las maestras).
Nuestro primer diseño correspondió a una unidad didáctica sobre *polígonos*, para 5º curso, en el curso académico 00-01.
El tópico elegido responde al interés de las maestras por sentirse con carencias especialmente en este ámbito[3]:

E.1 ¿Por qué Geometría?

- *El conocimiento de matemáticas que tenemos lo consideramos insuficiente en general, y muy escaso, en concreto en Geometría.*
- *Necesitamos saber más para usar el libro de texto de forma crítica, puesto que carecemos de criterios para su análisis, así como del conocimiento suficiente de los contenidos.*
- *Necesitamos saber más para aprovechar mejor las actividades propuestas y posibilitar la profundización en el contenido que se trabaja en las mismas si los alumnos lo requieren.*
- *Necesitamos saber más para construir con dominio el proceso de enseñanza aprendizaje desde su punto de partida y teniendo claro hacia dónde orientarlo.*

[3] Las razones que siguen de por qué necesitan saber más conocimiento de contenido (en este caso, respecto de geometría) cobrarán más sentido tras el epígrafe 5.1.5. al ser en muchas ocasiones el resultado de la toma de conciencia por parte de las maestras de las limitaciones (sobre su trabajo en el aula desde una perspectiva de resolución de problemas) de sus carencias en el conocimiento de contenido matemático.

- *Necesitamos saber más para evitar equivocar a nuestros alumnos por causa de nuestra inseguridad o de nuestros propios errores adquiridos*[4].

- *Necesitamos saber más sobre matemáticas, que es lo que nos permite conocer cómo se argumenta; por ejemplo, para validar las conjeturas que puedan tener nuestros alumnos y la corrección de las "demostraciones" de éstos.*

Así mismo analizamos nuestras carencias concretas respecto a nuestro conocimiento profesional:

- *Tenemos escaso conocimiento matemático en general y sobretodo referido a la geometría.*

- *Desconocemos la utilidad de los contenidos geométricos de Primaria.*

- *En geometría no tenemos claro ni qué enseñar ni cómo enseñar.*

- *Nuestros conocimientos geométricos los adquirimos mediante un aprendizaje memorístico de fórmulas y dibujos-modelo*[5].

- *En nuestras clases de geometría reproducimos el modelo de enseñanza que usaron nuestros maestros.*

- *Falta de actitudes adecuadas hacia el estudio, aprendizaje y enseñanza de conocimientos geométricos.*

ESTO NOS DECIDIÓ CLARAMENTE A LA ELABORACIÓN DE LA UNIDAD CON CONTENIDO GEOMÉTRICO.

[Documento de la intervención de las maestras en las jornadas sobre Investigación en Educación Matemática, Huelva, 2001]

Puede verse en las declaraciones anteriores la doble vertiente de nuestro proyecto. No sólo nos preocupa el desarrollo de las maestras implicadas, sino también pensar en la formación del maestro en general (para la enseñanza de la matemática), cuál es el conocimiento profesional que éste debe tener (conocimiento profesional deseable, desde las necesidades que se sienten en la práctica). Una de las cuestiones que más hemos evidenciado y que sustenta las necesidades expresadas arriba por las maestras es la diferencia entre que el profesor trabaje los contenidos sabiendo por qué (cuál es la finalidad, hacia dónde se orienta su aprendizaje, qué es importante de ellos...) o no. En el segundo caso es muy difícil que el alumno pueda dar sentido a esos contenidos.

[4] Esta es una cuestión que se fue evidenciando con nuestro trabajo en el primer año del proyecto. Una de las maestras, empezó de manera activa a poner en práctica en sus clases de matemáticas lo que entendía que era una metodología de resolución de problemas. Al hacerlo, y plantear a los alumnos situaciones más abiertas de las habituales, se encontró con que en más de una ocasión las ideas de los alumnos retaban su conocimiento de contenido, encontrándose en situaciones para las que no tenía respuesta ni herramientas para adentrarse en la cuestión (lo veremos después). A esto último (las herramientas) es a lo que se refiere a continuación.

[5] Con dibujos-modelo se refieren a dibujos estándar, casi siempre los mismos, que pueden llevar a que los niños adquieran una noción más restringida del concepto de la que se quiere dar (por ejemplo, asociar que los triángulos siempre tienen que tener un lado sobre la horizontal).

La elaboración y puesta en práctica de la unidad siguió las siguientes fases:

E.2 Fases de elaboración de la unidad.

1) *Decisión de tomar contenidos geométricos como objeto de estudio de la unidad, debido a ser la Geometría donde se habían mostrado más carencias formativas por parte de las maestras. El interés manifestado por éstas por mejorar su dominio del contenido matemático, así como del conocimiento didáctico del contenido fue decisivo a este respecto.*

2) *Consulta de documentación relacionada con el diseño de unidades didácticas en primaria, en particular se han revisado varios libros de texto que seguían una orientación basada en la resolución de problemas o similar.*

3) *Consulta de los diseños curriculares de Educación Primaria, al objeto de seleccionar la unidad didáctica, con lo que esto supone de relación con objetivos y contenidos.*

4) *Diseño de la unidad:*

   4.1 Selección del contenido: polígonos.

   4.2 Revisión del contenido y de los objetivos trabajados de polígonos en 4º.

   4.3 Descripción del contenido de polígonos y de los objetivos a abordar en 5º.

   4.4 Diseño de la prueba inicial ¿Qué recuerdas de los polígonos?.

   4.5 Diseño de las actividades.

   4.6. Elaboración de criterios para la evaluación del aprendizaje.

   4.7. Diseño de la prueba final.

   4.8 Diseño de la evaluación de la unidad.

5) *Puesta en práctica de la unidad y reflexión sobre ésta.*

   5.1 Decisión del momento adecuado de implementación.

   5.2 Desarrollo de las actividades de la unidad.

   5.3 Discusión de los problemas surgidos en la práctica.

   5.4 Sugerencias de modificación del diseño.

   5.5 Extracción de datos para la evaluación de la unidad.

   5.6 Evaluación de la unidad.

[Adaptado del Documento de la intervención de las maestras en las jornadas sobre Investigación en Educación Matemática, Huelva, 2001]

Durante su diseño, el modo de trabajo fue el siguiente:

1º Trabajo individual y propuesta de cada miembro del proyecto.

2º Puesta en común en el grupo y toma de decisiones.

3º Nuevo trabajo individual y observaciones a la propuesta del grupo.

4º Puesta en común y propuesta definitiva.

En particular, el diseño de las actividades y la prueba inicial han incluido una propuesta de cada miembro y un trabajo sobre el papel de la maestra en el desarrollo de la actividad y sobre observaciones pertinentes para aclarar y especificar su puesta en práctica. Estas mismas fases incluyen la selección de objetivos y contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales).

[Adaptado del Documento de la intervención de las maestras en las jornadas sobre Investigación en Educación Matemática, Huelva, 2001]

La unidad contiene los siguientes elementos[6]:

- Punto de partida: objetivos y contenidos del trabajo realizado en el curso anterior (Ideas previas).
- Objetivos y contenidos que se pretenden, diferenciando los siguientes:

  * De Matemáticas de Tercer Ciclo:

    Que se trabajan directamente en la unidad.

    Que se potencian.

  * Generales de la etapa.

  * Objetivos didácticos (explicitando su relación con los anteriores y concretándolos por actividades).
- Contenidos. Presentados igualmente por actividades o grupos de actividades diferenciando conceptos, procedimientos y actitudes.
- Actividades diseñadas:

  Prueba inicial: “Qué recuerdas de polígonos”

  Actividad 1: “Construcción de triángulos”

  Actividad 2: “Polígonos regulares”

  * Criterios de evaluación de los alumnos.

  * Pruebas de evaluación.

  * Autoevaluación.

[6] Llevar preparada en un archivo la unidad completa.

* Criterios de evaluación de la unidad.

* Ficha de recogida de datos sobre la puesta en practica.

* Comentarios para el maestro:

Observaciones.

Papel del maestro.

En los **anexos 1 y 2** mostramos una de las actividades de la unidad, como ejemplificación, con todo lo que plasmamos en el diseño relativo a ésta (objetivos y contenidos didácticos pretendidos, la propia actividad, y comentarios para el maestro).

Lo mostrado sobre la unidad puede dar una idea de lo avanzado en esa primera fase del PIC (las temáticas abordadas, qué entendíamos por enseñanza de la matemática con una metodología de resolución de problemas). El diseño y puesta en práctica de la unidad nos requirió mucho esfuerzo. Prácticamente el curso 00-01 estuvo dedicado a ello.

Posteriormente, la dedicación al diseño de actividades para el aula ha sido menor. De este modo, ha consistido en:

- Curso 02-03: diseño y puesta en práctica de una unidad didáctica para 1º curso de Ed. Primaria (*Descomposición de números*).
- Curso 03-04: no hay un diseño conjunto. Sólo se hace un análisis conjunto de la sesión diseñada por cada maestra antes de su observación (y se le hacen sugerencias de modificación).
- Curso 05-06: diseño y puesta en práctica de una unidad didáctica para 3º curso de Ed. Primaria, incluyendo actividades TIC (*La división*).

Aunque en el caso de la descomposición de números y la división se hable de unidades didácticas igual que la de polígonos antes comentada, no se trata de unidades de la misma envergadura (tanto en lo que se refiere al material producido y el tiempo necesario para ponerlo en práctica en el aula, como en el tiempo empleado en su diseño). En la unidad de ***Descomposición de números*** se hizo un diseño para 4 sesiones de clase y en la de ***La división*** para 6 sesiones. Esta última ha requerido un tiempo extra de diseño respecto de la anterior por la dificultad añadida del diseño y montaje de la actividad TIC.
El tiempo dedicado a esta actividad, en cada una de las etapas del PIC, está relacionado con el papel del diseño en cada momento y las necesidades sentidas al respecto. En los principios del proyecto (cursos 99-00 y 00-01) hay mucha necesidad de entrar en el aula (modificando la práctica que se estaba realizando) y de concretar y plasmar en la realidad de las maestras lo que consideramos deseable sobre la enseñanza de la

matemática en primaria (es el resultado del contraste entre lo deseable y lo posible). De ahí el dedicar casi el curso 00-01 completo al diseño y puesta en práctica de la unidad de polígonos.
A posteriori, esa necesidad es menor (ya sabemos lo que queremos y cómo podemos hacerlo) y las maestras se sienten más capaces y seguras de intervenir de este modo en sus aulas sin tener que hacer un diseño conjunto en el PIC (adquieren en ese sentido mayor autonomía).
En el curso actual (05-06), se vuelve a intensificar esa tarea por la necesidad de ver si es posible diseñar una actividad TIC coherente con nuestra idea de enseñanza de la matemática con una metodología de resolución de problemas.

5.1.3. Análisis conjunto de sesiones de clase de las maestras
Esta actividad se concreta en [esto puede ser para mí]:

Curso 99-00: videograbación y análisis conjunto de una sesión de clase de algunas de las maestras participantes (tres en total).

Curso 00-01: videograbación y análisis de la puesta en práctica (por parte de una de las maestras) de la unidad didáctica diseñada.

Curso 02-03: videograbación y análisis conjunto de una sesión de clase de algunas de las maestras participantes (dos en total); videograbación y análisis de la puesta en práctica (por parte de una de las maestras) de la unidad didáctica diseñada

Curso 03-04: observación, videograbación y análisis conjunto de una sesión de clase de cada maestra participante (tres en total). Instrumento de análisis. Elaboración de un CD.

Curso 05-06: videograbación y análisis conjunto de una sesión de clase de un maestro externo al proyecto; observación, videograbación y análisis de la puesta en práctica (por parte de una de las maestras) de la unidad didáctica diseñada. Elaboración de un CD.

Uno de los elementos clave para relacionar en nuestro proyecto pensamiento y acción (ver GRÁFICO 1) ha sido la observación y análisis de la práctica de las maestras (reflexionando sobre lo que hacemos y tomando la práctica como referente para concretar una reflexión más teórica). Entrar en sus aulas, ha contribuido además a conocernos mejor profesionalmente y al establecimiento del clima de transparencia y confianza en el que trabajamos.
En algunas ocasiones, cuando el objetivo es discutir cómo se refleja en la práctica de las maestras algunos de los aspectos de nuestro interés (como la enseñanza de la matemática desde una metodología de resolución de problemas, o la gestión de la participación de los alumnos), el grupo **incide** en menor medida **en el diseño** de la sesión. Nuestra intervención a ese respecto se concreta en sugerencias previas, cuando la maestra correspondiente nos comenta qué va a trabajar y cómo, y nos pone en conocimiento de los antecedentes necesarios para comprender la sesión.
En otras ocasiones, se trata de analizar la puesta en práctica de un diseño del grupo. En este caso, al objetivo anterior añadimos el de evaluar nuestro diseño y el contraste de nuestras ideas con una realidad educativa.
En la tarea genérica de análisis de la práctica de las maestras hemos ido incorporando además elementos nuevos que consideramos la han enriquecido. De la grabación por parte de uno de los investigadores del grupo para su posterior visionado y análisis conjunto en el PIC, hemos pasado a la **observación** conjunta **en directo** de la sesión que posteriormente analizaremos. Este hecho supone que podemos captar más elementos de los que se recogen en una grabación (porque son más difíciles de vivenciar

a través del vídeo, como el clima del aula, y porque la cámara no puede recoger todo lo que ocurre en el aula, a nivel macro –la clase como gran grupo- y micro –como pequeños grupos, parejas e individuos-). Frente a la grabación realizada por una persona, en este caso nos encontramos todos los miembros del grupo, fijándonos (aunque con el mismo foco de atención) inevitablemente en distintos aspectos. Aunque a posteriori contamos con la grabación en vídeo como soporte para discutir determinados detalles de la sesión, el hecho de haber asistido a la sesión agiliza el análisis conjunto de la misma, porque se hace en gran medida sobre la base de lo observado. Además, la sesión está más presente en la mente de todos, con más detalles y nos sentimos más implicados en su análisis (se siente menos externa y se pueden hacer más aportaciones personales al análisis). Estas discusiones se muestran muy ricas, permitiéndonos irnos a detalles concretos sobre los que cuestionamos a la maestra del aula y al grupo en general (como por qué un alumno o la maestra intervinieron de determinada manera, las consecuencias de algunas actuaciones, o si la maestra se percató de determinadas cuestiones). En este sentido, las sesiones de clase sirven para el debate de muchas de las cuestiones que nos interesan y documentos trabajados, al poder extraer de éstas ejemplos concretos que sirven de referencia en dicho debate.
Durante la observación en directo, los miembros del grupo nos situamos en la parte trasera del aula, como observadores no participantes, intentando interferir lo menos posible en lo que ocurre en el aula. En la mayoría de los casos, no se han observado especiales alteraciones en el comportamiento de los alumnos, pues están acostumbrados a que en sus clases entren otros profesionales (como maestros especialistas). Las maestras, después del trabajo en el PIC, muestran relativa confianza en su hacer y en los demás miembros del grupo, lo que supone que tampoco para ellas sea una distorsión excesiva.
La observación de las sesiones se hace lo más cerca posible de la sesión del PIC en que se va a discutir (la misma mañana o el día antes), con el objeto de mantener fresca la imagen de la misma.

Por otra parte, el análisis de las sesiones, además de dar cuenta de los intereses del grupo en los distintos momentos (manteniendo elementos fijos como la enseñanza de la matemática desde una perspectiva de resolución de problemas y otros nuevos, como la gestión de la participación por parte de la maestra), ha sido abordado con **herramientas de análisis** de distinto tipo. Siempre intentamos dar cabida a un análisis más personal, sobre los elementos que a cada miembro del grupo le sugiere lo observado, junto con el análisis más formal y sistemático que da cuenta de nuestros focos de atención. Para este último caso, previamente fijamos categorías e indicadores en los que fijarnos. Estas categorías e indicadores suelen provenir de una reflexión apoyada en documentos teóricos y en nuestras experiencias e ideas al respecto. En algunos casos hemos usado además instrumentos de análisis ya diseñados en otros foros de investigación en educación matemática, con los que nos hemos familiarizado y hemos adaptado anteriormente. Éste es el caso del instrumento de análisis adaptado del proyecto europeo M.E.T.E. (Mathematics Education Traditions in Europe -Andrews, Carrillo y Climent, 2005; Andrews et al, 2005; Climent y Carrillo, 2005; Carrillo y Climent, 2005) (ver anexo 3).

En el análisis con dicho instrumento, en primer lugar, procedemos a dividir la sesión en partes, llamadas episodios. “Entendemos por episodio un fragmento de la lección en el que la intención didáctica o relativa a la gestión del profesor es constante (por ejemplo, un período de trabajo en las mesas)” (Andrews, Carrillo y Climent, 2005, p. 133). Estos

episodios podían etiquetarse como: trabajo en las mesas (individual, por parejas o en grupo), plenaria (o puesta en común), cierre o introducción.

A continuación registramos la existencia (1) o ausencia (0) de los descriptores que figuran en "Instrumento de análisis de las sesiones" en cada una de sus categorías (ver anexo 3). Llegar a consensuar nuestras apreciaciones supone un rico proceso que nos capacita para obtener una descripción detallada de la sesión, al tiempo que un resumen de la misma y una codificación en función de otros indicadores que nos aportan una breve visión de conjunto de la sesión. Con estos elementos fundamentamos la selección de **episodios de buena práctica**, es decir, explicamos en qué sentido entendemos que un determinado episodio es considerado de buena práctica.

La consideración de una práctica como buena es algo interno del PIC. En general, para nosotros, una buena práctica se caracteriza, en función de los instrumentos empleados (comentados anteriormente), por la diversidad de focos matemáticos, donde, en particular, el razonamiento y la resolución de problemas sean relevantes, el uso frecuente de contextos realistas en las actividades matemáticas, las cuales deben inducir un aprendizaje profundo, significativo, y no quedarse en lo mecánico, superficial o rutinario, y una estrategias didácticas que conjuguen la exploración y la consideración de los conocimientos previos, tengan en cuenta la necesidad de motivar a los alumnos y la importancia de la formulación de preguntas y del tipo de ayudas que pueden darse a los alumnos para apoyarles en su aprendizaje sin restar su responsabilidad al respecto.

No obstante, insistimos en que es cada grupo el que debe definir lo que para ellos es una buena práctica. En ocasiones conviene, además, acotar el análisis de la práctica a algún aspecto o contexto, como puede ser la metodología o las actividades TIC, con lo que, en tal caso, habrá que adaptar la caracterización de buena práctica para hacerla operativa.

En el análisis de la práctica de las maestras, por último, queremos destacar la elaboración en los dos últimos cursos del PIC, de un CD en el que recogemos fragmentos seleccionados de las lecciones grabadas, considerados de buena práctica, y nuestro análisis de los mismos, en el que justificamos por qué lo consideramos de buena práctica. Junto con estos dos elementos principales, se incluyen otros aspectos necesarios para situar al espectador en la sesión y su análisis. Nuestro objetivo con la elaboración de estos materiales es contar con una base de datos del grupo a la que nos podemos ir para discutir determinadas cuestiones, incluyendo la progresión en nuestra consideración de buena práctica en la enseñanza de la matemática y en nuestra profundización en la misma. Además, este material posibilita que nuestro trabajo pueda ser de utilidad en otros foros, como en la formación inicial de profesores. La confección de los CDs también nos obliga a dar un nivel de acabado a nuestro análisis que nos hace profundizar más en él.

[MOSTRAR DEL CD: ¿ALGÚN FRAGMENTO DEL VÍDEO Y SU ANÁLISIS O EL CONTENIDO DEL CD?] **Ejemplo: Cd de Buena práctica**

5.1.4. Análisis de actividades TIC para el aprendizaje de la matemática en Primaria

La necesidad de contemplar la nueva realidad educativa impuesta en nuestra comunidad autónoma, con la incorporación de ordenadores en las aulas (un ordenador para cada dos alumnos), nos ha llevado a introducir las TIC en la enseñanza de la matemática en Primaria como foco de interés.

Nuestro objetivo es encontrar actividades TIC que sean coherentes con nuestra perspectiva de la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas. Para el análisis de actividades ya diseñadas, establecimos un sistema de categorías e

indicadores (anexo 4). El análisis de actividades disponibles nos ha servido de base para el diseño de nuestras actividades TIC (curso 05/06), al permitirnos conocer qué existe en el mercado, qué deficiencias le vemos y cuáles son las posibilidades de este soporte de cara a la enseñanza de la matemática.

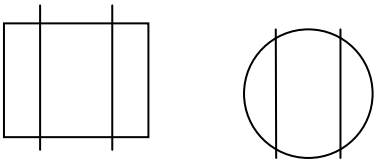
5.1.5. Análisis de situaciones concretas que surgen en las aulas de las maestras

Esta actividad puede verse como una variante del análisis de la práctica de las maestras (5.1.3). En esta ocasión no se trata de una unidad didáctica o una sesión de clase completa, sino de un fragmento de una lección, seleccionado por alguno de los miembros del grupo. Esta selección puede estar justificada por poner de manifiesto un contenido matemático o didáctico del contenido matemático, o por plantear una situación problemática sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática sobre la que se quiere el apoyo del grupo.

Estos *casos* (como se denominan en la literatura), provienen de lecciones de las maestras del grupo y son planteados por la propia maestra del aula o por otro miembro del grupo (normalmente los investigadores) que ha observado alguna de estas lecciones. Aunque al presentarlos se contextualizar para que el resto de los miembros del grupo puedan analizarlo con conocimiento de causa, no se plantean con la riqueza de detalles del análisis de una sesión completa.

Uno de estos casos es el que sigue:

En una sesión de una de las maestras sobre el tema de fracciones, los niños plantean estas formas de dividir las figuras siguientes (de las que disponen recortadas en papel) en mitades:



El caso del círculo se descarta, porque al doblarlo la maestra por los segmentos indicados, la parte doblada (cuya unión se supone que es la mitad del círculo) no cubre la central.

En una sesión del proyecto de investigación se plantea por qué se descartó la solución, si habría alguna posibilidad de que una partición de ese tipo produjera mitades y cómo se demuestra. Estas cuestiones fueron planteadas por los investigadores a las maestras en sesiones del proyecto, provocándoles situaciones de conflicto que discutían entre ellas. El papel de los investigadores en estas discusiones era el de orientar la discusión y hacerles preguntas para que entraran en juego los distintos aspectos de su conocimiento profesional relacionados con la situación, así como recoger las intervenciones de las maestras (en notas de campo). Tras su intervención, los investigadores cambiaron su papel de orientadores de la discusión para participar en ésta, señalándoles los aspectos del conocimiento profesional que se habían puesto de manifiesto y discutiendo con ellas sus carencias.

El objetivo en estas situaciones, además de ampliar nuestro conocimiento profesional respecto de la enseñanza de la matemática e investigar sobre éste, es ser conscientes

también de las necesidades del maestro respecto de dicho conocimiento y las carencias que percibimos en nosotros.
En este último sentido, el acercamiento de las maestras a la enseñanza de la matemática a través de una metodología de resolución de problemas (con el diseño de actividades, su puesta en práctica y el análisis de situaciones que han surgido en las aulas con esta metodología) nos ha hecho más consciente de las necesidades del maestro respecto del conocimiento de contenido matemático.
Aunque en los principios de nuestro trabajo conjunto las maestras se veían necesitadas sobre todo de conocimiento de cómo enseñar matemáticas, han ido viendo la importancia del conocimiento de contenido del maestro y cómo la falta de éste puede suponer un freno a su conocimiento didáctico del contenido y su propio desarrollo.
Han hecho explícito cómo para trabajar desde la perspectiva de resolución de problemas se necesita más conocimiento de contenido que para trabajar de una manera más tradicional, como declara una de las maestras del PIC:

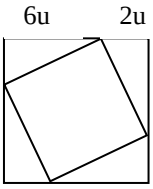
> *yo valoro un tipo ahora de presentar las actividades, yo las valoro, pero, por otra parte, al yo querer poner en práctica eso, o esa forma de trabajar, pues me doy cuenta, mientras que antes yo no me daba cuenta, ahora sí que me doy cuenta de mis carencias, respecto al conocimiento de matemáticas* [Discusión conjunta en la sesión del PIC del 23/03/00 sobre el conocimiento profesional deseable del maestro para la enseñanza de la matemática].

Las maestras han evidenciado también la necesidad no sólo de conocimiento de matemáticas en el sentido convencional (definiciones, conceptos, fórmulas, propiedades...), sino también del conocimiento de cómo se demuestra en matemáticas, cuándo un argumento es o no válido, estrategias de abordaje de situaciones matemáticas (como el estudio de casos límite, útil en el problema de la partición de la circunferencia del caso antes planteado)... Este último conocimiento, incluido en lo que se denomina *conocimiento sobre matemáticas* (o conocimiento de el conjunto de reglas, de "normas de sintaxis" de las matemáticas, Ball, 1989) es el que nos permite valorar las conjeturas de los alumnos y adentrarnos en su validación.
La toma de conciencia de las maestras sobre la importancia del conocimiento de contenido del maestro y sus necesidades al respecto queda clara en las declaraciones plasmadas en 5.1.1 sobre por qué se eligió el diseño de la unidad de polígonos en el curso 00/01.

5.1.6. Abordaje de tareas matemáticas

Se trata de situaciones matemáticas problemáticas para las maestras. En la mayoría de los casos son planteadas por los investigadores y suelen estar supeditadas a otros objetivos e inmersas en otras actividades (como la discusión de una situación de aula de una de las maestras o el diseño de actividades para el aula). Esto es, su resolución no suele ser un fin en sí mismo, ni siquiera desde la perspectiva de la posible ampliación del conocimiento matemático de las maestras, sino que se justifican en su relación con otra de las actividades anteriores.
Por ejemplo, y en relación con el caso que sirve como ejemplo en el apartado 5.1.5, para poner de relieve en qué consiste la estrategia matemática del estudio de casos límite y su utilidad, se plantea y aborda en una sesión del PIC (27/04/00) el siguiente problema matemático:

Si tenemos un cuadrado exterior (de lado 8u), cuyo lado queda dividido por el vértice del cuadrado interior (inscrito en el primero, como muestra el dibujo) en dos partes de medidas respectivas 2u y 6u, ¿es el cuadrado interior la mitad (en área) del cuadrado exterior? ¿Cómo se puede inscribir un cuadrado en otro de manera que el exterior sea el doble del interior?



5.1.7. Debate sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática en Primaria (continuo)

Se puede decir que el trabajo que realiza el grupo en su conjunto consiste en este debate, y para sostenerlo, basarlo en algo, y para que éste avance se realizan el resto de las actividades.

Dicho debate gira en torno a los distintos focos de interés y sobre la base en muchos casos de lecturas realizadas, diseño de actividades, análisis de material curricular, observaciones de clases...

En la evolución de este debate a lo largo de la vida del PIC hemos ido siendo conscientes del camino avanzado.

5.2. *Estructura de las sesiones y dinámica de trabajo*

La descripción de las tareas que desarrollamos en el grupo (5.1) da una buena idea de la dinámica de nuestro trabajo en el PIC. A esto queremos añadir una idea general de cómo se organiza el trabajo en las sesiones. Para ello remitimos al anexo 5, que muestra la planificación del curso 05/06.

En lo que se requiere a la planificación para cada curso, hemos pasado a concretarla cada vez más y a ser más respetuosos con los tiempos destinados para cada tarea. En este sentido, el mejor conocimiento del grupo y de su forma y ritmo de trabajo nos permite afinar más a priori en la planificación. Este mayor ajuste entre la planificación y lo realizado, nos permite además aprovechar mejor el tiempo de las reuniones. Lo anterior no significa que no se hagan reajustes cuando se estima conveniente. La planificación del trabajo a realizar en cada curso, la hacemos al finalizar el proyecto del curso anterior, como resultado del consenso entre las propuestas de los distintos miembros.

A la asistencia de los miembros que componen el PIC, se añaden en determinadas ocasiones, otros profesionales de la educación relacionados con la enseñanza de la matemática (otros maestros compañeros de las maestras, maestros en formación u otros investigadores). En este sentido el grupo se muestra abierto a mostrar su trabajo y a las aportaciones que puedan venir de otras personas.

5.3. *Nuestra perspectiva de nuestro desarrollo profesional*

En general, lo plasmado en 5.1 y 5.2, creemos que refleja nuestra perspectiva sobre cómo puede desarrollarse profesionalmente un profesor y sobre qué ejes puede avanzar dicho desarrollo (reflexionar, leer, hacer, intercambiar ideas, coincidiendo con las perspectivas de diversos autores sobre la relación entre teoría y práctica en la

construcción del conocimiento profesional del profesor –Carrillo, 199b; Ponte, 1994a y b).
Nuestro desarrollo debe ser algo personal, interiorizado. Aunque se apoye en el grupo, dibujará pinturas diferentes en cada uno de nosotros, por nuestras características personales y por cómo encaramos dicho desarrollo.
Nuestra práctica tiene un papel fundamental en nuestro desarrollo. No sólo como referente y como fin, sino que además el escrutinio sistemático de nuestra práctica forma parte fundamental de nuestro proceso de desarrollo..

CERRAR CON UNA DIAPOSITIVA QUE MUESTRE LAS DISTINTAS FASES, LA EVOLUCIÓN DEL PIC, CON SUS FOCOS DE INTERÉS, LO QUE HACE... (INCLUYENDO EL FUTURO)

6. *¿Qué consideramos haber conseguido con el trabajo realizado?*

En qué hemos avanzado:
Como individuos:
(Algunos aspectos concretos señalados por las maestras en las jornadas de 2001):

- *Profundización en el conocimiento de los D.C. de Primaria: diferenciación clara entre los tres tipos de contenidos.*
- *Es importante evaluar todos los elementos que intervienen en la unidad porque de todos depende la mejora de la práctica docente y del proceso de enseñanza aprendizaje de los alumnos.*
- *Valorar la importancia que tiene la sistematización en el análisis de nuestra propia práctica docente.*
- *La importancia del papel de la maestra durante el proceso de enseñanza aprendizaje de los alumnos: ella tiene que reorientar y dinamizar constantemente dicho proceso, para lo cual debe estar capacitada.*

✓ Adquisición de conocimiento matemático por parte de los maestros, y sobre todo, convencimiento de su necesidad y toma de conciencia de necesidades al respecto:

- *No podemos enseñar aquello que no conocemos, a lo que no nos hemos enfrentado, que no hemos profundizado.*
- *El conocimiento matemático nos permite ser más capaces de aprovechar la diversidad de respuestas que nuestros alumnos dan ante una situación determinada planteada.*

(Jornadas de 2001)

✓ *El conocimiento matemático y en didáctica de las matemáticas nos hace más capaces de diseñar o seleccionar las actividades que permitan a nuestros alumnos trabajar determinados contenidos.*

(Jornadas de 2001)

- ✓ Tener más claro aspectos relevantes del currículo matemático (los "por qué...", "para qué...") y de nuestra propia práctica (*saber a dónde vamos*).
- ✓ Ser más conscientes de nuestras capacidades, y de nuestras posibilidades para cambiar y mejorar nuestra actuación en lo relativo a la enseñanza de la matemática.

  Toma de conciencia de que la estructura de un contenido conceptual matemático nos resulta inabordable, pero nos sentimos capacitadas para abordar otros aspectos en torno a la estructura, como la crítica sobre la adecuada adaptación a la madurez del alumno, la selección de recursos y actividades, el punto de partida en cuanto a cómo abordarlo en el aula...

  (Jornadas de 2001)

- ✓ Ver más coherencia entre lo que decimos y lo que queremos hacer, y lo que hacemos.
- ✓ Sentir más confianza hacia nuestra actuación en la enseñanza de la matemática; sentirnos con más recursos.

  Mayor capacitación para reorientar, enfatizar detalles relevantes, aprovechar efectos inesperados, etc. antes, durante y después del proceso de E.A. de los alumnos y del nuestro propio.

  (Jornadas de 2001)

- ✓ En nuestro aprendizaje de cómo trabajar en equipo con otros profesionales:

  A enriquecernos mutuamente de las actuaciones, opiniones, experiencias y actitudes individuales.

  (Jornadas de 2001)

Como grupo:

- ✓ En el establecimiento de un grupo de trabajo sólido, que nos sirve de apoyo ante cuestiones profesionales y en el que compartimos nuestro desarrollo.
- ✓ En el desarrollo de un lenguaje común y de una visión compartida fundamentada de la enseñanza de la matemática.
- ✓ En el establecimiento de una estructura y dinámica de trabajo productiva, que respeta las características personales y mantiene vivo el grupo.

<u>Grado de satisfacción:</u>

De las maestras:

- ✓ Porque ven avances en sus alumnos (muy importante):

  - *Toma de conciencia de las diferencias individuales.*

- *Desarrollo de actitudes de colaboración, respeto a los demás, de actitudes deseables para el aprendizaje matemático (persistencia en la búsqueda de soluciones, confianza en sí mismos para enfrentarse a situaciones problemáticas,...), aceptación de los propios errores, de la diversidad de opiniones y soluciones, etc.*
- *Toma de conciencia en el control de su propio aprendizaje.*
- *Fomento del uso de las normas que se establecen para la exposición y puesta en común del trabajo realizado.*
- *Toma de conciencia y valoración del papel de los compañeros en el propio proceso de aprendizaje.*
- *Desarrollo de capacidades:*

1. *Capacidad para justificar sus opiniones y criticar las de los compañeros.*
2. *Mayor capacidad para expresarse: verbalizar sus ideas, conclusiones,...claridad, orden y precisión.*
3. *Mayor capacidad para tomar decisiones razonables.*
4. *Mayor capacidad para participar activamente en las situaciones que se plantean o que viven.*
5. *Mayor capacidad de autorreflexión y de comprobación de soluciones razonables.*

- *Aumento de la motivación hacia las tareas matemáticas.*
- *Desarrollo de la autonomía.*
- *Mejora de las relaciones interpersonales a través del desarrollo de valores sociales: tolerancia, cooperación, reconocimiento de las cualidades personales de los otros por encima de empatías,...*
- *Valoración de la influencia de lo individual en lo colectivo.*

    - *Estos cambios se han observado tanto en las actividades del área de matemáticas como en las demás áreas.*

(Jornadas de 2001)

- ✓ Porque encuentran un espacio para compartir en profundidad experiencias y perspectivas sobre la enseñanza (cosa que no posibilita la escuela).
(Jornadas de 2001)

- ✓ Porque pueden apoyarse en el grupo para afrontar retos profesionales ante los que sienten limitaciones en su abordaje en solitario (como las TIC en la enseñanza de la matemática).

- ✓ Por los avances que observan en ellas (porque, en suma, han visto transformada su manera de enfrentarse a la enseñanza de la matemática).

De los formadores-investigadores:

- ✓ Porque encuentran un espacio para compartir en profundidad experiencias y perspectivas sobre la enseñanza (y con otros profesionales) (ídem de las maestras).

- ✓ Porque se acercan al aula y a la práctica real en la escuela.

- ✓ Porque pueden contrastar perspectivas más teóricas con la perspectiva del aula de las maestras.[7]

- ✓ Porque se actualizan respecto de necesidades de la enseñanza de la matemática en Primaria (como las TIC).

- ✓ Porque indagan sobre vías y necesidades de desarrollo del maestro respecto de la enseñanza de la matemática (consecuencias para la formación inicial y su práctica en ella).

7. *Obstáculos encontrados*

- ✓ Los principios del grupo fueron muy duros:
  - diferencia de expectativas
  - distintas prioridades (inmediatez de entrar en el aula por parte de las maestras)
  - problemas de comunicación
  - cierto recelo entre los colectivos
  - trabajo al que no siempre se le encontraba sentido
  - diferencias en los modos y ritmos de trabajo
- ✓ Distintas visiones del proceso de desarrollo profesional (por ejemplo, en lo relativo a hacer resolución de problemas en el PIC, con nosotros mismos como resolutores).
- ✓ Dedicación "extra" a nuestra dedicación profesional. No reconocida suficientemente.

[7] En discusiones, por ejemplo, en el diseño de actividades para el aula. Enfrentamientos entre el pragmatismo de las maestras y las propuestas de los formadores (a veces no adecuadas al contexto y vistas como excesivas por las maestras). Este choque ha sido interesante porque ha puesto de manifiesto que, por un lado, a veces se puede hacer más de lo que parece en un aula de Primaria y, por otro lado, que hay propuestas ideales inválidas para una determinada realidad escolar.

- ✓ Dificultad para reflexionar sobre la práctica. Distintas habilidades y características.
- ✓ Incidencia del trabajo en el PIC y el cambio de perspectiva en falta de tiempo en los contenidos a cubrir en el aula.

8. *¿Qué puede ser útil de esta experiencia para otros maestros?*

- Posible transferencia del modelo y sus restricciones.

Consideramos que el modelo de grupo colaborativo y su dinámica de trabajo pudiera servir a otros profesores para pensar en el establecimiento de grupos que promuevan su reflexión.

Tenemos dudas sobre cuáles de sus características pueden ser prescindibles (por ejemplo, el que todos los profesionales fueran del mismo ámbito educativo, por ejemplo todos maestros de Primaria). Después (en el siguiente epígrafe intentaremos señalar cuáles son los aspectos que nos parecen más relevantes en nuestro grupo y el trabajo desarrollado.

- Materiales para el aula y para la reflexión sobre la práctica (como los CDs o las unidades y actividades diseñadas, los instrumentos de análisis usados).

Lo que sí parece claro que cada grupo debe definir sus características y su modo de funcionamiento, su clima, su estructura, su perspectiva, en qué va a incidir del desarrollo de sus miembros, de qué modo...

9. ***¿Qué nos parece clave en un proceso de formación de estas características?***

- ✓ Inquietudes previas de los miembros del grupo (gran parte del avance proviene del camino recorrido previamente por algunas de las maestras, su convencimiento de otras vías de formación que no les son válidas, por ejemplo).
- ✓ Tener disponibilidad y estar dispuesto a dedicar un tiempo extra a la dedicación docente habitual.
- ✓ Tener unas concepciones sobre el desarrollo profesional propio compatibles con el modelo (no esperar que tu mejora venga desde afuera, por ejemplo) o al menos no cerrarse a una posible evolución de dichas concepciones.
- ✓ Estar convencidos de que queda mucho por aprender y tener entusiasmo hacia ese aprendizaje.
- ✓ Creación de un clima de apoyo y confianza.
- ✓ Diversidad de conocimientos base y de experiencias de los participantes. Expertos de distintos tipo (maestras, investigadores, formadores, expertos y noveles).
- ✓ Intereses nuevos que van dando vida al grupo, junto con otros estables que se van viendo modificados en su enfoque por estos últimos (como las TIC, la buena práctica o la gestión de la participación).
- ✓ Originalidad.

Referencias

BALL, D.L. (1989). Research on Teaching Mathematics: Making Subject Matter Knowledge Part of the Equation. En Brophy, J. (Ed.) *Advances in Research on Teaching*, vol.2. Greenwich: JAI Press.

BALL, D.L. (1990b). The mathematical understandings that prospective teacher bring to teacher education *Elementary School Journal*, 90, 449-466.

BALL, D.L. (2000). Bridging practices: Interwining content and pedagogy in teaching and learning to teach *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.

BLANCO, L.J. Y CONTRERAS, L.C. (2002). Un modelo formativo de maestros de Primaria en el área de matemáticas en el ámbito de la geometría. En Contreras, L.C. y Blanco, L.J. (Eds.) *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente.* Cáceres: Universidad de Extremadura. Servicio de Publicaciones.

CARRILLO, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones.* Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

CARRILLO, J. (1999b). *Comentarios e ideas sobre la naturaleza del conocimiento profesional*. Documento de trabajo del grupo DESYM. (Sin publicar).

CLIMENT, N. (2205). ***El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*.** Michigan: Proquest Michigan University (www.proquest.co.uk).

GOFFREE, F., OLIVEIRA, H., SERRAZINA, L. Y SZENDREI, J. (1999). Good practice. En Krainer, K, Goffree, F. & Berger, P. (Eds.) *European research in mathematics education I.III. On research in mathematics teacher education.* Osnabruck (Alemania): Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

JAWORSKI, B. (1998). Mathematics teacher research: Process, practice and the development of teaching *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(1), 3-31.

KRAINER, K. (1999b). Teacher education and investigations into teacher education: A conference as a learning environment. En Krainer, K.; Goffree, F. y Berger, P. (Eds.) *European Research in Mathematics Education I.III. On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik. Osnabrück, Alemania. Cap.1, pp. 13-39.

MARTÍN, R y PORLÁN, R. (1999). Tendencias en la formación del profesorado sobre los contenidos escolares *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 35, 115-128.

PONTE, J.P. (1994a). Mathematics teachers' professional knowledge. En Ponte, J.P. y Matos, F. (Eds.) *Proceedings of the XVIII PME*. Lisboa: Portugal.

PONTE, J.P. (1994b). O Desenvolvimento Profissional do Profesor de Matemática. *Educaçao e Matemática*, 31, 9-12.

SHULMAN, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

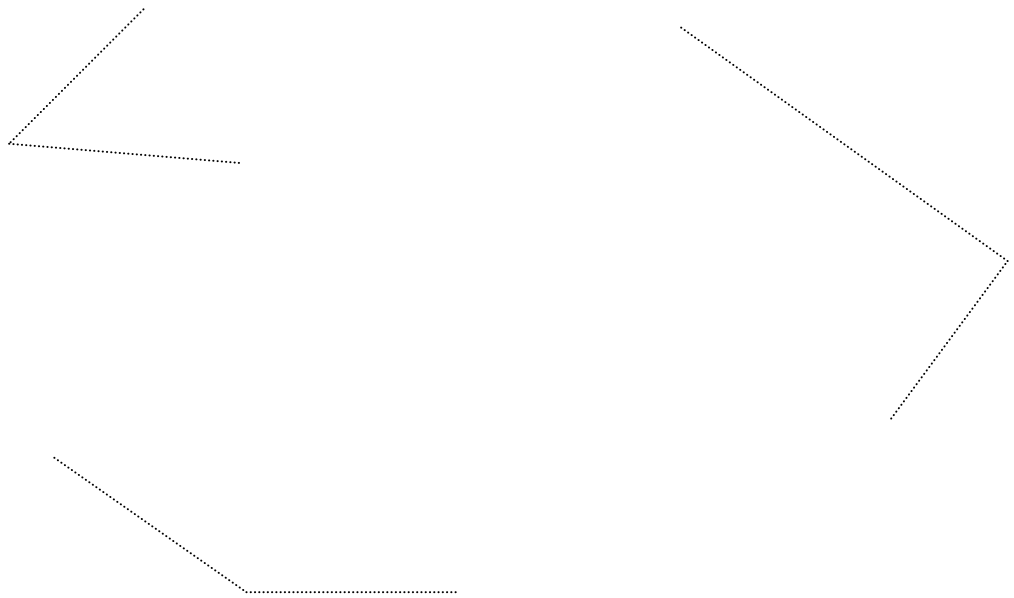
ANEXO 1: EXTRACTOS DE ACTIVIDADES DE LA UNIDAD DE POLÍGONOS (I)

EXTRACTO 1 [DE CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS]

(Actividad de inicio de la unidad, tras la "prueba inicial")

CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS

1. a) Las plantillas siguientes representan diversos ángulos. Puedes prolongar o reducir los lados todo lo que quieras. Con cada plantilla forma varios triángulos.



b) Di si se puede construir un triángulo en cada caso. Piensa y responde sí o no y luego comprueba (usa el reverso de la hoja para tus dibujos):

Ángulos	3 rectos	2 rectos 1 agudo	2 rectos 1 obtuso	1 recto 2 agudos	1 recto 2 obtusos	1 recto 1 agudo 1 obtuso	3 agudos	2 agudos 1 obtuso	3 obtusos	**2 obtusos** 1 agudo
Sí/no										
Comprueba										

Observa los resultados y contesta:

¿Cuántos ángulos rectos tendrá un triángulo como máximo? ¿Y como mínimo?

¿Cuántos agudos, como máximo? ¿Y como mínimo?

¿Cuántos obtusos, como máximo? ¿Y como mínimo?

c) ¿Cuánto han de sumar los ángulos de un triángulo?

EXTRACTO 2 [DE POLÍGONOS REGULARES]

(Actividad de inicio de este bloque)

POLÍGONOS REGULARES

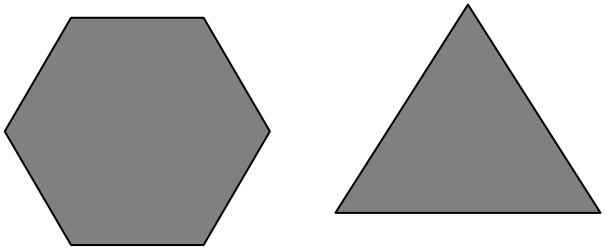
1. Forma con las geotiras y dibuja polígonos con todos sus lados iguales.

3 lados	4 lados
5 lados	6 lados

¿Qué ocurre con los triángulos? ¿Y con los demás polígonos?

2. Dibuja polígonos con todos sus ángulos iguales.

Un polígono <u>regular</u> es el que tiene todos sus <u>lados</u> <u>y</u> todos sus <u>ángulos iguales</u>.



ANEXO 2: EXTRACTOS DE ACTIVIDADES DE LA UNIDAD DE POLÍGONOS (II)
(Objetivos didácticos, contenidos y orientaciones para el maestro)

Construcción de triángulos (1):

Objetivos didácticos:

2. Describir formas planas utilizando el vocabulario geométrico adecuado.
4. Identificar y clasificar ángulos por comparación con el ángulo recto, con independencia de la posición.
6. Construir y representar figuras planas.
8. Realizar investigaciones sencillas sobre elementos básicos de las figuras planas, siguiendo un procedimiento dado.
10. Valorar la cooperación entre compañeros por su contribución a la creatividad y mejora del aprendizaje geométrico.
13. Aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de situaciones problemáticas.
15. Observar y comparar formas geométricas planas, analizando sus características y extrayendo conclusiones, formulando eventualmente conjeturas.

Contenidos:

ACTIVIDAD	CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
CONSTRUC-CIÓN DE TRIÁNGULOS (1)	- Idea de ángulo. - Amplitud de un ángulo. Clases de ángulos. - Suma de los ángulos de un triángulo. - Clasificación de triángulos por sus ángulos. - Idea de las restricciones que un ángulo dado supone para la elección de los otros dos ángulos de un triángulo.	- Identificación y comprobación de la amplitud de los ángulos por comparación con la del ángulo recto. - Comprobación de todas las combinaciones posibles de ángulos en un triángulo usando plantillas. - Descripción del proceso de comprobación de la amplitud del ángulo suma de los tres ángulos de un triángulo, empleando el vocabulario geométrico adecuado. - Uso de tablas para organizar los datos extraídos de la investigación y observar regularidades. - Aplicación significativa de la suma de ángulos de un triángulo para obtener ternas de ángulos posibles.	- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición, solicitando pistas o ayudas a los compañeros o a la maestra, y utilizando distintas vías de solución. - Valoración del trabajo cooperativo en la investigación. - Respeto, aprecio e interés por conocer las estrategias de resolución de problemas empleadas por otros compañeros. - Valoración de los materiales como facilitadores de las tareas. - Interés y gusto por investigar propiedades matemáticas. - Respeto de las normas básicas para una buena puesta en común de las ideas de los grupos (respetar el turno de palabra; estar atento a las ideas de los compañeros, contrastándolas con las propias;...).

Orientaciones para el maestro:

Actividad CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS	**Papel de la maestra**	**Observaciones**
1.a	- Sugiere el uso del material adecuado para dibujar y recortar ángulos y triángulos. En particular, propone diferenciar los triángulos de cada plantilla con colores. - Propone efectuar una búsqueda organizada de triángulos, de manera que se busquen regularidades en el eventual trazado aleatorio de líneas. - En el caso de que algún grupo no obtenga todos los tipos de triángulo, aporta recortes apropiados de triángulos, solicita que los asocien a una de las plantillas iniciales y pide ejemplos similares. Eventualmente puede sustituir los recortes por sus correspondientes dibujos. - Dirige la puesta en común de los diversos tipos de triángulos que salen en cada caso, resaltando en qué medida condiciona fijar un ángulo.	- Los niños deben disponer de papel, regla, tijeras, acetatos y rotuladores de colores. - Hay que asegurar que todos los alumnos han comprendido correctamente las instrucciones. 1.a - Es necesario asegurar que los alumnos identifiquen los triángulos obtenidos en función de sus ángulos, es decir, que no introduzcan parámetros (como la comparación entre las medidas de los lados) ajenos al propósito de la actividad. - La maestra ha de disponer de recortes de triángulos *extraños* para proponer en los grupos (por ejemplo: obtusángulos y rectángulos obtenidos reduciendo alguno de los lados de la primera plantilla). - Cuestiones a plantear en la puesta en común podrían ser: • ¿Cuántos triángulos has dibujado con cada ángulo? • ¿De qué tipo son (según sus ángulos)? - El acetato posibilita la superposición de las plantillas, moviéndolas (trasladando o girando). - La utilidad de la consideración de casos límite puede ponerse de relieve al abordar 1.a, donde, partiendo de uno de los extremos de los segmentos dibujados, el trazado de triángulos puede organizarse desde el mínimo ángulo formado hacia el otro lado hasta el máximo.

1.b	- Sugiere recordar lo aprendido en 4º sobre los ángulos de los triángulos por su posible utilidad. - Sugiere emplear la imaginación o razonar en qué casos es posible. Para aquellos niños que muestren dificultad especial, sugiere comenzar por el dibujo en algunos casos. - Promueve la verbalización y justificación de sus respuestas. - Destaca la relevancia de estudiar casos límite (máximo-mínimo) en Matemáticas para hacerse una idea del rango de variación existente en todos los casos posibles.	

<u>Polígonos regulares (1 y 2)</u>

Objetivos didácticos:

1. Reconocer formas planas.
5. Reconocer elementos básicos y características distintivas de los triángulos y de los polígonos regulares.
6. Construir y representar figuras planas.
7. Estimar longitudes y amplitud de ángulos.
8. Realizar investigaciones sencillas sobre elementos básicos de las figuras planas, siguiendo un procedimiento dado.
10. Valorar la cooperación entre compañeros por su contribución a la creatividad y mejora del aprendizaje geométrico.
11. Desarrollar estrategias para dibujar y obtener con facilidad figuras según determinadas condiciones.
12. Ampliar la diversidad de representaciones mentales asociadas a los diferentes tipos de figuras planas que se estudian, no añadiendo restricciones que no provengan de las propias definiciones.
13. Aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de situaciones problemáticas.
15. Observar y comparar formas geométricas planas, analizando sus características y extrayendo conclusiones, formulando eventualmente conjeturas.

Contenidos:

ACTIVIDAD	CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
POLÍGONOS REGULARES (1, 2 y 3)	- Elementos de los polígonos: lados, vértices, ángulos, diagonales y ejes de simetría. - Polígonos equiláteros, equiángulos y regulares. - Equivalencia de la igualdad de lados y ángulos de un triángulo. - Independencia de la igualdad de lados y ángulos en polígonos de más de 3 lados. - Simetría de los polígonos regulares. - Disociación del carácter de irregular de la ausencia de simetría. - Triángulos isósceles que aparecen al descomponer los polígonos regulares en triángulos centrales.[8]	- Comprensión y uso del vocabulario geométrico adecuado. - Construcción con geotiras y dibujo de polígonos a partir de determinadas condiciones. - Búsqueda de ejes de simetría con ayuda del espejo. - Interpretación de órdenes escritas con grado creciente de complejidad. - Observación de datos para extraer regularidades. - Uso de los ejemplos para la comprobación o la refutación de conjeturas.	- Confianza en las propias capacidades personales de dibujo y construcción de figuras y en la resolución de situaciones problemáticas. - Perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones geométricas confiando en la propia intuición, solicitando pistas o ayudas a los compañeros o a la maestra, y utilizando distintas vías de solución. - Valoración del trabajo cooperativo en la investigación. - Valoración de los materiales como facilitadores de las tareas. - Interés y gusto por investigar propiedades matemáticas. - Respeto de las normas básicas para una buena puesta en común de las ideas de los grupos (respetar el turno de palabra; estar atento a las ideas de los compañeros, contrastándolas con las propias;...).

Orientaciones para el maestro:

Actividad POLÍGONOS REGULARES	**Papel de la maestra**	**Observaciones**
		Esta actividad gira en torno a 4 criterios: 1) formación de conceptos sobre la base de antagonismos (1, 2, 3) (se trata de trabajar con polígonos que, pareciéndose a los regulares, no satisfagan todas sus propiedades, es decir, sirvan de contraejemplos de la definición); 2) búsqueda de particularidades o propiedades (3); 3) búsqueda de utilidad y ventajas (4, 5); 4) explicitación y trabajo de estrategias útiles en matemáticas: estudio de diferencias y similitudes entre conceptos antagónicos (3).

[8] En lo relativo a este contenido, la actividad se dirigió fundamentalmente al proceso en sí mismo, y, por consiguiente, se concibió como acercamiento a este resultado, no a su adquisición.

1	- En el caso de que los alumnos dibujen sólo polígonos con lados y ángulos iguales, solicita que formen y dibujen polígonos equiláteros con ángulos distintos. - Vigila que los alumnos plasmen en sus dibujos tanto polígonos cóncavos como convexos. - Tras el trabajo de los grupos, organiza la puesta en común con una exposición, pegando en la pizarra una ficha por grupo. Los grupos intervienen para explicar el procedimiento seguido con las geotiras para obtener sus figuras. En esta puesta en común, preguntará por la conclusión alcanzada por los grupos respecto a la particularidad de los triángulos al coincidir la longitud de sus lados.	- El uso de las geotiras facilita la aparición de polígonos equiláteros con ángulos distintos, poniendo de relieve un procedimiento ágil para obtener este tipo de polígonos, aunque no se llegue a institucionalizar dicho procedimiento. - Uno de los objetivos es concluir que en el caso de los triángulos la igualdad de lados implica la de ángulos, lo que no ocurre con los demás polígonos.
2	- En el caso de que los alumnos dibujen sólo polígonos con lados y ángulos iguales, solicita que formen y dibujen polígonos equiángulos con lados distintos. - Dirige la discusión enfatizando la existencia de polígonos equiláteros con ángulos distintos y polígonos equiángulos con lados distintos, así como de polígonos equiláteros y equiángulos al mismo tiempo, resaltando de este modo las ideas clave de la definición de polígono regular.	- En esta ocasión las geotiras no sirven de gran ayuda, ya que puede ocurrir que, al mantener iguales los ángulos, no dispongamos de las geotiras apropiadas para cerrar el polígono. Por este motivo, se solicita el dibujo directamente. - No se pretende que se den muchos ejemplos, y mucho menos obtener un procedimiento general, sino tan sólo que se ponga de manifiesto que la igualdad de ángulos no implica la de lados.

ANEXO 3: INSTRUMENTO DE ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA ADAPTADO DEL PROYECTO M.E.T.E.

País		Clase		Fecha		Hora		Tema			
Colegio		Episodio									
Profesor/a											
Foco matemático	Conceptual										
	Derivativo										
	Estructural										
	Mecánico										
	Eficiente										
	Resolución de problemas										
	Razonamiento										
Contexto matemático	Realista										
	Casi realista										
	Matemático										
Actividades que inducen	Aprendizaje profundo										
	Aprendizaje superficial										
Didáctica	Revisitar el conocimiento previo										
	Explicación										
	Compartir										
	Exploración										
	Entrenamiento										
	Valoración / Evaluación										
	Motivación										
	Formulación de preguntas										

Descripción de las categorías

Foco matemático	El foco matemático se refiere a los objetivos subyacentes en las acciones y en la toma de decisiones del profesor. Puede haber más de un foco en cada episodio en una lección o, incluso, puede no existir foco para un episodio en particular. Sin embargo, la totalidad de tales características e probablemente un indicador del modo o el estilo de enseñanza.	
	Conceptual	Parece que el profesor enfatiza o promueve el desarrollo conceptual de sus estudiantes.
	Derivational	Parece que el profesor enfatiza o promueve el proceso de desarrollo de nuevos entes matemáticos a partir del conocimiento existente.
	Estructural	Parece que el profesor enfatiza o promueve los nexos o conexiones entre diferentes entes matemáticos: conceptos, propiedades, etc.
	Mecánico	Parece que el profesor enfatiza o promueve la adquisición de destrezas, procedimientos, técnicas o algoritmos.
	Eficiente	Parece que el profesor enfatiza o promueve en los aprendices la comprensión o adquisición de procesos o técnicas que desarrollan la flexibilidad, la elegancia o la comparación crítica del trabajo.
	Resolución de problemas	Parece que el profesor enfatiza o promueve la implicación de los aprendices en la solución de tareas no triviales o no rutinarias.
	Razonamiento	Parece que el profesor enfatiza o promueve en los aprendices el desarrollo y la articulación de justificaciones y argumentaciones.

Contexto matemático	El contexto matemático se refiere a la localización de los problemas propuestos en la clase de matemáticas.	
	Realista	Un problema realista es o bien un problema del mundo real con datos genuinos o procedentes de un enunciado real imaginativo.
	Quasi realista	Un problema quasi realista es un problema elaborado que se presenta como si fuera realista. El contexto puede ser plausible pero los datos, las condiciones o las cuestiones propuestas no.
	Matemático	Un problema matemático es is el que está enmarcado en la propia matemática.

Actividades que inducen	Diferentes tipos de actividades inducen probablemente diferentes tipos de aprendizaje	
	Aprendizaje profundo	Las actividades que inducen aprendizaje profundo normalmente hacen que los alumnos se impliquen en la construcción de significado.
	Aprendizaje superficial	Las actividades que inducen aprendizaje superficial normalmente fracasan a la hora de hacer que los alumnos se impliquen en la construcción de significado.

Foco didáctico	Los profesores utilizan diferentes estrategias didácticas o pedagógicas en función de las diferentes condiciones y contextos. A excepción de la actividad didáctica de compartir las propias ideas, la cual consiste en un acto público explícito todas las estrategias podían ser vistas tanto en sus dos contextos tanto público (el grupo clase) como privado (trabajo individual)	
	Acceso al conocimiento previo	El profesor implica a los alumnos en una actividad que pretende focalizar la atención en el contenido matemático ya adquirido por el alumno. Normalmente, podría considerarse como un periodo de revisión o preparación para las actividades que se van a realizar.
	Explicación	El profesor explica una idea o solución. Puede incluir demostraciones, explicaciones concretas o que pretenden ser un modelo pedagógico de pensamiento de un nivel superior. En estos casos, el maestro es el que interviene sin a penas respuesta del alumno.
	Expresión de las propias ideas	El profesor anima a los alumnos a compartir públicamente sus ideas, soluciones o respuestas con sus compañeros. Puede incluir discusiones del grupo clase, así como el modelo socrático de formulación de preguntas en el cual el maestro se convierte en un gestor de las actividades, más que un mero informador.
	Exploración	El profesor implica a los alumnos en una actividad se pretende que emerja una nueva idea matemática. Podría ser una investigación o una secuencia de problemas estructurados, pero en todos los casos se espera que sean los alumnos quienes articulen sus descubrimientos.
	Coaching	El profesor ofrece indicios, sugiere u ofrece retroalimentación para facilitar su comprensión o desarrollar habilidades para poder llevar a acabo las tareas
	Valoración o evaluación	El profesor valora o evalúa las respuestas de los alumnos para determinar la dirección de su próxima actuación.
	Motivación	El profesor, a través de sus acciones, ofrece estímulos o dirige las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas.
	Formulación de preguntas	Se refiere a todas las formas de formulación de preguntas.

ANEXO 4: INSTRUMENTO DE ANÁLISIS DE SOFTWARES EDUCATIVOS MATEMÁTICOS (aplicado a un juego disponible en el mercado)

NOMBRE DEL SOFTWARE: JUEGA CON LAS MATEMÁTICAS			
1. Tipos de contenidos	Conceptos		Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, porcentajes, decimales, fracciones. Medida; tiempo, longitud, áreas, perímetros, simetría. Cálculo mental.
	Procedimientos		Sumas, restas, multiplicación, división, porcentajes, simplificar fracciones. Movimientos; rotación, traslación. Realización de simetría. Estimación y gráficas.
	Actitudes / valores		Precisión, autonomía, aprendizaje como juego, el error como elemento importante y que construye.
2. Tipo de actividades	Ejercicios		Máquina de cálculo: operaciones.
	Problemas		Todo lo demás son problemas vistos desde la dificultad que supone para los niños.
3. Fuente de motivación y hasta qué punto es motivador	Animación		Bastante animación que incluso puede llegar a distraer, pero se puede seleccionar la cantidad.
	Voces de personajes		Atractivas, familiares y cercanas a los tonos del país.
	Música		Adecuadas al contexto y no interfieren en la realización de la actividad excepto en las operaciones.
	Colores		Mucho colorido llamativo y motivador.
	Premios		Superación y puntos para acabar con los malos y ayudar a los buenos.
4. Lenguaje	Órdenes	Simples	Depende del nivel, pero adaptadas al mismo
		Complejas	Adaptadas al nivel.
	Vocabulario		Correcto y adaptado, se entiende perfectamente.

5. Características de las ayudas	Son adecuadas y se caracterizan porque suelen definir la primera vez los conceptos implicados y la segunda cómo llegar a la solución.		
6. Corrección del error	Ofrece directamente la solución		Al segundo fallo.
	Nuevas oportunidades	Repetición	Una vez
		Pista	Da una pista y a la segunda pista da la solución, los personajes dan dos pistas.
7. Niveles de dificultad	Criterios empleados para distinguirlos		Dificultad del contenido. Forma de presentar la orden.
	Equivalencia entre niveles		No existe equivalencia.
8. Rentabilidad de su uso	Grado de novedad (de la actividad) para el alumno, cada vez que se usa.		Muy elevado: en cada nivel y en cada partida.
	Relación uso del medio/aprendizaje		Bastante, porque se trabajan contenidos relevantes y variados.

9. Conocimientos y habilidades previos requeridos	Memoria, rapidez, habilidad motriz, lectura comprensiva, percepción visual, atención, cálculo mental, facilidad en el uso del ratón, trabajo previo de ciertos contenidos.	
10. Manejabilidad	Resistencia en la selección del contexto lento porque se hace la explicación.	
11. Contexto de la actividad.	Relevante	Atlántida, Grecia. Egipto, Azteca.
	Superfluo	
	Matemático	Operaciones aritméticas. Los cuatro contextos.
	Realista	
	Casi realista	
	Ficción	
12. Observaciones: El juego es de aplicación y no de desarrollo de contenidos. Muy positiva la variedad en el contexto. Se podría trabajar como aplicación una vez al mes. Es adecuado por la variedad de actividades, creemos que los alumnos tardarían en aburrirse.		

Anexo 5: Calendario de la Planificación del PIC (Curso 2005-06)

Primer trimestre

6 octubre: Reunión inicial

a) Cuestionario introductorio para entrar en los contenidos del proyecto.

¿Qué entendemos por participar en la clase de matemáticas?

¿Por qué deben aprender matemáticas los niños?

¿Por qué algunos no participan en la dinámica del aula? ¿Qué se lo impide?

¿Debe el profesor hacer algo para que todos los alumnos participen?

¿Cómo? ¿Con qué obstáculos se encuentra?

b) Elaboración del proyecto del grupo para presentarlo en el CEP de Huelva.

c) Tarea: lectura de documento sobre participación (documento 1)

20 octubre:

a) Debate sobre la tarea.

b) Acercamiento a actividades TIC que consideremos válidas para la RP. Análisis del documento 6.

c) Tarea: lectura de documento sobre participación (documento 2).

3 noviembre:

a) Debate sobre la tarea.

b) Acercamiento a actividades TIC que consideremos válidas para la RP. Análisis de los documentos 7 y 8.

c) Tarea: lectura de documento sobre participación (documento 3).

17 noviembre:

a) Debate sobre la tarea.

b) Comenzar diseño de la unidad didáctica (ud) (objetivos, contenidos, selección o diseño de actividades, tratando de incluir una actividad TIC).

c) Tarea: analizar, previo reparto, los lugares de actividades TIC relacionados con la ud.

1 diciembre:

Hemos asistido a una clase de un maestro externo de un centro TIC (podría ser la semana anterior).

a) Análisis de la clase: contenido matemático, resolución de problemas, participación promovida, papel de las TIC.

15 diciembre:

Continuar el diseño de la ud.

Segundo trimestre

12 enero:

Acabar el diseño de la ud.

26 enero:

Hemos asistido a las clases de la puesta en práctica de la ud (al menos una clase correspondiente a la actividad TIC y otra clase).

a) Análisis de la clase: contenido matemático, resolución de problemas, participación promovida, papel de las TIC en su caso.

b) Sugerencias de modificación de la ud.

2 febrero:

a) Continuar el análisis de las clases: contenido matemático, resolución de problemas, participación promovida, papel de las TIC en su caso.

b) Sugerencias de modificación de la ud.

c) Planificación del montaje en formato CD de los fragmentos de las clases y su análisis en función de las dimensiones consideradas.

23 febrero:

a) Planificación del montaje en formato CD de los fragmentos de las clases y su análisis en función de las dimensiones consideradas.

b) Tarea: pensar sobre el contenido de la reflexión del 9 de marzo.

9 marzo:

a) Reflexión sobre el significado de participar en el aula de matemáticas, el papel de la resolución de problemas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y lo que es una buena práctica por parte del profesor.

b) Tarea: leer documentos 4 y 5.

23 marzo:

a) Debate sobre la tarea.

b) Reflexión sobre el significado de participar en el aula de matemáticas, el papel de la resolución de problemas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y lo que es una buena práctica por parte del profesor (cont.).

6 abril:

a) Alice entrega un informe sobre la reflexión de los días anteriores, incluyendo acuerdos y discrepancias.

b) Alice expone el informe con transparencias o cualquier otro medio que le permita destacar y comentar los aspectos que estime oportuno, así como posibilitar la discusión.

20 abril:

Montajes editados en CD y comentados comparando episodios de buena práctica con otros "mejorables" por cada maestra.

4 mayo:

Montajes editados en CD y comentados comparando episodios de buena práctica con otros "mejorables" por cada maestra (cont.)

18 mayo:

Elaboración de la memoria para entregar en el CEP de Huelva.

8 junio:

Elaboración de la memoria para entregar en el CEP de Huelva (cont.).